Wrocław, 29.08.2025 r.

Prof. dr hab. inż. Witold Rohm
Instytut Geodezji i Geoinformatyki
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu

RECENZJA

Rozprawy doktorskiej mgr inż. Artura Fischera w związku z postępowaniem w sprawie nadania stopnia doktora w dziedzinie nauk inżynieryjno-technicznych, w dyscyplinie inżynieria lądowa, geodezja i transport.

1. Wstęp

Ewolucja obszaru badań geodezyjnych w ostatnich 30 latach jest związana z rozwojem technik obserwacyjnych, rozwojem mocy obliczeniowych, pojawianiem się nowych technik przetwarzania, a coraz rzadziej z teorią geodezji czy matematyką geodezyjną. Obszarem badań na styku geometrii, algebry i statystyki zajmuje się *Inter-Commission Committee on Theory* w Międzynarodowej Asocjacji Geodezji. Obecnie organizowana jest tylko jedna konferencja międzynarodowa dotycząca tego obszaru badawczego (Symposium Hotine-Marussi), a na czołowych sympozjach geodezyjnych sesji dotyczących geodezji matematycznej jest niewiele (np. EGU2025 – jedna sesja). Jednocześnie, powszechność technik obserwacyjnych (GNSS, InSAR, grawimetria, SLR, VLBI, IMU), szybkość i łatwość obsługi narzędzi do modelowania (w tym tych opartych o sztuczną inteligencję), w połączeniu z brakiem zrozumienia obciążeń statystycznych i modeli funkcjonalnych, powoduje masową produkcję publikacji, w których pojawiają się wnioski, niepoparte rygorystyczną analizą statystyczną.

W kontrze do tych trendów powstała praca Pana mgr inż. Artura Fischera. Jest to praca z obszaru geodezji matematycznej, wymagająca dużego zaangażowania w zrozumienie procesu budowy metod analizy modeli funkcjonalnych. Jest to praca wpisująca się w trend zapoczątkowany przez takich autorów jak Grafarend, Teunissen, Keller, a w Polsce rozwijana przez Osadę, Wiśniewskiego, Borkowskiego czy Cellmera, w której obserwacje i procesy są tylko (lub aż) pretekstem do budowy eleganckich geodezyjno-matematycznych rozwiązań i modeli. W przypadku pracy Pana Fischera jest to precyzyjne pozycjonowanie z wykorzystaniem jednoepokowych obserwacji kodowych i fazowych GNSS, co z definicji jest problemem źle określonym (ill-posed). Dla mnie, jako recenzenta, była to wymagająca lektura.

W pracy „Analiza i doskonalenia algorytmów regularyzacji słabo-uwarunkowanego modelu matematycznego w precyzyjnym pozycjonowaniu techniką satelitarną na podstawie danych z pojedynczej epoki pomiarowej” podjęto próbę: aplikacji dwuparametrycznej regularyzacji do wyznaczania nieoznaczoności, podniesienia poziomu skuteczności wyznaczania nieoznaczoności w konkretnej metodzie MAFA-ILS, a także budowy metody oceny regularyzowanego modelu.

2. Manuskrypt

Praca jest zbiorem trzech artykułów naukowych, wszystkich opublikowanych w czasopismach z listy JCR: jednego w *Measurement*, jednego w *Journal of Applied Geodesy* oraz jednego w *Journal of Geodesy* – wszystkie to czasopisma o współczynniku IF: 5.6, 0.9 oraz 4.6 i potwierdzonej reputacji w środowisku badawczym. Analiza literatury przedmiotu przy użyciu narzędzia SciVal pozwoliła na odnalezienie klastra badawczego, w którym porusza się praca doktoranta. Klaster ten to *Precision Navigation Systems and Signal Processing*, zgodnie z opisem klastra, najważniejsze aspekty poruszane w publikacjach (8606 publikacji z lat 2014–2024) to: GNSS, Global Positioning System, Satellite System i inne. Co ciekawe, jednym z pięciu krajów o największym udziale publikacji w tym klastrze jest Polska z czołową rolą UWM.

Praca została poprzedzona przewodnikiem zawierającym następujące sekcje:

Wprowadzenie – w którym Autor na dziesięciu stronach dokonuje przeglądu obszaru badawczego. Wprowadzając w rygorystycznym matematycznym zapisie modele matematyczne stosowane w geodezji satelitarnej, uogólnia je potem do modelu stochastycznego i funkcjonalnego dla całkowito-rzeczywistoliczbowego rozwiązania podwójnych różnic obserwacji fazowych. W kolejnych podrozdziałach wprowadza pojęcie regularyzacji, niezbędnej w procesie rozwiązywania układów źle określonych (jako odwrotnych, do zdefiniowanych przez Hadamarda – dobrze określonych). Omawia rozwój metod regularyzacji od Tichonowa przez Hansena aż po Xu, a także jej aplikację i testowanie skuteczności w precyzyjnym pozycjonowaniu GNSS. Ważną częścią tego rozdziału jest rygorystyczny opis „Klasycznego modelu matematycznego" oraz „Regularyzowanego modelu matematycznego". We wprowadzeniu jako podsumowanie rozdziału, pojawia się podrozdział „1.3 Sformułowanie celu oraz hipotezy badań", w którym Autor umieścił trzy cele badawcze oraz powiązane z nimi hipotezy.

Cele i hipotezy badawcze – Autor wskazuje na główny cel prac badawczych (ostatni akapit podrozdziału 1.2): „(...) koszt wynikający z zastosowania regularyzacji stwarza problem w walidacji modelu matematycznego. Analiza walidacji regularyzowanego modelu stanowi zatem kluczową część niniejszej pracy doktorskiej". Co w podrozdziale 1.3 zostaje podzielone na trzy odrębne cele i hipotezy badawcze, to jest:

- **Cel 1.** Ocena skuteczności regularyzacji modelu matematycznego w rozwiązaniach całkowitoliczbowych nieoznaczoności.
- **Cel 2.** Zdefiniowanie obszaru poszukiwań całkowitoliczbowych nieoznaczoności pomiarów fazowych w dziedzinie współrzędnych z wykorzystaniem regularyzacji warunkowej.
- **Cel 3.** Opracowanie ścisłego aparatu matematycznego do walidacji regularyzowanego modelu matematycznego.

W tej części pracy brakuje jednoznacznej informacji, jak cele szczegółowe powiązane są z celem ogólnym.

Regularyzacja w pozycjonowaniu satelitarnym - w rozdziale 2 Autor omówił wszystkie trzy artykuły w wchodzące w skład manuskryptu rozprawy doktorskiej. W mojej recenzji wykonam podobny zabieg i podsumuje zawartość merytoryczną poszczególnych publikacji.

Udoskonalenie klasycznej metody regularyzacji (Fischer i in., 2023), które zostało zdefiniowane w rozdziale 1.2.2 (równanie 10), na bazie porównania do klasycznego modelu matematycznego (równanie 7). Głównym elementem różnicującym te dwa podejścia jest wprowadzenie parametru regularyzacji (k) oraz macierzy regularyzacji ($\boldsymbol{K}$). Co w konsekwencji powoduje, że estymatory parametrów $\boldsymbol{a}$ (nieoznaczoności fazowe rzeczywistoliczbowe) oraz b (przyrosty do współrzędnych również rzeczywistoliczbowe) przestają być nieobciążone. Więc wartość oczekiwana rezyduów jest różna od zera. W związku z powyższym pojawia się problem walidacji modelu matematycznego. Celem regularyzacji, nie jest oszacowanie parametrów rozkładu normalnego parametrów w sposób optymalny, a jedynie oszacowanie takich wartości, które będą bliżej prawdziwych wartości modelu z wykorzystaniem błędu średniokwadratowego (równanie 11) (***MSE***).

W pierwszej publikacji Autor wprowadza pewne założenie do modelu regularyzacji to jest regularyzacji poddane są nie tylko wartości rzeczywistoliczbowe nieoznaczoności ale także przyrosty do współrzędnych i do każdej z tych grup parametrów wprowadzono inny parametr regularyzacji (równanie 17). Wyznaczenie tych parametrów przeprowadzono na podstawie minimalizacji śladu macierzy MSE.

W efekcie uzyskiwany jest np. rozkład paramerów nieoznaczoności rzeczywistoliczbowej jako n - wymiarowy niecentralny (ze względu na obciążenie) rozkład normalny, o ograniczonej w stosunku do wersji niregularyzowanej, wariancji. W związku z powyższym istnieje większe prawdopodobieństwo znalezienie się wartości rzeczywistoliczbowej nieoznaczoności w obszarze przyciągania zbioru liczb całkowitoliczbowych.

W eksperymencie symulowanym potwierdzono podwyższoną skuteczność estymacji nieoznaczoności opartych o regularyzowane wartości rzeczywiste tego parametru, w stosunku do wartości całkowitoliczbowych estymowanych na podstawie rzeczywistoliczbowych wartości nieoznaczoności bez regularyzacji modelu. Wzrasta także szybkość poszukiwań nieoznaczoności, jak również jakość współrzędnych (Rys 9. w Fischer i in., 2023).

Co ciekawe w tej samej publikacji w rozdziale 6 Autorzy poddali testowaniu rozwiązanie regularyzowane z wykorzystaniem rzeczywistych obserwacji, jednak z bardzo krótkiej bazy pomiędzy stacjami WTZR a WRLG. Rozwiązanie choć przeprowadzone z sukcesem na Rysunku 16 wskazuje na pewną właściwość parametrów regularyzacji. Otóż, rząd wielkości parametrów regularyzacyjnych $\boldsymbol{a}$ oraz $\boldsymbol{b}$ (to jest nieoznaczoności i przyrostów do współrzędnych) jest podobny. W konsekwencji pojawia się pytanie:

A. Czy brak różnicy w rzędzie parametru regularyzacji dla wektora WTZR-WRLG sugeruje brak potrzeby wprowadzania dwóch parametrów, w związku tak niskimi różnicami, czy efekt ten będzie nadal widoczny dla długich baz? Czy w takim razie bardziej odpowiednim rozwiązaniem jest wspólna estymacja jednego parametru/?

Metoda regularyzacji warunkowej (Fischer i in., 2024), w tej publikacji Autorzy zaaplikowali regularyzację (warunkową) do precyzyjnej definicji obszaru poszukiwań rozwiązania całkowitoliczbowego w przestrzeni współrzędnych. Według Autorów, podejście, w którym poszukiwane są nieoznaczoność w przestrzeni współrzędnych, może być bardziej skuteczne w przypadku jednoepokowych obserwacji z wielu systemów GNSS, niż rozwiązanie oparte o poszukiwanie rozwiązania nieoznaczoności w przestrzeni nieoznaczoności. W tej pracy Autorzy zajmują się jednoparametrową regularyzacją nieoznaczoności rzeczywistoliczbowych, a następnie rozwiązanie przyrostów do współrzędnych jest uwarunkowane na regularyzowanych nieoznaczonościach. Inaczej niż w poprzednich przypadkach wektorem obserwacji są tylko podwójnie zróżnicowane obserwacje fazowe o zakładanej precyzji 0.01 cykla. W równaniu (32) następuje minimalizacja różnic pomiędzy rozwiązaniem opartym o nieoznaczoności rzeczywistoliczbowe i całkowitoliczbowe. W metodzie MAFA-ILS definiowany jest obszar poszukiwań nieoznaczoności jako komórka Woronoja oparta o geometryczną konstrukcję pozycjonowania. Ponieważ jest to globalne rozwiązanie (wszystkie dostępne nieoznaczoności, powinny zostać wyznaczone w jednym kroku na podstawie kandydatów w dziedzinie współrzędnych), ważna jest regularyzacja rozwiązania rzeczywistoliczbowego. Inaczej niż w poprzedniej pracy, stosowana jest regularyzacja warunkowa, to jest tylko wybrane wartości własne są wykorzystane do znalezienia odwrotności macierzy wariancyjno-kowariancyjnej obserwacji. A następnie poszukiwane są nieoznaczoności rzeczywistoliczbowe z wykorzystaniem pojedynczego parametru regularyzacji.

Odmiennie niż w metodzie MAFA-ILS, obszar poszukiwań rozwiązania globalnego nie jest sześcianem a elipsoidą - obszarem ufności dla rozwiązania (przyrostów do współrzędnych), gdzie osie elipsoidy błędu są wyznaczane z niecentralnego (ze względu na regularyzację) rozkładu prawdopodobieństwa. W pracy Autorzy udowadniają, że objętość obszaru poszukiwań, mimo obciążeń statystycznych jest mniejsza niż dla rozwiązania bez regularyzacji. Powoduje to także redukcję liczby kandydatów wymagających testowania (w oparciu o symulacje), w zależności od liczby satelitów oraz założonej precyzji pomiaru fazy (Rys. 8). W rozwiązaniu testowanym opartym na obserwacjach rzeczywistych wektor WTZR - WTZZ (2 500 epok obserwacyjnych) zaobserwowano przyrost jakości rozwiązania (Rys. 17 w Fischer i in., 2024), szczególnie w przypadku geometrycznie uciążliwych warunków obserwacyjnych. Pojawia się w tym kontekście jednak pytania:

B. Czy jedynym powodem braku stosowania podejścia rozwiniętego w poprzedniej pracy, (regularyzacja dwuparametryczna - Fischer i in., 2023) jest poszukiwanie nieoznaczoności w przestrzeni współrzędnych w metodzie MAFA-ILS?

Walidacja regularyzowanego modelu matematycznego (Fischer i in., 2025), jest to praca przesuwająca badania Pana Fischera w kierunku generalizacji rozważań z poprzednich manuskryptów. Zauważone poprzednio niedogodności dotyczące testowania modeli poddanych regularyzacji (na przykład w oparciu o niecentralny rozkład prawdopodobieństwa Chi kwadrat), zostały w niniejszej pracy rozwiązane. Zaproponowano podejście oparte o analizę podziału przestrzeni niezamknięć. Z podobnym problemem mierzyli się również inni

autorzy (Li i in., 2021) jednak w ich przypadku rozwiązanie polegało na iteracyjnej korekcji obciążenia systematycznego a nie jego eliminacji. W pracy przeprowadzono konstrukcję testu ilorazu funkcji wiarygodności (generalized likelihood ratio test - GLR) który pozwala na testowanie wielu hipotez. Ponieważ testowanie ma za zadanie porównanie hipotezy o realizacji obserwacji przy pomocy dwóch różnych modeli rozkładu prawdopodobieństwa to jest H_0 lub H_i, jeżeli jednak są to regularyzowane rozkłady, obciążone statystycznie, nie jest możliwe ich ścisłe porównanie. Więc, formułowanie statystyk w oparciu o obciążone rezydua, powoduje że wartość oczekiwana rezyduów nie jest równa 0.

Zaproponowane rozwiązanie oparte jest o zastąpienie parametrycznej reprezentacji, reprezentacją niejawną, w której macierz modelowa $\boldsymbol{A}$ jest zastąpiona macierzą B, rozpinającą lewą przestrzeń zerową macierzy $\boldsymbol{A}$. Co w konsekwencji (równanie 63 oraz 64) doprowadza do mapowania regularyzowanych rezyduów na niezamknięcia, wolne od obciążeń. W związku z powyższym testowanie oparte jest o porównywanie statystyk dla funkcji gęstości niezamknięć a nie rezyduów. Całość ujęta jest w eleganckie ramy teorii: Detekcji, Identyfikacji i Adaptacji (DIA). W etapie Detekcji testowana jest globalna hipoteza zerowa w oparciu o rozkład Chi kwadrat. Jeżeli hipoteza jest odrzucona, następuje Identyfikacja obserwacji odstających na bazie testów lokalnych. W etapie Adaptacji następuje już estymacja regularyzowanych parametrów, jednak nie wpływa ona na rezydua a jedynie na pseudodwrotność macierzy modelowej (74).

W części eksperymentalnej przeprowadzono testowanie globalne w etapie detekcji modeli wynikających z regularyzowanych rezyduów, regularyzowanych rezyduów korygowanych (Li i in., 2021) oraz w oparciu o teorię niezamknięć, wykazano (Rys. 12) przewagę wprowadzonej metody. Podobnie przeprowadzono identyfikacje w oparciu o testowanie przestrzeni niezamknięć (transformując rezydua to tej przestrzeni) dla trzech przypadków: a) regularyzowanych rezyduów, b) regularyzowanych rezyduów korygowanych (Li i in., 2021) oraz c) w oparciu o teorię niezamknięć. Wyniki wskazują na zachodzenie obszarów testowania dla przypadku a) oraz równoważność rozwiązania korygowanego oraz opartego o teorię niezamknięć (b i c), brak luk i brak zachodzenia. Jednak w przypadkach marginalnych, słabo określonych, metoda korekcji obciążeń rezyduów może zawodzić, co zostało przedstawione w pracy Fischer i in. (2025).

Warto wspomnieć, że przeprowadzono dwa eksperymenty: oparty o całkę Fredholma pierwszego rodzaju oraz rozwiązanie absolutne kodowe (Standard Point Positioning – SPP), które przeanalizowano przy pomocy rozwiązania zaproponowanego w pracy w teorii DIA. Wskazuje to na duży poziom generalizacji rozwiązania i sprawność aparatu matematycznego Autorów. Pojawia się jednak pytanie:

C. W pracy Fisher i in. (2025) przedstawiono testowanie na bazie pozycjonowania SPP. Na ile rozwiązanie oparte o podwójne różnicowanie obserwacji fazowych z łączną estymacją poprawek do współrzędnych i nieoznaczonościami (rzeczywistoliczbowymi i cełkowitoliczbowymi) byłoby bardziej wymagające i które elementy modelu matematycznego stanowiłyby wyzwanie w aplikacji rozwiązania przedstawionego w pracy?

3. Podsumowanie i wnioski

W tej sekcji Autor streszcza wyniki uzyskane w swoich publikacjach składających się na cykl i formułuje następujące wnioski:

- regularyzacja modelu matematycznego prowadzi do wzrostu prawdopodobieństwa poprawnej estymacji całkowitoliczbowej w dziedzinie nieoznaczoności pomiaru fazowego, a tym samym wpływa na wzrost częstotliwości akceptacji rozwiązania precyzyjnej pozycji odbiornika,
- regularyzacja warunkowa w metodzie MAFA-ILS poprawia estymację całkowitoliczbową nieoznaczoności w dziedzinie współrzędnych,
- walidacja regularyzacji powinna opierać się na transformacji problemu do przestrzeni niezamknięć, co powoduje usunięcie problemu obciążenia statystycznego rezyduów.

4. Ocena

Ze względu na konstrukcję manuskryptu pracy częściową ocenę przeprowadziłem już w sekcji poprzedniej. W związku z powyższym w ewaluacji pracy skupię się na ocenie realizacji celu pracy, to jest „Analizie walidacji regularyzowanego modelu".

Praca jest w rzeczywistości zbiorem trzech artykułów, z których pierwszy (Fischer i in., 2023) definiuje możliwości, ale też wskazuje ograniczenia regularyzowanych modeli matematycznych; w drugim aplikuje zmodyfikowane rozwiązanie do metody MAFA-ILS rozwijanej w UWM (Fischer i in., 2024); w końcu – identyfikując problemy, które odnalazł w poprzednich dwóch pracach – generalizuje rozwiązanie, demonstrując zaawansowany aparat matematyczny (Fischer i in., 2025), służący do przeformułowania rozwiązania z przestrzeni rezyduów do dziedziny niezamknięć. Prace zostały opublikowane w wiodących czasopismach w dyscyplinie, szczególnie ostatnia praca z cyklu, znajduje się w czasopiśmie o fundamentalnym znaczeniu dla rozwoju geodezji – Journal of Geodesy. Proces recenzji w tym czasopiśmie jest długotrwały i niezwykle skrupulatny.

Praca jest spójna tematycznie, dotyczy różnych aspektów regularyzacji modeli funkcjonalnych i widać rozwój zaawansowania badań wraz z postępem prac i kolejnymi „implementacjami" aparatu matematycznego: próby dodawania drugiego parametru regularyzacji tak, by różnicować różne rodzaje estymowanych parametrów (Fischer i in., 2023), usprawnianie metod poszukiwania nieoznaczoności dzięki regularyzacji w istniejącej metodzie MAFA-ILS (Fischer i in., 2024), w końcu rozwiązanie kluczowego problemu regularyzacji, to jest braku ścisłej możliwości testowania hipotez ze względu na obciążenie statystyczne (Fischer i in., 2025). Wprowadzenie autorskiej metody transformacji rezyduów z przestrzeni parametrów do przestrzeni niezamknięć, jest osiągnięciem wartym zaznaczenia i dalszej obserwacji.

Moje uwagi zawarłem w pytaniach A, B oraz C, natomiast mając świadomość wartości pracy Fischer i in. (2025), warto się zastanowić, czy sama ta publikacja, obudowana zaawansowanymi przykładami numerycznymi z różnych aspektów geodezji i geofizyki, nie byłaby wystarczającym osiągnięciem do uzyskania stopnia doktora.

Szczególnie gratuluję już na tym etapie rozwoju naukowego adaptacji pomysłów pochodzących z wąskiego (ale ciekawego) obszaru estymacji nieoznaczoności i jednoepokowych obserwacji do zupełnie innego zastosowania, jakim jest profilowanie atmosfery (podobnie jak odwrotna transformata Radona). Takie podejście demonstruje dojrzałość naukową i elastyczność w kolejnych etapach kariery naukowej. Moja ocena przesłanego manuskryptu pracy jest jednoznacznie pozytywna.

5. Podsumowanie

Pan mgr inż. Artur Fischer przedstawił w postaci cyklu publikacji oraz krótkiego przewodnika rozprawę doktorską, w której udowodnił, że jest w stanie zaproponować oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, w tym wypadku przedstawić analizę (i rozwój) metod walidacji regularyzowanych modeli matematycznych mających zastosowanie w różnych obszarach badawczych geodezji. Uważam pracę, za wpisującą się w nurt zaawansowanych badań obszaru geodezji matematycznej, a wkład Pana mgr inż. Artura Fischera za istotny. Mając na uwadze unikatowość tematyki i wysoką jakość uzyskanych wyników, wnioskuję o wyróżnienie pracy Pana mgr inż. Artura Fischera.

W związku z powyższym stwierdzam, że rozprawa doktorska Pana mgr inż. Artura Fischera spełnia wymogi stawiane rozprawom doktorskim określone w art. 187 ust. 1 i 2 Ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz.U. 2024 poz. 1571) i wnoszę do Rady Dyscypliny Naukowej inżynieria lądowa, geodezja i transport Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie o dopuszczenie Pana mgr inż. Artura Fischera do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Signed by /
Podpisano przez:

Witold Rohm

Date / Data:
2025-08-29
10:27