UNIWERSYTET WARMIŃSKO - MAZURSKI W OLSZTYNIE

WYDZIAŁ GEOINŻYNIERII

Rozprawa doktorska

ZASTOSOWANIE METODY SYMPLEKSU NELDERA-MEAD'A DO WPASOWANIA KRZYWYCH PRZY REGULACJI TORÓW KOLEJOWYCH

mgr inż. Marta Skała-Szymańska

Promotor:

dr hab. inż. Sławomir Cellmer, prof. UWM

Promotor pomocniczy:

dr hab. inż. Kamil Kowalczyk, prof. UWM

OLSZTYN 2023

Spis treści

Wprowadzenie....4
1. Przepisy prawne regulujące zasady wpasowania krzywych w kolejnictwie....7
2. Definicje podstawowe na potrzeby projektowania geometrii toru....10
3. Wybrane elementy z dokumentacji projektowej....13
4. Wybrane zasady projektowania układów geometrycznych toru kolejowego w płaszczyźnie poziomej....15
5. Dotychczas stosowane metody wpasowania krzywych....18
6. Wpasowanie krzywych w zbiór punktów....19
6.1. Ogólna koncepcja wpasowania krzywych w zbiór punktów....20
6.2. Wpasowanie odcinków prostych w zbiór punktów....23
6.3. Wpasowanie łuku kołowego stycznego do głównych kierunków trasy w zbiór pomierzonych punktów....24
6.3.1. Określenie przybliżonych wartości parametrów zadania....24
6.3.2. Wpasowanie łuku kołowego....26
6.3.3. Wybór punktów znajdujących się na łuku kołowym....29
6.4. Wpasowanie łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów....30
6.4.1. Przygotowanie przybliżonych wartości parametrów....31
6.4.2. Sposób określenia wartości przybliżonych parametrów....31
6.4.3. Tworzenie równań pseudoobserwacyjnych dla łuku kołowego w zespole krzywych....33
6.5. Funkcja celu....39
7. Metoda Sympleksu Neldera-Mead'a (SNM)....41
7.1. Dostosowanie algorytmu optymalizacji metodą sympleksu Neldera-Mead'a (SNM) do przypadku wpasowania krzywych....45
8. Eksperyment....47
8.1. Przygotowanie danych do eksperymentu....47
8.2. Eksperymenty i testy....47
8.2.1. Wpasowanie łuku kołowego....47
8.2.2. Wpasowanie łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów....51
8.2.3. Wpływ wielkości sympleksu Neldera-Mead'a na wpasowanie odcinków krzywoliniowych....57

8.2.4. Analiza wyników uzyskanych wielkości poprawek w oparciu o różne kryteria.....63
8.2.5. Wpasowanie zespołu krzywych w zbiór punktów z wykorzystaniem programu Bentley Open Rail.....71
9. Podsumowanie i wnioski 74
10. Literatura przedmiotu 76
11. Załączniki.....83
13. Spis rysunków: 89
14. Spis schematów: 90
15. Spis wykresów:.....90
16. Spis tabel:.....91
STRESZCZENIE 92
ABSTRACT.....93

Wprowadzenie

Doskonalenie technik obliczeniowych zadania optymalizacyjnego w postaci wpasowania figury geometrycznej w zbiór pomierzonych punktów jest aktualnym problemem zarówno badawczym jak i technicznym z zakresu geodezji inżynieryjnej. Obecnie w Polsce trwają ciągłe prace nad modernizacją i budową nowych tras kolejowych (np. Centralny Port Komunikacyjny) wynikające z Krajowego Programu Kolejowego i Programu Budowy Dróg finansowanych przez ministra właściwego do spraw transportu, które realizowały strategię Rozwoju Kraju 2020 oraz Strategię Rozwoju Transportu do 2020 z perspektywą do 2030 roku. Potrzeba zwiększenia prędkości pojazdu nakłada na projektantów i wykonawców dostosowanie się do wyśrubowanych parametrów technicznych. Polskie Koleje Państwowe cyklicznie zlecają badania naukowe w zakresie dokładności pomiarów, stosowania nowych technik inwentaryzacji szlaków i skrajni oraz opracowania i kontroli wyników (np. projekt badawczo-wdrożeniowy zrealizowany na Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim w Olsztynie umowa nr 60/030/0004/12/I/0). Od roku 2017 Narodowe Centrum Badań i Rozwoju ogłasza konkursy – polegające na wsparciu badań naukowych i prac rozwojowych w obszarze infrastruktury kolejowej pt. Badania i Rozwój w Infrastrukturze Kolejowej – BRIK.

Głównym celem rozprawy jest opracowanie matematycznych podstaw nowej metody wpasowania określonych zespołów krzywych w zbiór punktów, a w szczególności sformułowanie matematycznego modelu będącego podstawą proponowanej metody.

Dodatkowym celem pracy jest opracowanie algorytmu obliczeniowego prowadzącego do poprawnego rozwiązania.

Dla inżynierskich obiektów liniowych takie wpasowanie realizowane jest głównie w trakcie modernizacji tras kolejowych, tramwajowych, drogowych. Głównymi przyczynami modernizacji jest strata pierwotnych parametrów technicznych lub dostosowanie trasy do nowych parametrów. Wpasowanie osi trasy może dotyczyć połączenia nowobudowanych obiektów liniowych z już istniejącymi lub modernizacji całych tras kolejowych czy drogowych. Ze względu na wyższe parametry dokładnościowe, specyfikę infrastruktury oraz stosowane bądź planowane prędkości (200 do 250 km/h), trasy kolejowe wymagają większej precyzji pomiaru i opracowania

projektów regulacji. Dlatego w rozprawie doktorskiej jako tło wpasowania zespołu krzywych wykorzystano potrzebę optymalnej geometrii toru kolejowego.

W rozprawie doktorskiej rozważa się wpasowanie łuku kołowego oraz łuku kołowego z niesymetrycznymi krzywymi przejściowymi.

W pracy wykorzystano ogólną koncepcję wpasowania krzywych w zbiór punktów wypracowaną w ramach projektu: *Modernizacja trasy kolejowej oparta na inwentaryzacji szlaku i skrajni metodami pomiaru bezpośredniego i satelitarnego oraz optymalizacji parametrów trasy metodą regresji ortogonalnej* zamówionego przez PKP Polskie Linie Kolejowe S.A., a realizowanego przez pracowników UWM w latach 2012-2013. W pierwotnej postaci metoda ta oparta była na modelu liniowym z dodatkowymi równaniami warunkowymi. Metoda zaproponowana w ramach rozprawy nie wymaga linearyzacji równań pseudoobserwacyjnych. Model matematyczny jest oparty na minimalnej liczbie parametrów koniecznych do jednoznacznego wpasowania zespołu krzywych w zbiór punktów, bez konieczności uzupełniania tego modelu o równania warunkowe. Działanie metody zostało zilustrowane jej zastosowaniem w zadaniu wpasowania krzywych w kolejnictwie. Podstawowe zadanie pracy polegało na zdefiniowaniu zadania optymalizacyjnego, analizie jego modelu matematycznego i wypracowaniu procesu obliczeniowego prowadzącego do poprawnego rozwiązania.

Hipoteza badawcza jaką postawiono to: *zastosowanie metody sympleksu Neldera-Mead'a, jako alternatywnego podejścia w stosunku do dotychczas stosowanych metod może w znaczącym stopniu podnieść efektywność procesu wpasowania krzywych w zbiór pomierzonych punktów.*

Wpasowując zespół krzywych w zbiór punktów należy brać pod uwagę wiele czynników, między innymi szybkość realizacji zadania oraz wyznaczenie niezbędnych danych do jego wykonania. Chociaż w niniejszej pracy skupiono się na zadaniu optymalizacyjnym to jednak może ono mieć istotne znaczenie praktyczne m. in. w kolejnictwie. Poważne konsekwencje mogą mieć błędy wpasowania toru zbyt blisko skrajni, co stwarza ryzyko zerwania trakcji przez jadący pociąg. Projektowane nowoczesne koleje miejskie, jak i dalekobieżne powinny być szybkie, a zarazem bezpieczne. Opracowana w ramach pracy nowa metoda może przyczynić się do postępu w tej dziedzinie.

Nowatorskość badań polega na odmiennym podejściu do zadania regulacji torów kolejowych. Dotychczas stosowane metody opierały się na wykorzystywaniu metod czasochłonnych. Autorka pragnie zaproponować inne podejście, które będzie prostsze,

a także pozwalające na łatwą implementację w innych zadaniach optymalizacji. Kolejnym z nowych elementów jest zastosowanie metody Sympleksu Neldera-Mead'a (często zwaną metodą pełzającego sympleksu) do minimalizacji kwadratów przesunięć wpasowywanych punktów (poszukiwania optymalnego rozwiązania). W odróżnieniu od metod opartych na linearyzacji, która powodowała utratę dokładności, metoda Sympleksu Neldera-Mead'a jest numeryczna i bezpośrednia. W swoim algorytmie nie wykorzystuje pochodnych, a zatem w prosty sposób współpracuje z funkcjami nieliniowymi. Ostatecznie w sposób uporządkowany zmierza do minimum globalnego (NELDER, MEAD 1965).

Znaczenie wyników rozprawy dla rozwoju dyscypliny naukowej wynika z przedstawienia alternatywnej do obecnie stosowanych propozycji realizacji zadania optymalizacyjnego. Proponowane podejście charakteryzuje się prostym zdefiniowaniem problemu. Wyprowadzono nowoczesne metody obliczeniowe do zadania regulacji torów.

Rozprawa podzielona została na dziewięć rozdziałów. Pierwszy z rozdziałów stanowi wprowadzenie i opis celu pracy doktorskiej. Rozdział drugi przedstawia podstawowe definicje używane przy projektowaniu geometrii toru. W rozdziale trzecim opisano wybrane elementy z dokumentacji projektowej, a w rozdziale czwartym ukazano wybrane zasady projektowania układów geometrycznych toru kolejowego w płaszczyźnie poziomej. Rozdział piąty przedstawia metody regulacji torów kolejowych stosowanych dotychczas. Rozdział szósty przedstawia problem wpasowania odcinków prostych i odcinków krzywoliniowych w zbiór punktów z wykorzystaniem metody sympleksu Neldera-Mead'a. Proces wpasowania podzielony został na dwa główne etapy: opracowanie matematycznego modelu wpasowania oraz dostosowanie metody sympleksu Neldera-Mead'a do wpasowania krzywych. Rozdział siódmy to ogólny opis metody sympleksu Nelder'a-Mead'a oraz przedstawienie sposobu określenia wielkości pierwszego sympleksu i kryterium zatrzymania procesu obliczeniowego. W rozdziale ósmym opisano przeprowadzone eksperymenty z użyciem opracowanego algorytmu wpasowania pojedynczego łuku kołowego, jak i zespołu krzywych w zbiór punktów. Rozdział dziewiąty stanowi posumowanie i wnioski.

1. Przepisy prawne regulujące zasady wpasowania krzywych w kolejnictwie

Podczas wykonywania zadania regulacji osi torów kolejowych należy stosować się do wielu wytycznych. Głównym przepisem prawnym stosowanym w kolejnictwie jest Ustawa z dnia 28 marca 2003 roku o transporcie kolejowym. Szczegółowe przepisy prawne zawierające wymagania jakim powinna odpowiadać geometria toru kolejowego zawarte są w instrukcjach technicznych. Wytyczne te opisują dokładnie w jaki sposób należy opracowywać zarówno nowe projekty dróg kolejowych, jak i korygować bieżące położenie toru. Poniżej przedstawiono obowiązujące przepisy prawne w kolejnictwie.

- Ustawa z dnia 28 marca 2003r. o transporcie kolejowym (tekst jednolity: Dz. U. z 2023 r., poz. 602)
- Ustawa z dnia 27 kwietnia 2001r. Prawo ochrony środowiska (Dz.U. 2022 poz. 2556, 2687)
- Dz.U.98.151.987 Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 10 września 1998r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie. (Dz. U. z dnia 15 grudnia 1998r.)
- Warunki techniczne Id-1 (D1) - „Warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych" Id-1 (D1)
- Warunki techniczne Id-2 (D2) - „Warunki techniczne dla kolejowych obiektów inżynieryjnych" Id-2 (D2)
- Warunki techniczne Id-3 (D4) - „Warunki techniczne utrzymania podtorza kolejowego" Id-3 (D4)
- Instrukcja Id-4 (D6) - „Instrukcja o oględzinach, badaniach technicznych i utrzymaniu rozjazdów" Id-4 (D6)
- Instrukcja Id-8 - „Instrukcja diagnostyki nawierzchni kolejowej" Id-8
- Instrukcja Id-14 (D75) - „Instrukcja o dokonywaniu pomiarów, badań i oceny stanu torów" Id-14 (D75)
- Instrukcja Id-16 (D83) - „Instrukcja o utrzymaniu kolejowych obiektów inżynieryjnych" Id-16 (D83)
- Instrukcja Ig-10 (D27) – „Instrukcja o sporządzaniu i aktualizacji planów schematycznych" Ig-10 (D27)

- Uchwała Nr 8 Zarządu PKP S.A. z dnia 12 stycznia 2016r. w sprawie przyjęcia Standardu technicznego „O organizacji i wykonywaniu pomiarów w geodezji kolejowej" GK – 1. Uchylająca Instrukcję D-19.

Oprócz powyższych instrukcji typu Id, na podstawie uchwały nr 263/2010 Zarządu PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. z dnia 14 kwietnia 2010 roku obowiązują do stosowania w pracach projektowych i wykonawczych także Standardy techniczne – szczegółowe warunki techniczne dla modernizacji lub budowy linii kolejowych do prędkości $V_{max} \leq 200$ km/h (dla taboru konwencjonalnego) / 250 km/h (dla taboru z wychylnym pudłem).

Standardy obejmują XVI tomów wraz z załącznikami:

- TOM I – Droga szynowa
- TOM II – Skrajnia budowlana linii kolejowych
- TOM III – Kolejowe obiekty inżynieryjne
- TOM IV – Urządzenia trakcji elektrycznej / elektroenergetyki trakcyjnej
- TOM V – Elektroenergetyka nietrakcyjna
- TOM VI – Sygnalizacja, sterowanie i kierowanie ruchem
- TOM VII – Telekomunikacja
- TOM VIII – Detekcja stanów awaryjnych taboru
- TOM IX – Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC)
- TOM X – Skrzyżowania w poziomie szyn oraz drogi równoległe
- TOM XI – Budowle
- TOM XII – Mała architektura, kolorystyka oraz systemy identyfikacji wizualnej
- TOM XIII – Budynki
- TOM XIV – Skrzyżowania i osłona linii
- TOM XV – Ochrona środowiska
- TOM XVI – Wymagania dotyczące taboru narzucone przez infrastrukturę kolejową i obowiązujące specyfikacje TSI.

Istnieją także instrukcje lokalne związane z infrastrukturą kolejową na terenie miast np. regulacje wewnętrzne „SKMr-1 Instrukcja o prowadzeniu ruchu pociągów" zatwierdzona uchwałą nr 228/2021 Zarządu PKP Szybka Kolej Miejska w Trójmieście sp. z o.o. z dnia 25 października 2021 roku.

Ustawa z dnia 10 maja 2018 roku o Centralnym Porcie Komunikacyjnym spowodowała także konieczność przygotowania regulacji technicznych związanych z budową kolei dużych prędkości wchodzących w skład powyższego projektu. W ramach prac przygotowawczych utworzono 18 dodatkowych instrukcji związanych z budową infrastruktury kolejowej.

Na poziomie europejskim w zakresie projektowania układów geometrycznych torów i połączeń torów można odwołać się do Rozporządzenia Komisji (UE) nr 1299/2014 z dnia 18 listopada 2014 roku dotyczącego technicznych specyfikacji interoperacyjności podsystemu „Infrastruktura" systemu kolei w Unii Europejskiej.

Oprócz przepisów prawa i zatwierdzonych technicznych wytycznych branżowych istnieją także Polskie Normy (PN) z zakresu kolejnictwa np.:

- PN-EN 13803 Kolejnictwo – Tor – Parametry projektowania toru w planie – Tor o szerokości 1435 mm i większej
- PN-EN 1323-1 Kolejnictwo – Tor – Odbiór prac – część 1: Prace na torach na podsypce – Szlak, rozjazdy i skrzyżowania
- PN-EN 13848-5 Kolejnictwo – Tor – jakość geometryczna toru – część 5: Poziomy Jakości geometrycznej – Szlak.

2. Definicje podstawowe na potrzeby projektowania geometrii toru

Według instrukcji Ir-1 (2019) o prowadzeniu ruchu pociągów: linia kolejowa jest to droga kolejowa mająca początek i koniec wraz z przyległym pasem gruntu, na którą składają się odcinki linii, a także budynki, budowle i urządzenia przeznaczone do prowadzenia ruchu kolejowego wraz z zajętymi pod nie gruntami. W Polsce stosowane są głównie drogi szynowe „normalnotorowe, w której odległość pomiędzy główkami dwóch szyn wynosi 1435 mm, mierząc 14 mm poniżej górnej powierzchni tocznej szyn, posiadająca standard konstrukcyjny dostosowany do parametrów eksploatacyjnych dla danej linii kolejowej". Linie kolejowe łączą się ze sobą tworząc sieć kolejową. Linie kolejowe dzielą się na odcinki, szlaki i odstępy (BASIEWICZ I IN. 1994).

Instrukcja Ir-1 (2019) pojęcie odcinka, szlaku i odstępu definiuje następująco:

Odcinek jest to część linii kolejowej zawarta między stacjami węzłowymi albo między punktem początkowym lub końcowym linii kolejowej i najbliższą stacją węzłową.

Szlak to część linii kolejowej między:

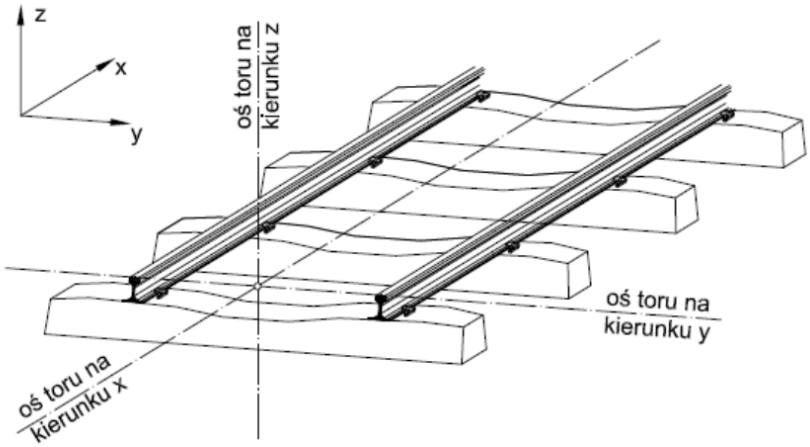
- dwoma sąsiednimi posterunkami zapowiadawczymi
- ostatnim posterunkiem zapowiadawczym i końcowym punktem linii.

Odstęp jest to część toru szlakowego między:

- posterunkiem zapowiadawczym, a najbliższym posterunkiem odstępowym lub semaforem odstępowym blokady wieloodstępowej (samoczynnej)
- dwoma kolejnymi posterunkami odstępowymi lub bocznicowymi
- dwoma kolejnymi semaforami odstępowymi blokady wieloodstępowej (samoczynnej) dla tego samego kierunku jazdy przy danym torze.

Zgodnie ze Standardami Technicznymi tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017) podstawowe definicje brzmią następująco:

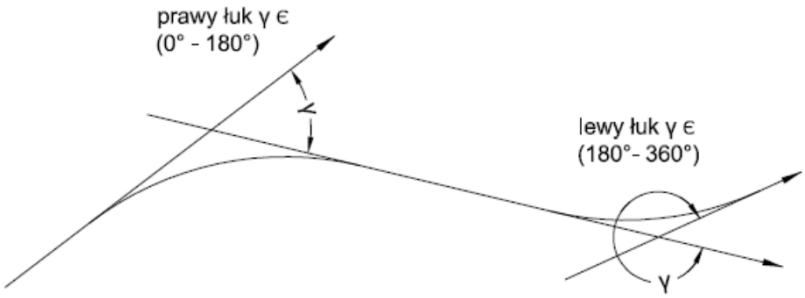
- powierzchnia toru – jest to powierzchnia wyznaczona przez najwyżej położone punkty toków szynowych
- oś toru – teoretyczna linia wyznaczona na powierzchni toru, przebiegająca w połowie odległości pomiędzy tokami szynowymi (w przypadku łuku poziomego w odległości ½ z 1435 mm od toku zewnętrznego) w kierunku wzdłuż toru (x) co przedstawia rysunek 2.1.



Rysunek 2.1 Oś toru

Źródło: Standardy Techniczne tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017)

- układ geometryczny toru – jest to ukształtowanie (odwzorowanie) osi toru na płaszczyźnie poziomej i pionowej, bądź w pewnych przypadkach (np. na rampach przechyłkowych) – ukształtowanie i wzajemne położenie osi obu toków szynowych
- kierunki łuków definiowane są jako łuk prawy i łuk lewy zgodnie z rysunkiem 2.2.



Rysunek 2.2 Kierunki łuków

Źródło: Standardy Techniczne tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017)

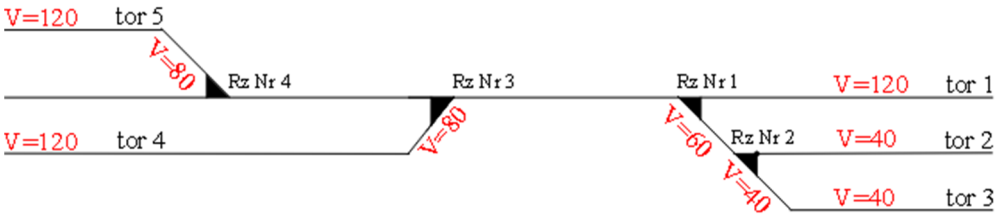
- łuk wierzchołkowy – łuk złożony z dwóch krzywych przejściowych połączonych w punktach końcowych (KKP=KKP). Przy czym krzywe przejściowe w łuku wierzchołkowym muszą być zawsze opisane tą samą funkcją np. dwie klotoidy lub dwie krzywe Blossa. Szczególnym przypadkiem łuku wierzchołkowego jest łuk paraboliczny, składający się z dwóch paraboli trzeciego stopnia

- pikietaż projektowy – określenie na planie sytuacyjnym lokalizacji punktów charakterystycznych układu geometrycznego w nawiązaniu do odległości od przyjętego punktu początkowego. Pikietaż projektowy wyznacza się dla każdego z projektowanych torów oraz połączeń torów niezależnie
- rozjazd, skrzyżowanie torów – specjalne konstrukcje wielotorowe umożliwiające przejazd pojazdów kolejowych z określoną prędkością
- połączenie torów – budowla wykonana z użyciem rozjazdów/skrzyżowań torów oraz odcinków pośrednich ułożonych pomiędzy lub stycznych do rozjazdów /skrzyżowań torów.

3. Wybrane elementy z dokumentacji projektowej

Układy geometryczne torów charakteryzują się parametrami geometrycznymi (AKPINAR, GÜLAL 2013) oraz kinematycznymi (POGORELOV 2005). Mają one szczególny wpływ na osiągane prędkości pociągów (SADEGHI, AKBARI 2006) oraz ich bezpieczeństwo (BAI, BERAWI 2010). Dokumentację projektową sporządza się dla linii kolejowej lub odcinka linii kolejowej. Zgodnie ze Standardami Technicznymi tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017) dokumentacja zawiera:

1. Parametry układu geometrycznego:
   - plan układu geometrycznego (mapa sytuacyjno - wysokościowa) przedstawiający wyłącznie układ geometryczny torów i połączeń torów z wyłączeniem innych treści, zarówno w płaszczyźnie poziomej i pionowej
   - niweletę – wyznaczoną indywidualnie dla każdego toru, a także dla szczególnych przypadków połączeń torów z zastosowaniem przechyłki i rozjazdów łukowych
   - protokoły zdawczo – odbiorcze regulacji osi toru lub plan wyznaczania i stabilizacji osi toru (połączenia torów)
   - zestawienie wyników obliczeń parametrów układu geometrycznego torów i połączeń torów w formie tabelarycznej
   - schemat układu torowego z naniesionymi prędkościami wynikającymi z geometrii układu (rysunek 3.1).



Rysunek 3.1 Schemat rozjazdów

Źródło: opracowanie własne

2. Wyniki obliczeń parametrów układu geometrycznego: pikietaż projektowy, oznaczenie punktów charakterystycznych układu geometrycznego, przyjętą prędkość maksymalną oraz minimalną, obliczone wartości parametrów geometrycznych i kinematycznych dla kolejowych elementów układu geometrycznego wraz z podaniem wartości przyjętych za dopuszczalne.

3. Obliczenia parametrów geometrycznych i kinematycznych oblicza się każdorazowo w przypadku projektowania układów geometrycznych związanych z budową, modernizacją, przebudową linii lub odcinków linii, a także regulacji istniejących układów geometrycznych torów dla potrzeb utrzymania, a także zwiększenia maksymalnej prędkości.

   Przykładowe parametry kinematyczne i geometryczne to: prędkość pojazdu szynowego, długość krzywej przejściowej, długość rampy przechyłkowej, długość łuku o stałej krzywiźnie, długość odcinka prostego, długość pochylenia pomiędzy załomami niwelety, promień łuku poziomego i pionowego, wysokość załomu niwelety, krzywizna łuku poziomego, kąt zwrotu trasy łuku poziomego, długości stycznych łuku poziomego i pionowego, wartość przechyłki, niedomiar i nadmiar przechyłki, promień ekwiwalentny łuków odwrotnych, przesunięcie łuku.

Zgodnie ze Standardami Technicznymi tom I załącznik ST-T1-A6 (2017) w celu lepszego wpasowania krzywych znajdujących się na końcach modernizowanej linii lub odcinka linii projekt powinien rozpoczynać się i kończyć w punkcie znajdującym się poza:

- łukami poziomymi, krzywymi przejściowymi, rampami przechyłkowymi
- stycznymi łuków wyokrąglających załomy niwelety
- głowicami rozjazdowymi
- przejazdami kolejowo-drogowymi
- obiektami inżynierskimi.

4. Wybrane zasady projektowania układów geometrycznych toru kolejowego w płaszczyźnie poziomej

Prace projektowe powinny być poprzedzone terenowymi pomiarami inwentaryzacyjnymi, wykonanymi w oparciu o nowo założoną osnowę geodezyjną (ŁUKASIAK I IN. 2021). Na etapie projektowania układu geometrycznego toru kolejowego określane są parametry kinematyczne i geometryczne. Do zbioru parametrów geometrycznych zalicza się (Standardy Techniczne tom I załącznik ST-T1-A6 (2017)):

- promień łuku kołowego (m)
- długość łuku kołowego (m)
- długość odcinka prostego (m)
- długość krzywej przejściowej (m)
- przechyłka (mm)
- długość rampy przechyłkowej (m)
- pochylenie rampy przechyłkowej (mm/m).

W projektowaniu układu geometrycznego nowego lub poddanego regulacji należy przyjmować model odwzorowujący ruch pojazdu szynowego, który porusza się po trajektorii wyznaczonej przez oś toru. Parametry geometryczne wyznacza się dla wszystkich układów torowych na szlakach, zarówno jedno, dwu i wielotorowych (KOC 2004). W zależności od zarządcy infrastruktury oraz przeznaczenia szlaków kolejowych (towarowe, pasażerskie) poszczególne wytyczne, co do projektowania są różne (Standardy Techniczne GK-1 (2015), Standardy Techniczne tom I załącznik ST-T1-A6 (2017)). Co wynika także z złożeń, że kształtowanie układu geometrycznego torów i ich połączeń wymaga ciągłego określania zależności pomiędzy głównymi typami parametrów (geometryczne i kinematyczne). Stąd w wytycznych i instrukcjach wartości dopuszczalne parametrów dzielą się na zalecane, normalne, rozszerzone i graniczne, co przedstawiono w tabeli 4.1.

Na wartości parametrów geometrycznych oprócz parametrów kinematycznych mają wpływ także warunki terenowe (GHOREISHI I IN. 2019) i warunki techniczne (VÁZQUEZ-MÉNDEZ I IN. 2021). Do warunków technicznych zaliczyć można wjazdy do tuneli, czy wjazdy na mosty kolejowe oraz istniejącą inną infrastrukturę miejską. Do warunków terenowych zalicza się przede wszystkim ukształtowanie terenu. W Polsce, w zależności od ukształtowania terenu, szlaki kolejowe dzieli się na (Rozp. Min. Transportu i Gospodarki Morskiej, 1998):

- nizinne – o pochyleniu terenu od 5 do 10 ‰
- podgórskie – o pochyleniu terenu od 10 do 15 ‰
- górskie – o pochyleniu terenu dochodzącym do 30 ‰ (lub większym).

Tabela 4.1 Minimalne długości odcinków prostych oraz łuków poziomych (L) w torach szlakowych, głównych zasadniczych i dodatkowych (poza połączeniami torów)

Zakres prędkości maksymalnych	**Zalecane wartości dopuszczalne**	**Normalne prędkości dopuszczalne**	**Rozszerzone wartości dopuszczalne[1)]**
	P0	**P1**	**P2**
(km/h)	(m)	(m)	(m)
1	2	3	4
$V \leq 120$	$\max\begin{cases}0{,}35V_{max}\\ 30\ m\end{cases}$		$\max\begin{cases}0{,}25V_{max}\\ 20\ m\end{cases}$
$120 < V \leq 200$	$L=0{,}40V_{max}$		$L=0{,}30V_{max}$
$200 < V \leq 250$	$L=0{,}65V_{max}$		$L=0{,}55V_{max}$
1) zgody udziela właściwy terenowo Zakład Linii Kolejowych			

Źródło: Opracowanie własne na podstawie Standardów Technicznych tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017)

Jak podaje KOWALCZYK I INNI (2022) głównymi parametrami wpływającymi na fizyczną długość toru w płaszczyźnie poziomej są łuki poziome oraz krzywe przejściowe.

Minimalne wartości łuków poziomych określane są ściśle z powiązaną prędkością maksymalną (tabela 4.1). Według Standardów Technicznych tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017) zaleca się stosowanie promieni w granicach od 600 m do 2000 m, ze względu na fakt, że łuki poziome o promieniu mniejszym od 600 m istotnie zwiększają koszty utrzymania (KOWALCZYK I IN. 2022). Przy łączeniu łuków poziomych stosowane są wstawki proste. Podobnie, od prędkości maksymalnej uzależniona jest wielkość promienia łuku poziomego. Należy stosować maksymalne możliwe promienie. W połączeniach torowych czynnikiem wpływającym na wartość promieni łuków jest także zależność geometryczne (promień i skos rozjazdu) i inne wartości dopuszczalne parametrów kinetycznych.

W celu zmniejszenia prędkości zmiany niedomiaru przechyłki (WOJTCZAK 2018) pomiędzy odcinkami o różnych wartościach krzywizny, wymagane jest stosowanie krzywych przejściowych (Standardy Techniczne tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017)). Krzywe przejściowe stosowane są pomiędzy dwoma łukami poziomymi o różnych promieniach oraz pomiędzy prostą, a łukiem poziomym. Jako krzywe przejściowe w projektowaniu układów torowych stosowane są krzywe w postaci klotoidy (KOBRYŃ

2008), paraboli trzeciego stopnia i krzywej Blossa (KOBRYŃ 2008, KOSICKI 2022, KOWALCZYK I IN. 2022). Poszukuje się także zastosowań innych typów krzywych np. krzywe Bezier (CAI I WANG 2009, KOC I PALIKOWSKA 2012).

Niezależnie od przyjętego typu krzywej przejściowej jej długość powinna zostać ustalona w oparciu o maksymalną prędkość przejazdu pojazdu szynowego. Minimalna długość krzywej przejściowej wraz z odpowiadająca jej rampą przechyłkową musi spełniać warunki techniczne (Standardy Techniczne tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017)). Minimalna długość krzywej przejściowej nie może być mniejsza niż 30 m i ma zapewniać przesunięcie części kołowej łuku nie mniejsze niż 0,02 m. Tam, gdzie prędkość maksymalna pojazdu szynowego uzależniona jest od wartości nagłej zmiany niedomiaru przechyłki (tor boczny) zalecane jest takie projektowanie, aby nie stosować krzywych przejściowych. Podstawowe parametry charakteryzujące krzywe przejściowe Blossa i paraboli trzeciego stopnia pokazano w tabeli nr 4.2.

Tabela 4.2 Podstawowe parametry charakteryzujące krzywe przejściowe Blossa i paraboli trzeciego stopnia

Typy krzywych przejściowych			
parametr	**symbol**	**parabola trzeciego stopnia**	**krzywa Blossa**
równanie opisujące krzywą	y(x)	$y(x)=\frac{x^3}{6RL}$	$y(x)=\frac{1}{R}\left(\frac{x^4}{4L^2}-\frac{x^5}{10L^3}\right)$
krzywizna	K	$K=\frac{1}{R}$	$K=\frac{1}{R}$
wielkość rzędnej na końcu krzywej	y_{KKP}	$y_{KKP}=\frac{L^2}{6R}$	$y_{KKP}=\frac{3L^2}{20R}$
długość mierzona po krzywiźnie	$\hat{L}$	$\hat{L}=L+\frac{L^3}{40R}$	$\hat{L}=L+0{,}0228\frac{L^3}{R}$
przesunięcie łuku	n	$n=\frac{L^2}{24}\left\|\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right\|$	$n=\frac{L^2}{40}\left\|\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right\|$
wydłużenie krzywej w stosunku do paraboli 3 st.	---	1,0	1,291
odpowiadające krzywym przejściowym rampy przechyłkowe			
Typ rampy	**---**	**prostoliniowa**	**krzywoliniowa**
Wartość przechyłki na odciętej x	D(x)	$D(x)=D_1+\frac{Dx}{L}$	$D(x)=D_1+D\left(\frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x^3}{L^3}\right)$
Maksymalne pochylenie (wichrowatość projektowa)	$\left(\frac{dD}{ds}\right)_{max}$	$\left(\frac{dD}{ds}\right)_{max}=\frac{dD}{ds}=\frac{\Delta D}{L}$	$\left(\frac{dD}{ds}\right)_{max}=\frac{3\Delta D}{2L}$
Zmiana przechyłki w czasie (prędkość podnoszenia koła)	$\frac{dD}{dt}$	$\frac{dD}{dt}=\frac{\Delta DV}{3{,}6L}$	$\frac{dD}{dt}=\frac{3\Delta DV}{7{,}2L}$

Źródło: opracowanie własne na podstawie Standardów Technicznych tom I załącznik ST1-T1-A6 (2017)

5. Dotychczas stosowane metody wpasowania krzywych

Metody regulacji toru w płaszczyźnie poziomej ulegały na przestrzeni lat zasadniczym przeobrażeniom. Dotychczas stosowane metody regulacji oparte na wykresach kątów, krzywizn, strzałek i przechyłek wykazują dużą wrażliwość na przyjętą metodykę obliczeniową i pomiarową. Wykorzystywane metody przy regulacji torów to techniki czasochłonne między innymi: metoda wykreślna, analityczno - wykreślna oraz mechaniczna. Najczęściej wykorzystywaną jest metoda analityczno – wykreślna. Jak wskazano powyżej tworzone są w tym przypadku wykresy kątów na podstawie odkładanych długości krzywej oraz kąta zwrotu stycznych. Obydwie wielkości powinny być wprowadzane w odpowiedniej skali długości i kątów (LAUDYN 1993). Metoda wykresu kątów charakteryzuje się jednak uchybieniami, między innymi przypadkowością (brak optymalnego rozwiązania) oraz niską dokładnością dla nieliniowych krzywych (BAŁUCH 1978). Opracowany w ramach rozprawy algorytm eliminuje konieczność ręcznego pomiaru strzałek. Istniejące metody nie pozwalają na takie podejście (KĘDRA 2005). Obecnie wykorzystywane metody są bardzo czasochłonne. Wynika to między innymi z nieliniowego charakteru funkcji do wpasowywania zespołów krzywych. Problem ten eliminowany jest poprzez linearyzację takich funkcji, co powoduje utratę dokładności (KOBRYŃ 2009). LENDA I STRACH (2012) przedstawili zalety identyfikacji układu geometrycznego toru kolejowego w oparciu o wykres krzywizn tworzony na podstawie aproksymacyjnych funkcji sklejanych opisujących oś toru. Nowa metoda wykorzystania pomiarów strzałek do odtworzenia kształtu osi toru, oparta na zastosowaniu filtrów cząsteczkowych, została przedstawiona przez YOSHIMURA, NAGANUMA (2013). W zaproponowanym przez wspomnianych autorów algorytmie wykorzystana została metoda Monte Carlo (MC) polegająca na wielokrotnym generowaniu danych. Metoda ta opiera się na przypadkowym, losowym dobieraniu wartości parametrów zadania. Najczęściej stosowana jest w zadaniach wymagających dużej liczby obliczeń w krótkim czasie, w zadaniach trudnych, gdy nie ma możliwości zastosowania innej metody (BRERETON I IN. 2014).

6. Wpasowanie krzywych w zbiór punktów

Jak wspomniano w rozdziale 4 tor kolejowy składa się z odcinków prostych, łuków kołowych, ramp przechyłkowych i krzywych przejściowych. Do elementów krzywoliniowych zalicza się łuki kołowe (łuk o stałym promieniu R) i krzywe przejściowe.

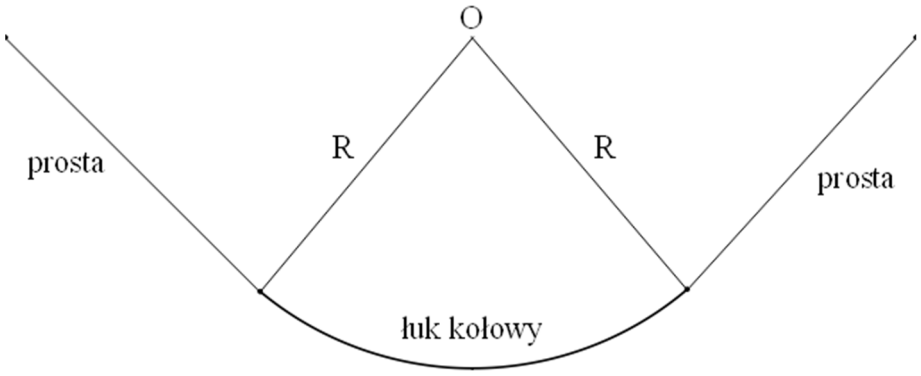
W kolejnictwie nie występują łuki koszowe ze względu na konieczność łączenia łuków kołowych poprzez wstawkę prostą. Dwie połączone krzywe przejściowe tworzą łuk wierzchołkowy. Jako krzywe przejściowe stosowane są: parabola trzeciego stopnia (KOROLEV 2001, ZBOINSKI, WOZNICA 2021), krzywa Blossa (TAŞÇI, KULOĞLU 2011, KOC 2019) i klotoida (KUFVER 2000, SADEGHI I IN. 2021). Najczęściej wykorzystywana jest klotoida – krzywa, dla której krzywizna wzrasta proporcjonalnie do jej długości (SYSAK 1982, BAŁUCH 2001, GRALA, KOPIEJEWSKI 2006).

Ze względu na dużą liczbę kombinacji elementów krzywoliniowych i prostych oraz możliwych do użycia krzywych przejściowych w niniejszej rozprawie zdecydowano się na testowanie jedynie pojedynczych łuków kołowych i łuków kołowych w połączeniu z klotoidami.

Poniżej na rysunku nr 6.1 oraz rysunku nr 6.2 zobrazowano elementy osi toru kolejowego, których wpasowanie zostało przedstawione w niniejszej rozprawie.

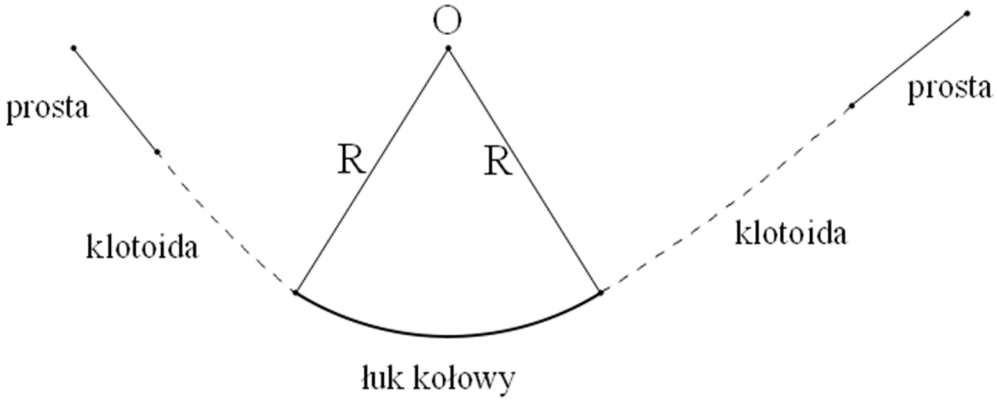
Głównym zadaniem rozprawy doktorskiej było wyprowadzenie matematycznego modelu wpasowania odcinków prostych, łuku kołowego i łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór pomierzonych punktów, co przedstawiono w poniższych podrozdziałach.

W proponowanej metodzie wpasowania krzywych w zbiór punktów zakłada się, że zbiór danych jest w postaci współrzędnych punktów pomierzonych na torze i nie jest konieczne podawanie żadnych innych dodatkowych informacji np. w postaci przybliżonych wartości parametrów krzywych. Wartości te są jednak konieczne do realizacji zadania wpasowania, ponieważ optymalizacja wymaga podania punktu startowego w procesie poszukiwania optymalnego rozwiązania. W proponowanej metodzie punkt startowy jest w postaci przybliżonych wartości parametrów. Wartości te nie muszą być podawane przez użytkownika, ale określa się je jedynie na podstawie danych wejściowych tj. współrzędnych pomierzonych punktów i znajomości zależności geometrycznych występujących w zespołach krzywych podlegających wpasowaniu.



Rysunek 6.1 Łuk kołowy zawarty pomiędzy dwoma odcinkami prostymi

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 6.2 Łuk kołowy wraz z krzywymi przejściowymi do odcinków prostych

Źródło: opracowanie własne

6.1. Ogólna koncepcja wpasowania krzywych w zbiór punktów

W proponowanej metodzie wpasowania osi toru można wyróżnić następujące etapy:

- parametryzacja zadania (wyprowadzenie modelu matematycznego zadania),
- realizacja zadania optymalizacyjnego (dostosowanie metody sympleksu Neldera-Mead'a do zadania – bliżej opisane w rozdziale nr 7).

Wyprowadzenie modelu matematycznego było najważniejszym z procesów realizowanych w niniejszej rozprawie. Proponowane podejście opiera się na utworzeniu

modelu matematycznego określającego zależności między parametrami krzywych, a odległościami wpasowywanych punktów od tych krzywych, a następnie optymalizacji kryterium opartego na tych odległościach (np. minimalizacji sumy kwadratów tych odległości).

W pracy rozpatrywane są dwa zespoły krzywych: pojedynczy łuk kołowy i łuk kołowy z niesymetrycznymi klotoidami. Podstawą realizacji zadania jest przygotowanie matematycznego modelu zespołu krzywych stycznego do osi reprezentujących odcinki proste trasy.

Punktem wyjścia metody wpasowania jest wyznaczenie odcinków prostych. Realizacja tego zadania polega na podaniu zbioru punktów, które z całą pewnością leżą na odcinkach prostych. Użytkownik metody dla każdego odcinka prostego musi podać dwa punkty reprezentujące jego początek i koniec. W celu uniknięcia wpasowania punktów, które leżą poza odcinkiem prostym (na krzywych) podane początek i koniec odcinka prostego mogą być krótsze od rzeczywistych, ale nie mogą być dłuższe.

Punkty znajdujące się pomiędzy określonym początkiem i końcem prostej podlegają wpasowaniu - regresji liniowej.

Po wpasowaniu odcinków prostych znajdowane są punkty przecięcia prostych zawierających te odcinki – punkty zwrotu osi trasy. Obliczane są także kąty zwrotu trasy.

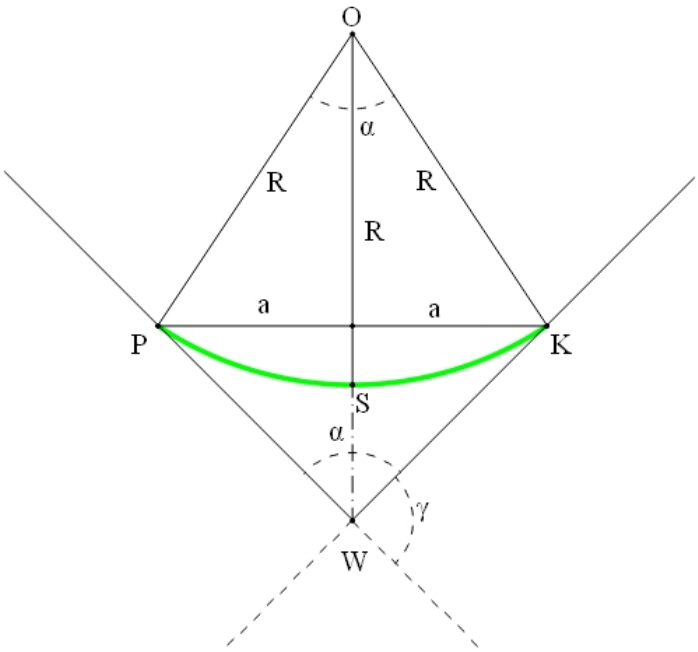
Kolejnym etapem zadania jest wpasowanie krzywych w główne kierunki trasy reprezentowane przez wpasowane proste.

Koniecznym warunkiem wpasowania jest zapewnienie styczności krzywych do odcinków prostych trasy oraz posiadanie przez różne krzywe wspólnych stycznych w punktach ich łączenia.

W rozprawie zastosowano geodezyjny układ współrzędnych, gdzie współrzędne x i y są zamienione w porównaniu do najczęściej stosowanych matematycznych układów współrzędnych.

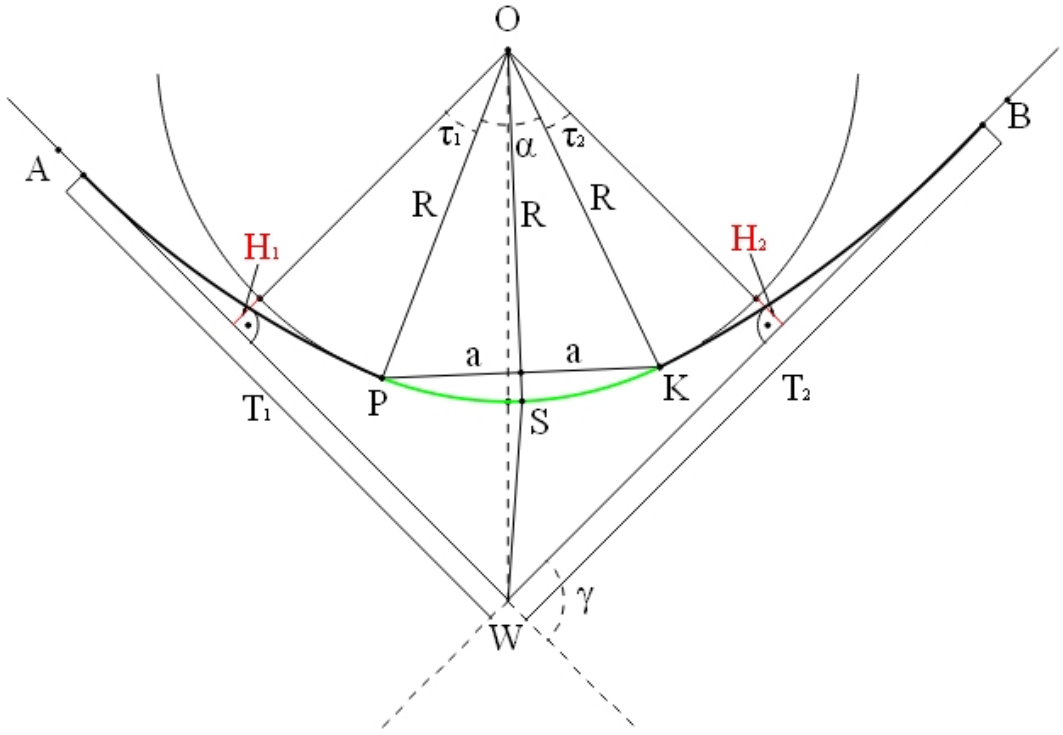
W proponowanej metodzie wielokrotnie wykorzystywana jest też transformacja współrzędnych punktów, składająca się z dwóch operacji: translacji i obrotu. Transformacja ta jest realizowana przez funkcję napisaną w środowisku MATLAB. Wymaga ona podania jedynie dwóch danych wejściowych w postaci: współrzędnych punktu (w układzie pierwotnym), w którym ma być środek nowego układu współrzędnych oraz kąta (azymutu), który z osią x układu pierwotnego tworzy oś x układu wtórnego.

Rozpatrywane zespoły krzywych styczne do głównych kierunków trasy przedstawione są na rysunku nr 6.3 oraz rysunku nr 6.4.



Rysunek 6.3 Zależności geometryczne w łuku kołowym

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 6.4 Zależności geometryczne w łuku kołowym z niesymetrycznymi klotoidami

Źródło: opracowanie własne

Projektowane krzywe muszą posiadać właściwe wartości parametrów, aby były odpowiednio wpasowane w zespół pomierzonych punktów. Określenie wartości tych parametrów jest jednym z głównych zadań wpasowania.

6.2. Wpasowanie odcinków prostych w zbiór punktów

Przed realizacją wpasowania zespołu odcinków krzywoliniowych dokonywana jest identyfikacja punktów znajdujących się wyłącznie w obszarze odcinków prostych.

Spośród wszystkich pomierzonych punktów wyszukiwane są punkty, których współrzędne y_i na pewno znajdują się na odcinkach prostych. Punkty te lokalizowane są w oparciu o określone przez operatora współrzędne y_i początku (y_{p1}) i końca (y_{k1}) grupy punktów zarówno przed punktem zwrotu stycznych jak i za tym punktem (y_{p2}, y_{k2}). Punkty jakie należy wskazać koniecznie muszą znajdować się na odcinku prostym, nie musi to być początek i koniec odcinków prostych, mogą to być punkty położone na odcinku między początkiem i końcem.

Zgodnie z powyższym współrzędne y_i muszą spełniać warunki (6.1) i (6.2):

$$y_{p1} < y_i < y_{k1} \tag{6.1}$$

$$y_{p2} < y_i < y_{k2} \tag{6.2}$$

Jeżeli współrzędne y_i spełniają powyższe warunki to na pewno znajdują się w obszarze prostego odcinka osi toru. Po wyborze odpowiednich punktów wpasowywana jest prosta w wyznaczony zbiór punktów zgodnie z równaniem (6.3).

$$y = \mathrm{a}x + \mathrm{b} \tag{6.3}$$

gdzie parametry równania prostej a i b są następującej postaci (6.4) i (6.5):

$$\mathrm{a} = \frac{\left(\mathrm{S}_x - \mathrm{S}_y + \sqrt{\left(\mathrm{S}_x - \mathrm{S}_y\right)^2 + 4\mathrm{S}_{xy}{}^2}\right)\mathrm{S}_{xy}}{2} \tag{6.4}$$

$$\mathrm{b} = \bar{x} - \mathrm{a}\bar{\mathrm{y}} \tag{6.5}$$

a składowe parametrów wyznaczone są z poniższych wzorów nr (6.6), (6.7) oraz (6.8)

$$\mathrm{S}_x = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\mathrm{n}} \tag{6.6}$$

$$S_y = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \bar{y})^2}{n} \tag{6.7}$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n} \tag{6.8}$$

Wzory (6.4) - (6.8) realizują wpasowanie ortogonalne tj. minimalizują prostopadłe odległości punktów od prostej.

Znając parametry prostej wyznaczane są ostateczne odchyłki ortogonalne h_i punktów od prostej zgodnie ze wzorem (6.9):

$$h_i = \sqrt{\frac{(ay_i - bx_i)^2}{(a^2 + 1)}} \tag{6.9}$$

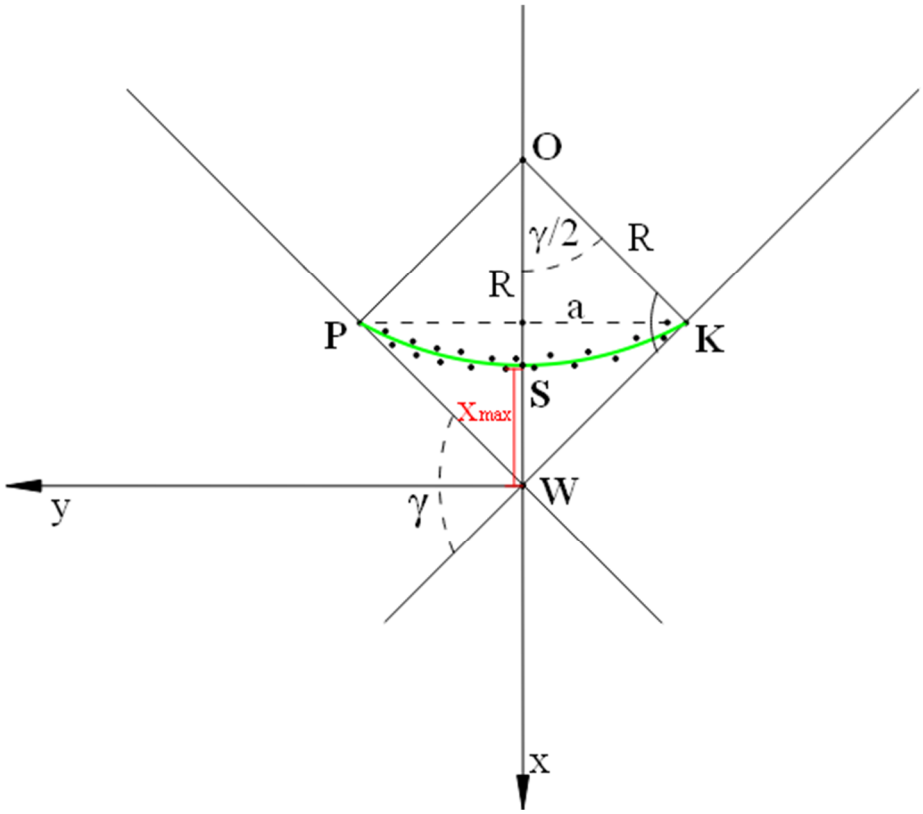
6.3. Wpasowanie łuku kołowego stycznego do głównych kierunków trasy w zbiór pomierzonych punktów

Wpasowanie łuku kołowego w zbiór pomierzonych punktów realizowane jest w kilku etapach, które zostały bliżej przedstawione w poniższych podrozdziałach.

6.3.1. Określenie przybliżonych wartości parametrów zadania

Proponowana metoda optymalizacji nie wymaga linearyzacji układu równań obserwacji. Konieczne jest jedynie podanie przybliżonych wartości parametrów. W pracy przyjęto założenie, że danymi wejściowymi są tylko współrzędne punktów do wpasowania. Nie ma żadnych wstępnych informacji na temat wartości parametrów, a ich przybliżone wartości określa się na podstawie danych wejściowych w postaci współrzędnych pomierzonych punktów. Do określenia przybliżonej wartości promienia R wykorzystano zależność pomiędzy odcinkiem WS, a promieniem R. Z trójkąta OWK przedstawionego na poniższym rysunku 6.5 wynika zależność 6.10:

$$R = \frac{WS \cos\frac{\gamma}{2}}{1 - \cos\frac{\gamma}{2}} \tag{6.10}$$



Rysunek 6.5 Zależności geometryczne w łuku kołowym

Źródło: opracowanie własne

Kąt gamma (γ) jest znany, a zatem należy określić długość odcinka *WS*.

Metoda zakłada, że odcinek *WS* określany jest ze zbioru współrzędnych *x* punktów do wpasowania w układzie przedstawionym na powyższym rysunku 6.5.

Do realizacji układu wykorzystywana jest funkcja przygotowana w programie MATLAB, która wykonuje transformację składającą się z translacji i obrotu.

Odcinek *WS* w takim układzie współrzędnych jest aproksymowany maksymalną wartością współrzędnej *x* wybraną spośród współrzędnych *x* punktów do wpasowania. Należy zauważyć, że w układzie z rysunku 6.5 wszystkie wartości współrzędnych x wpasowywanych punktów są ujemne. Stąd wynika, że maksymalną wartość współrzędnej x posiada punkt leżący najbliżej wierzchołka W.

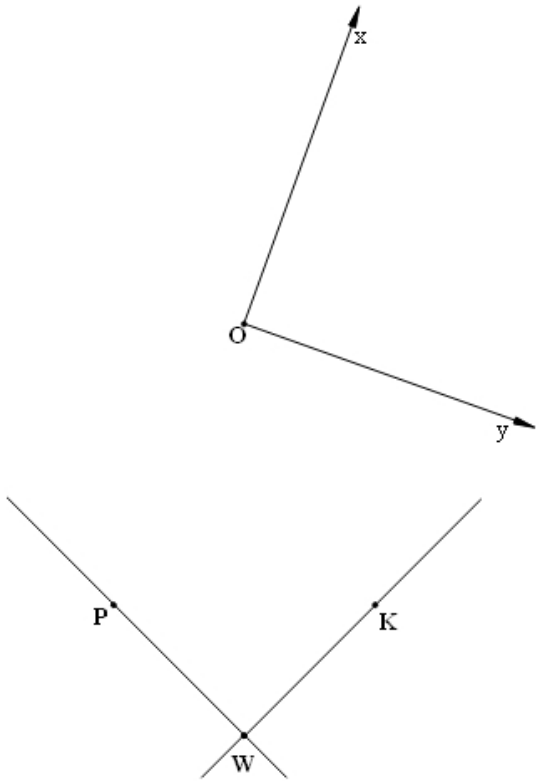
Ostatecznie wzór na przybliżoną wartość parametru *R* przyjmuje postać (6.11):

$$R = \frac{|x_{max}| \cos\frac{\gamma}{2}}{1 - \cos\frac{\gamma}{2}} \tag{6.11}$$

W tym przypadku określane x_{max}, jest używane do wyznaczenia przybliżonej wartości parametru *R*.

6.3.2. Wpasowanie łuku kołowego

Wpasowanie łuku kołowego poprzedzone jest transformacją współrzędnych wpasowywanych punktów do układu ze środkiem w środku łuku kołowego i osią x skierowaną na punkt W. Dzięki temu w równaniach pseudoobserwacyjnych będzie występował tylko jeden parametr w postaci promienia *R*.

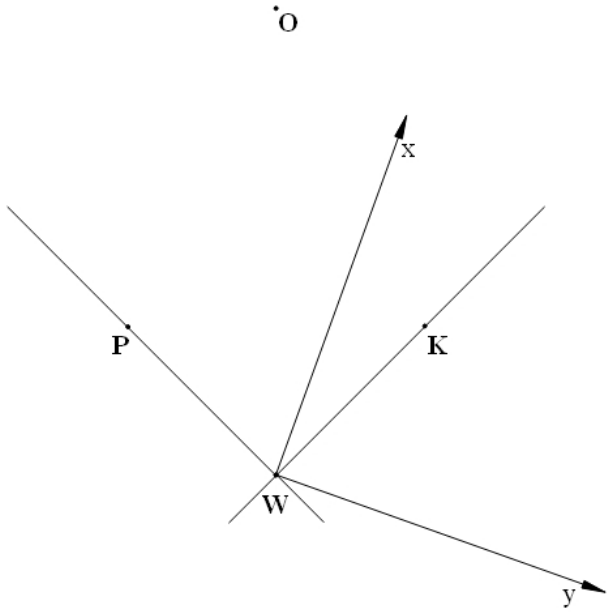


Rysunek 6.6 Pierwotny układ współrzędnych

Źródło: opracowanie własne

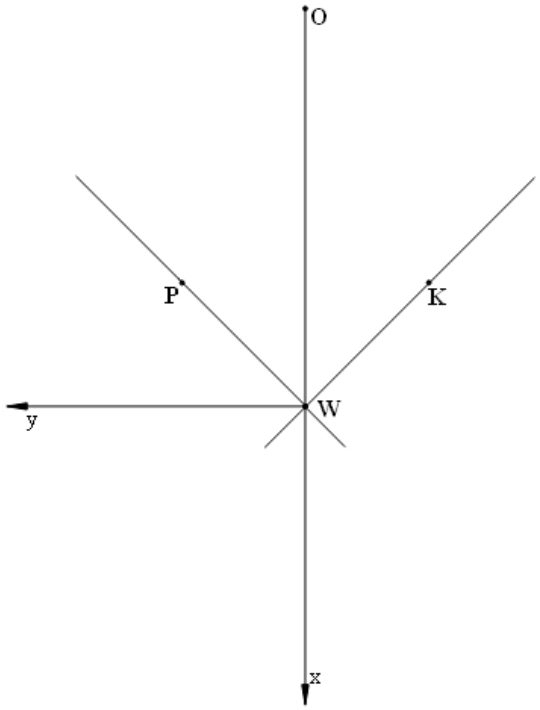
Proces transformacji do wpasowania łuku kołowego składa się z trzech operacji:

1. Translacja środka pierwotnego układu współrzędnych do punktu W. Układ pierwotny i układ po translacji przedstawiono na rysunku 6.6 oraz rysunku 6.7.
2. Obrót układu współrzędnych o kąt, który doprowadzi do ustalenia kierunku osi x wzdłuż dwusiecznej kąta α (stanowiącego dopełnienie kąta γ do kąta półpełnego) w kierunku punktu W, co przedstawiono na rysunku 6.8.
3. Przesunięcie środka układu współrzędnych wzdłuż osi x, z punktu W do środka łuku kołowego (O), co ukazano na rysunku 6.9.



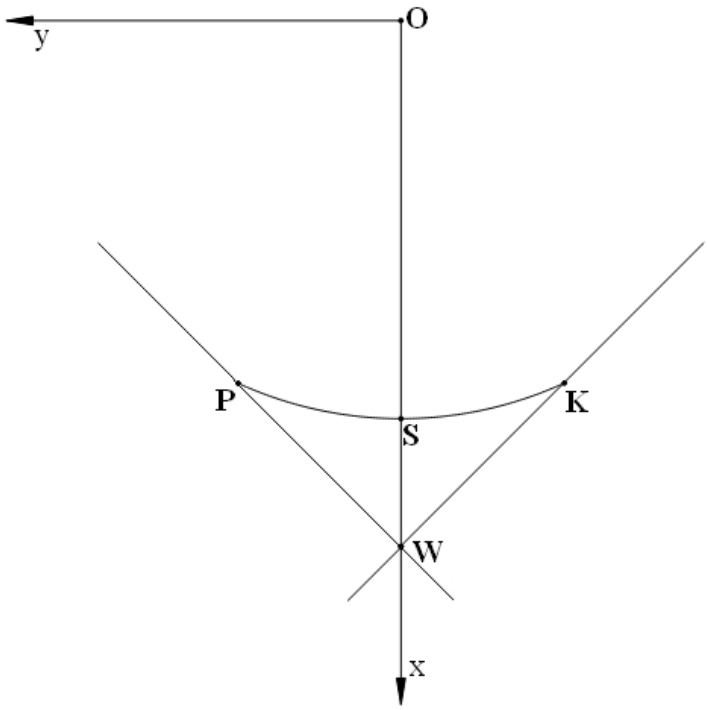
Rysunek 6.7 Układ współrzędnych o środku w punkcie W

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 6.8 Układ współrzędnych o środku w punkcie W i osią x na przedłużeniu odcinka OW

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 6.9 Układ współrzędnych o środku w punkcie O i osią x skierowaną wzdłuż odcinka OW

Źródło: opracowanie własne

W proponowanej metodzie tworzy się układ równań ortogonalnych przesunięć wpasowywanych punktów do łuku w następującej postaci ogólnej (6.12):

$$\mathbf{v}_{\mathrm{i}} = \sqrt{(x_{\mathrm{i}} - x_0)^2 + \left(y_{\mathrm{i}} - y_0\right)^2} - R \tag{6.12}$$

Opisana w punkcie 3 procesu transformacji translacja o wektor *WO* wzdłuż osi x doprowadziła do środka układu współrzędnych w punkcie O, gdzie współrzędne punktu O wynoszą $x_0 = 0$ oraz $y_0 = 0$. Wielkość odcinka *WO* wyznaczona została z poniższego wzoru 6.13:

$$WO = \frac{R}{\cos\frac{\gamma}{2}} \tag{6.13}$$

Stąd postać równania obserwacyjnego wygląda następująco (6.14):

$$\mathbf{v}_{\mathrm{i}} = \sqrt{\left(x_i'\right)^2 + \left(y_i'\right)^2} - R \tag{6.14}$$

gdzie:

x'_i - współrzędna x pomierzonego punktu po transformacji,

y'_i - współrzędna y pomierzonego punktu po transformacji,

R - promień łuku kołowego.

Powyższy typ równania nazwano równaniem pseudoobserwacyjnym. Uproszczenie ogólnego równania poprawki 6.12 do postaci 6.14 było możliwe dzięki transformacji realizowanej za pomocą wzorów, w które uwikłany jest wyznaczany parametr R (przesunięcie o wektor WO). W związku z czym transformacja ta jest częścią funkcji obliczającej wartość kryterium optymalizacji. W proponowanym podejściu funkcja obliczająca nie przedstawia w bezpośredni sposób (za pomocą jednego wzoru) zależności pomiędzy wyznaczanym parametrem, a poprawkami. Numeryczna metoda poszukująca rozwiązania w postaci wartości poprawek i ostatecznie wartości kryterium optymalizacji (funkcji celu) może składać się z ciągu kilku operacji. Ciąg tych operacji zawiera wzory realizujące transformację i następnie wzór poprawki.

Do jednoznacznego określenia położenia łuku stycznego do dwóch odcinków prostych wystarczy określenie wartości jednego parametru np. promienia (R), co można zauważyć na podstawie równania (6.14). W identyfikację środka układu współrzędnych, równoważnego z zapewnieniem warunku x_0=0, y_0=0 uwikłany jest również tylko jeden (ten sam) parametr w postaci promienia R. W realizacji odpowiedniej orientacji osi układu współrzędnych oraz identyfikacji jego środka przy pomocy wzoru (6.13) wykorzystuje się dodatkowo kąt zwrotu stycznych γ, który na tym etapie opracowania traktowany jest jako wielkość znana tj. stała, nie podlegająca wyznaczeniu.

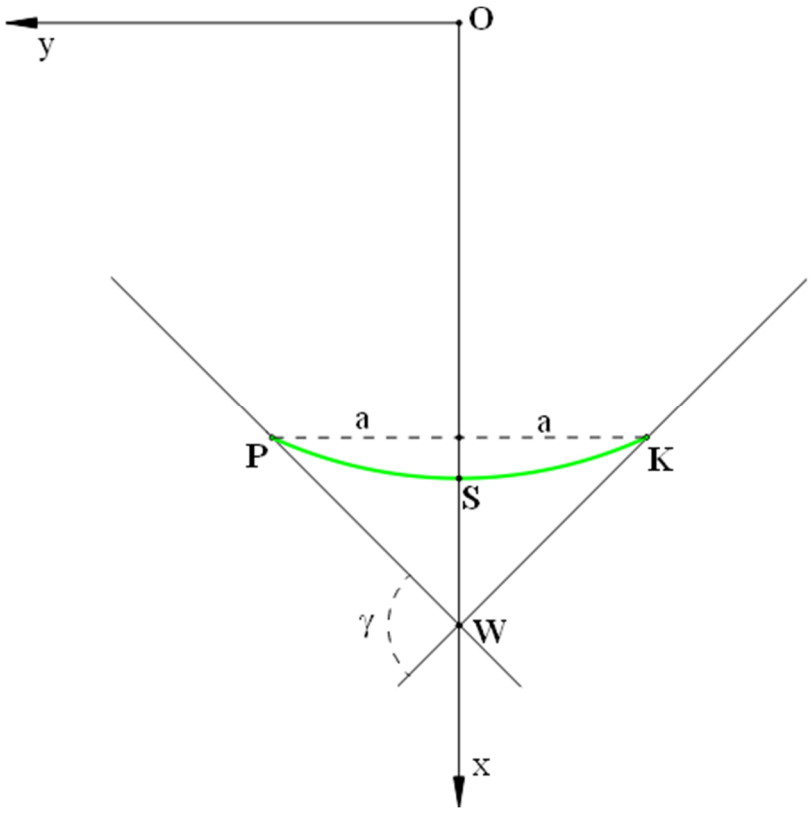
6.3.3. Wybór punktów znajdujących się na łuku kołowym

Ważnym problemem w trakcie wpasowywania łuku kołowego w zbiór punktów jest identyfikacja punktów znajdujących się wyłącznie w obszarze łuku kołowego. Tylko te punkty mogą zostać wykorzystane do tworzenia równań pseudoobserwacyjnych.

Punkty te można rozpoznać poprzez określenie cięciwy łuku kołowego (a), która jest zależna od niewiadomego parametru R, zgodnie ze wzorem nr 6.15:

$$a = R \sin\frac{\gamma}{2} \tag{6.15}$$

W układzie współrzędnych po transformacji zbiór tych punktów może być określony jako zbiór punktów o wartościach współrzędnych y z przedziału od -a do a, co przedstawiono na poniższym rysunku 6.10.



Rysunek 6.10 Widok cięciwy łuku kołowego

Źródło: opracowanie własne

W proponowanym podejściu stosowana jest metoda, która nie wymaga linearyzacji równań pseudoobserwacyjnych. Dlatego też równanie (6.14) może być wykorzystane w procesie optymalizacji w postaci bezpośredniej. W badaniach została zastosowana Metoda Najmniejszych Kwadratów (MNK). Rozwiązanie zadania poszukiwane jest w miejscu minimalizującym sumę kwadratów poprawek pseudoobserwacyjnych (równanie 6.16).

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} \left(\mathbf{v}_i^2 \right) \tag{6.16}$$

6.4. Wpasowanie łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów

W zadaniu wpasowania łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami punktem wyjściowym, podobnie jak w poprzednim przypadku, jest określenie punktu przecięcia osi tras zawierających odcinki proste oraz wartości kąta zwrotu stycznych.

W przypadku zbioru kilku krzywych oprócz warunku styczności krzywych do głównych kierunków trasy musi też być zapewniony warunek styczności pomiędzy kolejnymi elementami krzywoliniowymi. Warunek ten realizowany jest poprzez zapewnienie wspólnej stycznej dla krzywych w punkcie ich połączenia.

W przypadku, gdy określone są już główne kierunki trasy oraz kąt zwrotu stycznych, do jednoznacznego określenia zespołu trzech krzywych, składającego się z łuku kołowego i dwóch niesymetrycznych klotoid niezbędna jest znajomość trzech parametrów (np. R, x_0, y_0).

6.4.1. Przygotowanie przybliżonych wartości parametrów

W przedstawionych w dalszej części pracy równaniach pseudoobserwacyjnych występują trzy parametry:

R – promień łuku kołowego,

x_0 – współrzędna x środka łuku kołowego,

y_0 - współrzędna y środka łuku kołowego.

Poza wymienionymi parametrami w równaniach występują wielkości pomocnicze, które pozwalają na proste przedstawienie równań poprawek i obliczenie funkcji celu:

T_1 - styczna nr 1,

T_2 - styczna nr 2,

a_1 - parametr pierwszej klotoidy,

a_2 - parametr drugiej klotoidy.

Wartości tych wielkości pomocniczych obliczane są za pomocą trzech głównych parametrów. Do wstępnego wpasowania zespołu krzywych wyznaczane są punkty, które leżą pomiędzy punktem końcowym do wpasowania prostych przed punktem załamania stycznych, a punktem początkowym wybranym do wpasowania odcinka prostego za punktem zwrotu stycznych. Punkty te uszeregowane są zgodnie ze wzrastającym kilometrażem trasy.

6.4.2. Sposób określenia wartości przybliżonych parametrów

Przybliżona wartość parametru R jest określana analogicznie do sposobu opisanego przy wpasowaniu pojedynczego łuku kołowego (podrozdział 6.3.1).

Do określenia parametrów x_0 i y_0 (współrzędne środka łuku kołowego) przyjmuje się wstępnie założenie o symetryczności klotoid. Przy takim założeniu środek łuku kołowego

będzie leżał na dwusiecznej kąta alfa (α), który jest dopełnieniem kąta zwrotu stycznych γ do kąta półpełnego. Założenie to w ogólnym przypadku nie jest spełnione, jednak może być przyjęte do celu określenia przybliżonych wartości środka łuku kołowego, gdyż dokładność wyznaczona przy tym założeniu zapewnia zbieżność procesu optymalizacyjnego. Poprawność przyjęcia tego założenia została zweryfikowana empirycznie w części badawczej pracy.

Przybliżone współrzędne środka łuku kołowego wyznaczono za pomocą miar biegunowych w oparciu o znane zależności geometryczne (wzór od 6.17 do 6.20). Miarą liniową jest długość odcinka stanowiącego sumę promienia R oraz odległości WS. Miarę kątową stanowi azymut dwusiecznej kąta α (A_z) określony na podstawie znanych azymutów linii przed (A_{AW}) i za punktem zwrotu stycznych (A_{WB}) oraz kąta zwrotu stycznych γ. Powyższe miary kątowe przedstawiono na rysunku 6.11.

$$A_z = A_{WB} - \frac{\pi - \gamma}{2} \tag{6.17}$$

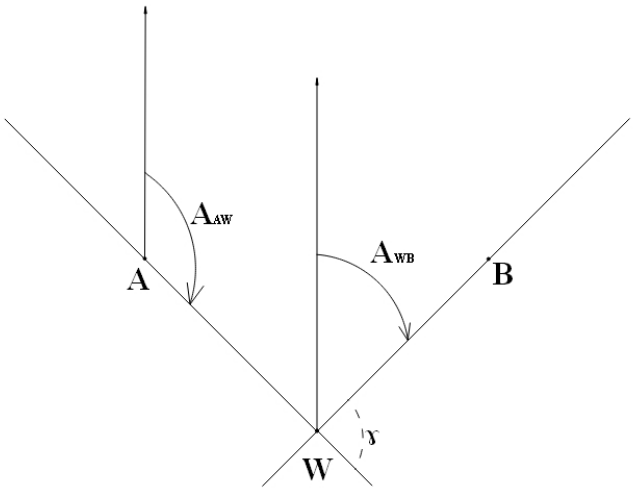
$$d = R + WS \tag{6.18}$$

$$x_0 = x_w + d\cos A_z \tag{6.19}$$

$$y_0 = y_w + d\sin A_z \tag{6.20}$$

gdzie:

x_w, y_w to współrzędne punktu wierzchołkowego W.



Rysunek 6.11 Azymut A_{AW} oraz A_{WB}

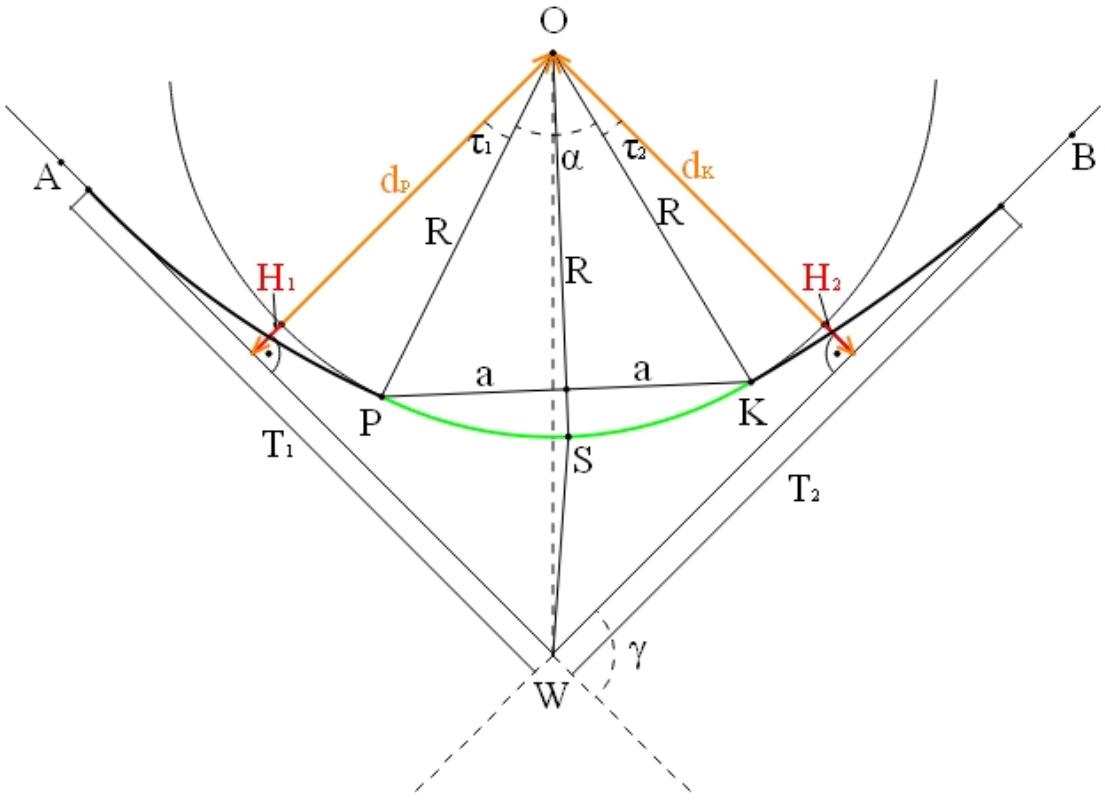
Źródło: opracowanie własne

6.4.3. Tworzenie równań pseudoobserwacyjnych dla łuku kołowego w zespole krzywych

W celu ułożenia równania poprawek dla całego zespołu krzywych podlegających wpasowaniu w zbiór punktów konieczne jest wyznaczenie wielkości pomocniczych m.in. kąty τ_1 i τ_2 oraz parametry klotoid a_1 i a_2. Do obliczenia wartości kątów τ_1 i τ_2 określane są wartości H_1 i H_2. Wartości te otrzymane są poprzez odjęcie od odległości pomiędzy środkiem łuku kołowego, a stycznymi d_p i d_k (odcinki proste przed i za załamaniem osi trasy) wartości promienia łuku kołowego (wzór 6.21 oraz 6.22). Wymienione wielkości zilustrowano na rysunku 6.12.

$$H_1 = d_p - R \tag{6.21}$$

$$H_2 = d_k - R \tag{6.22}$$



Rysunek 6.12 Zależności geometryczne służące wyznaczeniu wartości H_1 i H_2

Źródło: opracowanie własne

d_p i d_k to odległości od środka łuku kołowego o współrzędnych x_0, y_0 do jego rzutów na główne osie trasy obliczone ze znanych wzorów na odległość punktu od prostej. Parametry równań prostych zostały określone na etapie wpasowania odcinków prostoliniowych w zbiór punktów.

Przed ostatecznym wyznaczeniem wartości H_1 i H_2 przeprowadzana jest analiza czy ich wartości nie są ujemne. Jeżeli mają wartość mniejszą od zera to wartości funkcji celu Ψ przyporządkowywana jest wartość 10 000 000. Warunek ten założono, aby proces obliczeniowy nie zmierzał w tym kierunku.

Po obliczeniu wartości H_1 i H_2 wartości kątów τ_1 i τ_2 wyznaczono z poniższych wzorów (6.23) i (6.24):

$$\tau_1 = \sqrt{2\left(\sqrt{1+\frac{6H_1}{R}}-1\right)} \tag{6.23}$$

$$\tau_2 = \sqrt{2\left(\sqrt{1+\frac{6H_2}{R}}-1\right)} \tag{6.24}$$

Wzory 6.23 oraz 6.24 wynikają z wyrażenia odległości d za pomocą dwóch sposobów: jako sumy promienia łuku kołowego R i odległości H oraz pewnej funkcji kąta τ, a następnie porównanie tych dwóch wielkości.

Kolejno wyznaczono wartości parametrów klotoid a_1 oraz a_2 na podstawie wzorów (6.25) i (6.26) z wykorzystaniem znanych wartości: promienia łuku kołowego (R) oraz kątów τ_1 i τ_2.

$$a_1 = \sqrt{L_1 R} \tag{6.25}$$

$$a_2 = \sqrt{L_2 R} \tag{6.26}$$

Pomocniczą długość pierwszej klotoidy (L_1) przed punktem zwrotu stycznych i pomocniczą długość drugiej klotoidy (L_2) za punktem zwrotu stycznych określono z poniższych zależności (wzór 6.27 i 6.28):

$$L_1 = 2R\tau_1 \tag{6.27}$$

$$L_2 = 2R\tau_2 \tag{6.28}$$

Do wpasowania łuku kołowego w zespole krzywych przeprowadza się transformację podobną do transformacji opisanej przy wpasowaniu pojedynczego łuku kołowego (podrozdział 6.3.2) – proces transformacji układu współrzędnych.

Układ współrzędnych do wpasowania łuku kołowego posiada początek w środku łuku kołowego O (x_0=0, y_0=0), oś x skierowaną zgodnie z azymutem A_z, a oś y prostopadłą do osi x.

Wartość wyżej wymienionego azymutu A_z wyznaczana jest w oparciu o wartość znanego azymutu A_{AW} linii przed punktem zwrotu osi trasy (przedstawionego na rysunku 6.11), wyznaczonej wartości kąta τ_1 oraz kąta α z zależności 6.29:

$$A_z = A_{AW} + \frac{\pi}{2} - \tau_1 - \frac{\alpha}{2} \tag{6.29}$$

przy czym wartość kąta α obliczana jest z poniżej zależności 6.30:

$$\alpha = \gamma - \tau_1 - \tau_2 \tag{6.30}$$

Postać równania (6.29) została wyprowadzona dla układu osi trasy przedstawionego na rysunku 6.12. W przypadku innego układu tych osi np. z odwrotnym kierunkiem trasy (punkty A i B zamienione miejscami) znaki plus i minus zamieniłyby się na przeciwne. Równanie poprawek dla poszczególnych punktów na łuku kołowym wygląda następująco (wzór 6.31):

$$\mathbf{v}_\mathrm{i} = \sqrt{(x'_i)^2 + \left(y'_i\right)^2} - R \tag{6.31}$$

gdzie:

x'_i, y'_i – to współrzędne x i y pomierzonych punktów po transformacji, znajdujące się na łuku kołowym.

W celu utworzenia równań pseudoobserwacyjnych do wpasowania pierwszej klotoidy transformowane są współrzędne punktów do układu z początkiem w punkcie W i osią x skierowaną zgodnie z kierunkiem trasy przed punktem zwrotu stycznych. Następnie dodatkowo wykonywana jest translacja o wartość T_1 wzdłuż osi x. Po translacji środek układu współrzędnych znajduje się w punkcie początkowym pierwszej klotoidy. Wartość T_1 obliczana jest na postawie znanych wzorów, gdzie wartościami wyjściowymi są obliczone wartości x_0 i y_0 oraz przybliżona wartość parametru R.

Dzięki temu w prosty sposób wyselekcjonowano punkty, które znajdują się na klotoidzie nr 1 przed punktem zwrotu stycznych. Punkty te musiały spełniać warunek (6.32):

$$0<x_{iK1} < X_1 \tag{6.32}$$

gdzie:

x_{iK1} – to współrzędne x pomierzonych punktów znajdujących się na pierwszej klotoidzie.

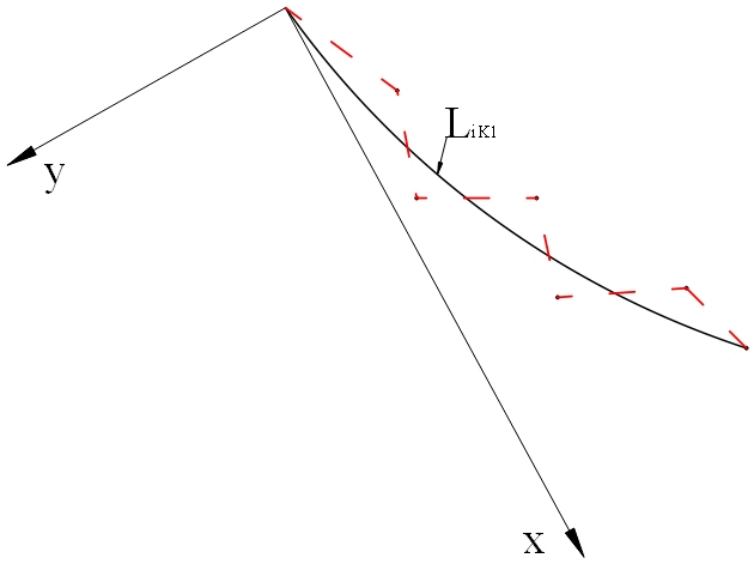
Wartość X_1 ze wzoru (6.32) została wyznaczono w oparciu o wzór (6.33):

$$X_1 = L_1 - \frac{L_1^5}{40a_1^4} \tag{6.33}$$

Znając wartości współrzędnych punktów znajdujących się na klotoidzie (x_{iK1}, y_{iK1}) wyznaczono długość klotoidy od jej początku do punktu i-tego L_{iK1}, jako sumę przyrostów odległości pomiędzy kolejnymi punktami na klotoidzie.

Długość danego odcinka klotoidy L_i jest więc aproksymowana linią łamaną przechodzącą przez punkty przeznaczone do wpasowania na tym odcinku klotoidy.

Na rysunku 6.13 przedstawiono krzywą przejściową o długości L_{iK1}, linią łamaną w kolorze czerwonym zaznaczono odległości pomiędzy punktami podlegającymi wpasowaniu na klotoidzie.



Rysunek 6.13 Rysunek poglądowy punktów pośrednich na klotoidzie 1

Źródło: opracowanie własne

Postać równań obserwacyjnych dla klotoidy nr 1 przedstawiono poniżej (równanie 6.34 i 6.35):

$$x_{iK1}=L_{iK1}-\frac{L_{iK1}^5}{40a_1^4} \tag{6.34}$$

$$y_{iK1}=\pm\frac{L_{iK1}^3}{6a_1^2} \tag{6.35}$$

przy czym znak przy wartości współrzędnej y_{iK1} zależy od położenia klotoidy względem osi x.

Zatem równania poprawek kształtują się następująco (wzór 6.36 i 6.37):

$$\mathbf{v}_{\mathrm{xiK1}}=x_{iK1}-L_{iK1}+\frac{L_{iK1}^5}{40a_1^4} \tag{6.36}$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{yiK1}}=y_{iK1}\pm\frac{L_{iK1}^3}{6a_1^2} \tag{6.37}$$

Następnie dokonano transformacji układu współrzędnych do układu o środku w punkcie W (o współrzędnych x i y wynoszących 0) i osią x skierowaną zgodnie z kierunkiem wyznaczonym przez punkty BW oraz przeprowadzono translację współrzędnych x o długość stycznej T_2.

Tak jak w przypadku punktów znajdujących na pierwszej klotoidzie wyznaczono punkty, które znajdują się na klotoidzie nr 2 w oparciu o warunek (6.38):

$$0<x_{iK2}<X_2 \tag{6.38}$$

gdzie:

x_{iK2} – to współrzędne x pomierzonych punktów znajdujących się na drugiej klotoidzie.

Wartość X_2 została wyznaczona z poniższego wzoru (6.39).

$$X_2=L_2-\frac{L_2^5}{40a_2^4} \tag{6.39}$$

Znając współrzędne punktów na klotoidzie wyznaczono długość klotoidy L_{iK2} w sposób analogiczny do wyznaczenia L_{iK1}. Równania obserwacyjne klotoidy nr 2 mają następującą postać (wzór 6.40 oraz 6.41):

$$x_{iK2} = L_{iK2} - \frac{L_{iK2}^5}{40a_2^4} \tag{6.40}$$

$$y_{iK2} = \pm\frac{L_{iK2}^3}{6a_2^2} \tag{6.41}$$

a postać równań poprawek punktów znajdujących się na klotoidzie opisana jest zgodnie ze wzorami (6.42) i (6.43):

$$\mathbf{v}_{\mathrm{xiK2}} = x_{iK2} - L_{iK2} + \frac{L_{iK2}^5}{40a_2^4} \tag{6.42}$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{yiK2}} = y_{iK2} \pm \frac{L_{iK2}^3}{6a_2^2} \tag{6.43}$$

W sposób empiryczny sprawdzono, iż rozszerzenie powyższych równań o kolejne wyrazy szeregów nie wpłynęło na zwiększenie prawidłowości wpasowania zespołu krzywych w zbiór punktów.

W przyjętym podejściu parametry wyznaczane są w procesie uwikłanym nie tylko w równania pseudoobserwacyjne, ale też w etap transformacji (translacja o T_1, T_2).

Wyznaczając długość stycznej T_1 do wykonania translacji użyto znanego wzoru (6.44)

$$T_1 = X_{S1} + T_{S1} \tag{6.44}$$

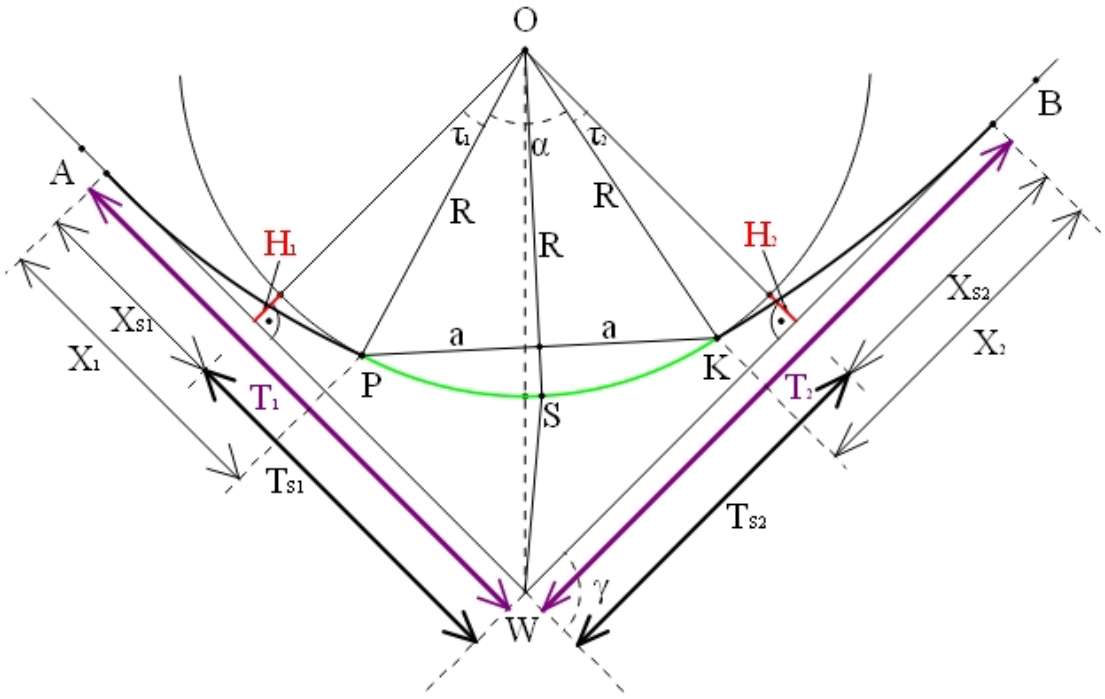
gdzie wartość X_{S1} wyznaczono z zależności (6.45)

$$X_{S1} = X_1 - R\sin\tau_1 \tag{6.45}$$

a wartość składowej długości stycznej T_{S1} z poniższego wzoru (6.46).

$$T_{S1} = R\tan\frac{\gamma}{2} - \frac{H_1}{\tan\gamma} + \frac{H_2}{\sin\gamma} \tag{6.46}$$

Zmienne użyte w powyższych równaniach przedstawiono na rysunku 6.14.



Rysunek 6.14 Zależności geometryczne niezbędne do wyznaczenia długości stycznej T_1 oraz T_2

Źródło: opracowanie własne

Podobnie określono długość stycznej T_2 zgodnie z zasadą obliczania długości stycznej T_1 z wykorzystaniem poniższych zależności nr (6.47), (6.48) i (6.49) ukazanych na rysunku 6.14.

$$T_2 = X_{S2} + T_{S2} \tag{6.47}$$

$$X_{S2} = X_2 - R\sin\tau_2 \tag{6.48}$$

$$T_{S2} = R\tan\frac{\gamma}{2} - \frac{H_2}{\tan\gamma} + \frac{H_1}{\sin\gamma} \tag{6.49}$$

6.5. Funkcja celu

Postać funkcji celu Ψ dla pojedynczego łuku kołowego jest kształtowana przy użyciu równania pseudoobserwacyjnego bliżej przedstawionego w podrozdziale 6.3.2.

Równanie (6.50) przedstawia wyznaczoną funkcję celu Ψ:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} \left(\mathbf{v}_i^2\right) = \mathbf{v}^T\mathbf{v} \tag{6.50}$$

gdzie **v** jest wektorem poprawek wyznaczonym za pomocą wzoru 6.14.

W przypadku zespołu krzywych funkcja celu ma również postać 6.51, lecz wektor poprawek **v** składa się w tym przypadku z bloków wyznaczonych ze wzorów 6.31, 6.36, 6.37, 6.42 i 6.43, co pokazuje równanie 6.51:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} \left(\mathbf{v}_i^2 + \mathbf{v}_{xiK1}^2 + \mathbf{v}_{yiK1}^2 + \mathbf{v}_{xiK2}^2 + \mathbf{v}_{yiK2}^2\right) \tag{6.51}$$

W pracy została przetestowana też inna postać funkcji celu (6.52), a mianowicie suma czwartych potęg poprawek:

$$\Psi = \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \left(\mathbf{v}_i^4\right) \tag{6.52}$$

CELLMER (2015) w swojej pracy pokazał, że zastosowanie takiej funkcji celu w zadaniu wpasowania figury w zbiór punktów daje mniejsze wartości maksymalnych poprawek (maksymalnych odległości punktów od figury po operacji wpasowania).

Problem zapewnienia spójności i efektywności zadania optymalizacyjnego został rozwiązany poprzez dobór optymalnych parametrów kontrolnych, takich jak wielkość pierwszego sympleksu oraz kryterium zatrzymania procesu iteracji. Proces implementacji algorytmu wpasowania łuku kołowego, jak również łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami zrealizowano za pomocą środowiska programistycznego MATLAB.

7. Metoda Sympleksu Neldera-Mead'a (SNM)

Metoda sympleksu Neldera-Mead'a jest numeryczna i bezpośrednia. W algorytmach nie stosuje się pochodnych, a więc w prosty sposób współpracuje ona z funkcjami nieliniowymi. Metoda ta oparta jest głównie na obliczeniach wartości funkcji celu. Ostatecznie w sposób uporządkowany dąży do osiągnięcia minimum globalnego. Metoda sympleksu Neldera-Mead'a rozpoczyna się od formowania sympleksu początkowego (zbiór punktów) w wielowymiarowej przestrzeni. Liczba wierzchołków sympleksu jest o jeden większa od wymiaru przestrzeni. Liczba parametrów jest równa wymiarowi przestrzeni. Na przykład: sympleks jednowymiarowy ma dwa wierzchołki i jest to odcinek linii prostej, sympleks dwuwymiarowy ma trzy wierzchołki, więc jest to trójkąt. Ogólnie n wymiarowy wektor poszukiwanych parametrów jest reprezentowany przez sympleks posiadający n+1 wierzchołków.

Na początku procedury tworzy się sympleks startowy, zakładając pewną odległość pomiędzy wierzchołkami. Następnie sympleks ten przekształcany jest tak długo, aż odległość pomiędzy wierzchołkami jest mniejsza od założonego kryterium dokładności.

Podczas procedury optymalizacji sympleks ulega modyfikacji wiele razy, aż do osiągnięcia minimum globalnego.

W procedurze poszukiwania minimum funkcji celu stosowane są następujące operacje: porządkowanie według wartości funkcji w węzłach sympleksu, obliczanie środka ciężkości sympleksu, odbicie, ekspansja, kontrakcja i redukcja (NELDER, MEAD 1965).

Proces iteracyjny musi być przeprowadzony w uporządkowany sposób. Został on opisany poniżej oraz przedstawiony na schemacie blokowym 7.1:

- uporządkowanie wartości funkcji w wierzchołkach oraz obliczenie środka masy w sympleksie p_0 (zależność 7.1),

$$f(p_{low}) \leq \ldots \leq f(p_i) \leq f\left(p_{high}\right) \tag{7.1}$$

gdzie:

$p_{low}=p_1$; p_{low} to punkt w sympleksie, gdzie funkcja posiada minimum,

$p_{high}=p_{n+1}$; p_{high} to punkt sympleksu, gdzie funkcja posiada maksimum.

- Odbicie, czyli poszukiwanie nowego punktu p_r zgodnie ze wzorem (7.2),

$$p_r = p_0 + \alpha\left(p_0 - p_{high}\right) \tag{7.2}$$

gdzie:

α=1 i jest to współczynnik odbicia.

Jeśli $f(p_i)>f(p_r)\geq f(p_{low})$, dla wszystkich $p_i \neq p_{low}$, to nowy sympleks wyznaczony jest z użyciem p_r w miejsce p_{high} i należy przejść do kroku 7.1 o ile nie zostało spełnione kryterium zatrzymania. Natomiast jeżeli $f(p_r)<f(p_{low})$, to należy przejść do kroku 7.3.

- Ekspansja, czyli obliczenie wartości p_e (wzór 7.3),

$$p_e = p_0 + \beta\left(p_0 - p_{high}\right) \tag{7.3}$$

gdzie:

β=2 i jest to współczynnik ekspansji.

Jeżeli $f(p_e)<f(p_r)$ to wyznaczony został nowy sympleks z wykorzystaniem p_e w miejsce $p_{high,}$ po czym należy powrócić do kroku 7.1 o ile nie zostało spełnione kryterium zatrzymania. W innym przypadku kontynuowane jest wyznaczanie sympleksu zawierającego p_r w miejscu $p_{high.}$

- kontrakcja,

Jeżeli $f(p_r)\geq f(p_i)$ dla wszystkich $p_i \neq p_{high}$, to obliczana jest kontrakcja p_c (wzór 7.4):

$$p_c = p_{high} + \rho\left(p_0 - p_{high}\right) \tag{7.4}$$

gdzie:

ρ=0.5 i jest to współczynnik kontrakcji.

Natomiast, jeżeli $f(p_c)\leq f(p_{high})$ to wyznaczany jest nowy sympleks z użyciem p_c w miejsce p_{high} i następuje powrót do kroku 7.1 o ile nie zostało spełnione kryterium zatrzymania. W innym przypadku, należy przejść do kroku 7.5.

- redukcja, to formowanie nowego, mniejszego sympleksu składającego się z wierzchołków $p_{1(low)}$, $p_{2(NEW)}$, $p_{3(NEW)}$,

$$p_i = p_{low} + \sigma\left(p_i - p_{low}\right) \tag{7.5}$$

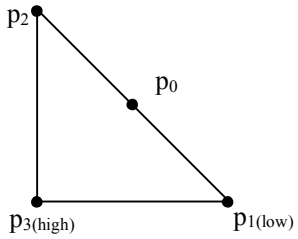
gdzie:

σ=0.5 i jest to współczynnik redukcji, $i\in\{2, \ldots, n+1\}$.

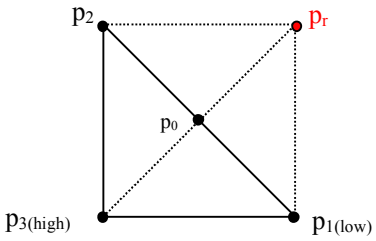
Następnie sprawdzane jest, które z kryterium zatrzymania zostało osiągnięte i następuje zakończenie procesu obliczeniowego.

Powyższe operacje (7.1-7.5) pokazane są na rysunku poniżej na przykładzie dwuwymiarowego wektora parametrów:

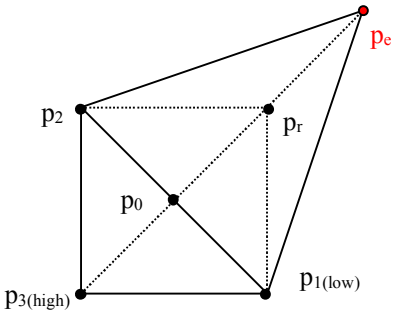
1) sympleks początkowy



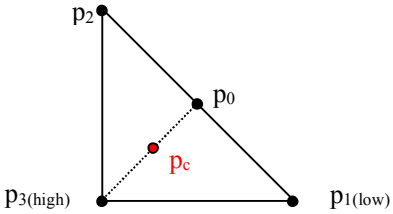
2) odbicie



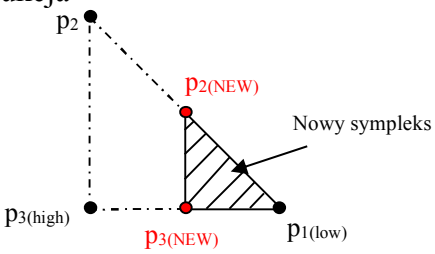
3) ekspansja



4) kontrakcja

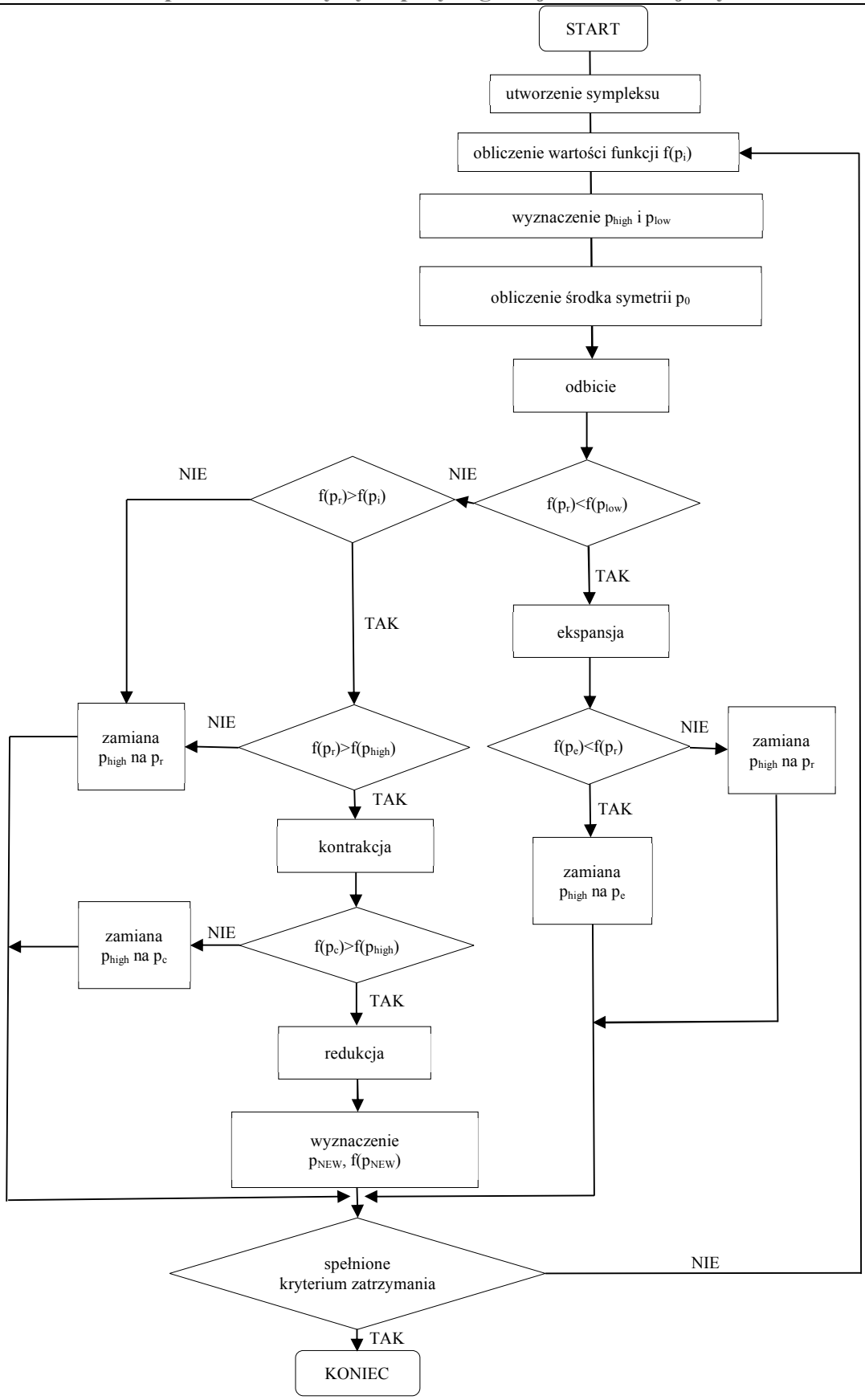


5) redukcja



Rysunek 7.1 Proces pierwszej iteracji sympleksu Neldera Mead'a

Źródło: opracowanie własne



Schemat 7.1 Algorytm metody sympleksu Neldera-Mead'a

Źródło: opracowanie własne

7.1. Dostosowanie algorytmu optymalizacji metodą sympleksu Neldera-Mead'a (SNM) do przypadku wpasowania krzywych

Jednym z głównych etapów opracowania matematycznego modelu wpasowania odcinków krzywoliniowych w zbiór punktów było określenie sympleksu początkowego i parametrów sterujących procesem optymalizacji (kryterium zatrzymania). Etap ten opisano w niniejszym podrozdziale.

Po określeniu liczby parametrów niezbędnych do zadania wpasowania możliwe było określenie wymiaru przestrzeni, w której modelowany jest pierwszy sympleks.

W zadaniu wpasowania łuku kołowego w zbiór punktów występował tylko jeden parametr i był nim promień (R) łuku kołowego, w związku z czym przestrzeń sympleksu jest jednowymiarowa. Wymiar przestrzeni jest ściśle uzależniony od liczby parametrów i jest jej równy. W jednowymiarowej przestrzeni modelowany jest sympleks o dwóch wierzchołkach, ponieważ liczba wierzchołków sympleksu jest o jeden większa od wymiaru przestrzeni, w której jest modelowany.

Sympleks początkowy jaki utworzono składa się z wierzchołków o poniższych wartościach:

- (R),
- (R+12).

Pierwszy wierzchołek to przybliżona wartość promienia (R), a drugi wierzchołek to przybliżona wartość promienia (R) powiększona o 12 m.

W przypadku wpasowania łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów wyznaczono trzy parametry. Parametry zadania jakie określono to promień łuku kołowego (R) oraz współrzędne x_0 i y_0 środka łuku kołowego. Zatem przestrzeń sympleksu jest 3 wymiarowa. Natomiast sympleks składa się z czterech wierzchołków.

W związku z powyższym sympleks początkowy utworzono z wierzchołków o poniższych wartościach

- (R, x_0, y_0),
- (R+12, x_0, y_0),
- (R, x_0+12, y_0),
- (R, x_0, y_0+12).

Pierwszy wierzchołek sympleksu składa się wyłączenie z przybliżonych wartości parametrów zadania, w drugim wierzchołku wartość promienia łuku kołowego (R) została zwiększona o 12 m, a pozostałe wartości parametrów zostały niezmienione.

W wierzchołku trzecim sympleksu została zmieniona wartość współrzędnej x_0 poprzez dodanie do niej wartości 12 m, przy niezmienionych innych parametrach. Ostatecznie w wierzchołku czwartym zwiększona została wartość trzeciego parametru, jakim jest współrzędna y_0 środka łuku kołowego o 12 m.

Empirycznie określono, iż sympleks o takich właśnie wartościach wierzchołków pozwala na najlepsze wyznaczenie funkcji celu Ψ w przypadku wpasowania zespołu krzywych składających się z łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami.

Po określeniu rozmiaru pierwszego sympleksu sympleks ten przekształcany był tak długo, aż osiągnął minimum globalne, co było jego celem.

Drugim ważnym elementem metody sympleksu Neldera-Mead'a jest określenie kryterium zatrzymania procesu wyznaczania funkcji celu. W metodzie tej określono cztery kryteria zatrzymania procesu iteracji:

• tolf • tolx	kryteria dotyczące tolerancji zbieżności w celu lub zbieżności w parametrach
• maxiter • maxfun	kryteria dotyczące ilości obliczeń funkcji celu i liczby iteracji procesu

gdzie:

- tolf=Ψ_{max}-Ψ_{min}, jest to różnica pomiędzy maksymalną, a minimalną wartością funkcji celu w wierzchołkach sympleksu,
- tolx = X_{max}-X_{min}, jest to różnica pomiędzy maksymalną, a minimalną wartością parametru w punktach sympleksu,
- maxiter – to maksymalna liczba iteracji,
- maxfun – to maksymalna liczba obliczeń funkcji celu.

Podstawowym kryterium zatrzymania jest kryterium dotyczące tolerancji (tolf, tolx). Proces iteracji jest tyle razy przeprowadzany, aż nie osiągnie wartości granicznej określonej przez tolerancję. Natomiast jeżeli w trakcie procesu iteracyjnego określona liczba obliczeń funkcji lub ilość samych iteracji zostanie wykonana to algorytm uznaje proces za zakończony.

Proces obliczeniowy kończy się, kiedy którekolwiek z kryterium zatrzymania osiąga wartość krytyczną. Najniższa osiągnięta wartość wierzchołka sympleksu uznawana jest wtedy za szukane minimum funkcji.

8. Eksperyment

W celu sprawdzenia poprawności opracowanej w ramach rozprawy metody wpasowania łuku kołowego oraz łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami przeprowadzono szereg testów. Doświadczenia te ukazano w niniejszym rozdziale.

8.1. Przygotowanie danych do eksperymentu

Eksperymenty wykonane zostały na podstawie danych symulowanych. Zestawienie współrzędnych punktów przedstawiono w tabeli 11.1 (załącznik nr 1). Do wygenerowania danych przyjęto zespół krzywych o ustalonych parametrach. Na tych krzywych wyznaczono współrzędne punktów w zadanych odległościach. Współrzędne te zostały zaburzone szumem o rozkładzie normalnym N [0;0.01] z zerową wartością oczekiwaną i odchyleniem standardowym o wartości 1 cm.

8.2. Eksperymenty i testy

W podrozdziale tym przedstawiono pięć różnych testów sprawdzających poprawność opracowania proponowanej metody wpasowania pojedynczego łuku kołowego oraz łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów.

8.2.1. Wpasowanie łuku kołowego

W pierwszej części badawczej wyprowadzono wzory matematyczne niezbędne do opracowania metody wpasowania łuku kołowego. Dostosowano metodę sympleksu Neldera-Mead'a do zadania oraz opracowano algorytm wpasowania krzywej. Program realizujący ten algorytm został napisany w środowisku MATLAB. Wyniki tego eksperymentu zostały przedstawione poniżej.

W załączniku nr 1 zestawiono wartości współrzędnych punktów niezbędnych do zrealizowania zadania wpasowania łuku kołowego w zbiór punktów.

Za pomocą wzorów opisanych w rozdziale 6 wyznaczono wartość przybliżonego parametru przedstawionego w tabeli 8.1.

Tabela 8.1 Wartość przybliżona parametru

Parametr	**Wartość (m)**
R	528.541

Źródło: opracowanie własne

Sympleks początkowy utworzono na podstawie dwóch wierzchołków o poniższych wartościach:

- (R)
- (R+12)

Empirycznie określono cztery kryteria zatrzymania procesu iteracji - założenia do zatrzymania procesu wyznaczenia sympleksu (dzięki którym uzyskano najlepsze wyniki):

- tolf=0,0001
- tolx=0,0001
- maxiter=2000
- maxfun=1000

Kryteria te zostały opisane w rozdziale 7. Proces obliczeniowy kończył się, jeżeli którekolwiek z kryteriów osiągnęło wartość graniczną.

W przeprowadzonych badaniach osiągnięto kryterium zatrzymania numer dwa tj. tolx=0,0001.

Wartości końcowe parametrów zostały wyznaczone w 20 iteracjach. Wyniki te przedstawiono w tabeli 8.2. Różnica pomiędzy parametrami przybliżonymi, a parametrami wyznaczonymi wyniosła około dziewiętnaście centymetrów.

Tabela 8.2 Porównanie wartości przybliżonej i wyrównanej parametru

Parametr	Wartość wyrównana (m)	Wartość przybliżona (m)	Różnica (m)
R	509,953	528,541	-18,588

Źródło: opracowanie własne

W tabeli 8.3 poniżej przedstawiono wartości poprawek i przesunięć wyznaczonych na podstawie wyrównanych parametrów.

Tabela 8.3 Wartości poprawek i przesunięć do punktów

Lp.	v_x (m)	v_y (m)	v_i (m)
1	0,000	0,000	0,000
2	0,003	0,001	0,003
3	0,001	0,000	0,001
4	0,008	0,002	0,008
5	-0,010	-0,002	0,010
6	-0,012	-0,002	0,012

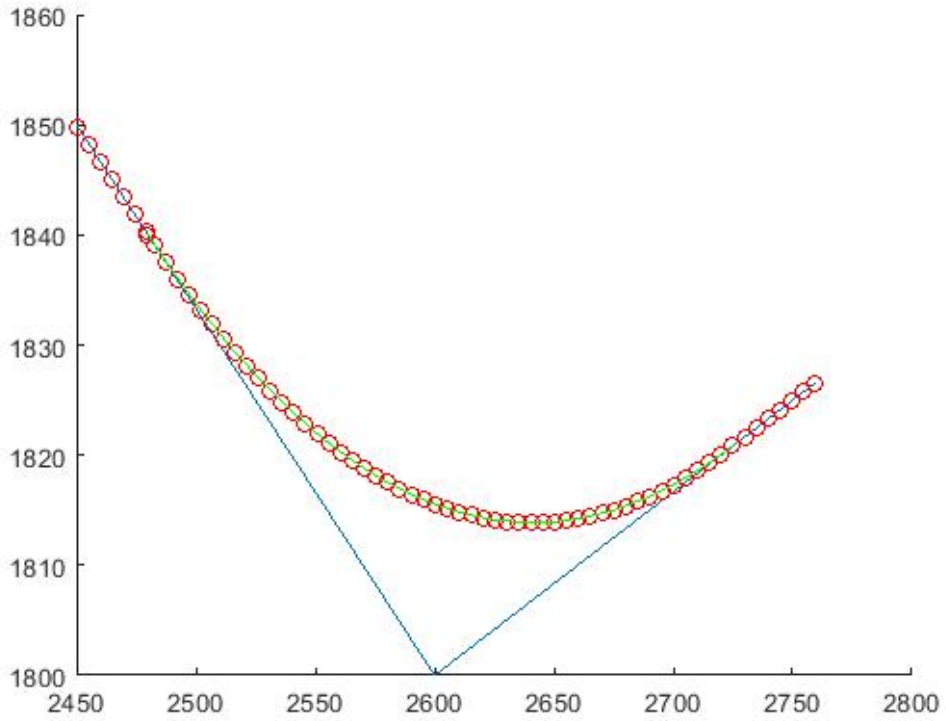
7	-0,021	-0,004	0,021
8	0,009	0,002	0,009
9	0,025	0,004	0,025
10	0,008	0,001	0,008
11	-0,007	-0,001	0,007
12	0,014	0,002	0,014
13	-0,011	-0,001	0,011
14	-0,001	0,000	0,001
15	-0,017	-0,002	0,017
16	0,022	0,002	0,022
17	-0,002	0,000	0,002
18	0,014	0,001	0,014
19	-0,032	-0,002	0,032
20	-0,009	0,000	0,009
21	-0,016	-0,001	0,016
22	0,012	0,000	0,012
23	0,002	0,000	0,002
24	-0,001	0,000	0,001
25	-0,017	0,000	0,017
26	-0,001	0,000	0,001
27	-0,007	0,000	0,007
28	0,015	0,000	0,015
29	-0,002	0,000	0,002
30	0,008	0,000	0,008
31	0,018	-0,001	0,018
32	-0,003	0,000	0,003
33	-0,005	0,000	0,005
34	0,002	0,000	0,002
35	0,008	-0,001	0,008
36	-0,017	0,002	0,017
37	-0,003	0,000	0,003
38	0,000	0,000	0,000
39	0,002	0,000	0,002
40	0,003	0,000	0,003
41	0,012	-0,002	0,012

42	0,002	0,000	0,002
43	0,008	-0,001	0,008
44	0,006	-0,001	0,006
45	0,009	-0,002	0,009
46	0,003	-0,001	0,003
47	0,017	-0,004	0,017
48	-0,014	0,003	0,014
49	-0,004	0,001	0,004

Źródło: opracowanie własne

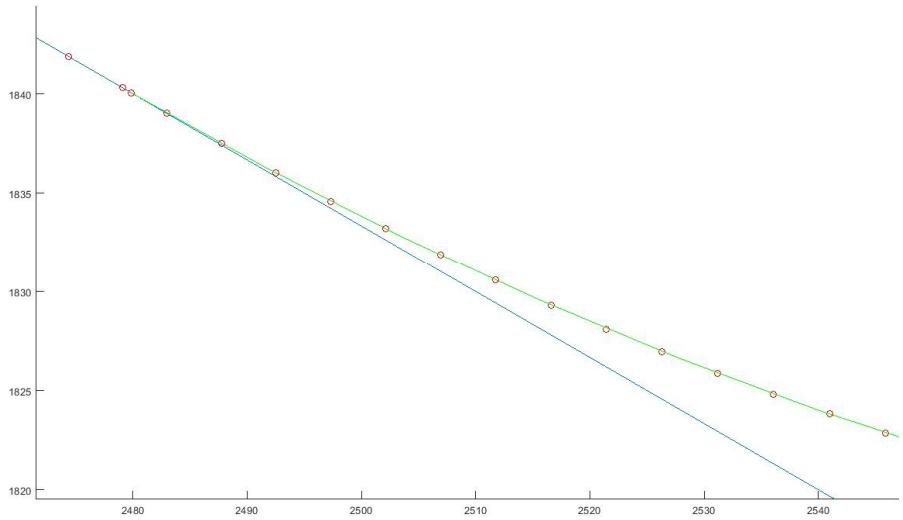
Suma kwadratów poprawek ($\sum v^2$) wyniosła 0,007 m. Maksymalna bezwzględna wartość poprawki na współrzędnej x wyniosła 32 mm, a maksymalna bezwzględna wartość poprawki na współrzędnej y wyniosła 4 mm. Przy czym największą wartość przesunięcia punktu jaką osiągnięto wyniosła 32 mm.

Na wykresie poniżej przedstawiono graficzną interpretację wyników. Pomierzone punkty zaznaczono czerwonymi okręgami. Wpasowany łuk kołowy przedstawiono za pomocą zielonej linii.



Rysunek 8.1 Widok wpasowanego łuku kołowego w zbiór punktów

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 8.2 Widok zbliżenia na wpasowanie łuku w zbiór punktów

Źródło: opracowanie własne

8.2.2. Wpasowanie łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów

Zadanie wpasowania łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów zostało wykonane z wykorzystaniem współrzędnych punktów przedstawionych w tabeli nr 11.1.

Wartości przybliżonych parametrów:

R = 266,450

x_0 = 2093,416

y_0 = 3591,594

Wyznaczone parametry klotoid

a_1 = 106,580

a_2 = 100,798

T_1 = 88,960

T_2 = 76,603

Sympleks początkowy utworzono na podstawie czterech wierzchołków o poniższych wartościach:

- (R, x_0, y_0),
- $(R+12, x_0, y_0)$,
- (R, x_0+12, y_0),
- (R, x_0, y_0+12).

Określono cztery kryteria zatrzymania procesu iteracji - założenia do zatrzymania procesu wyznaczenia sympleksu:

- tolf=0,0001,
- tolx=0,0001,
- maxiter=2000,
- maxfun=1000.

W przeprowadzonych badaniach osiągnięto kryterium zatrzymania tolx, co oznacza, że różnica pomiędzy maksymalną, a minimalną wartością parametru w punktach sympleksu wyniosła 0,0001.

Wartości końcowe parametrów zostały wyznaczone w 121 iteracjach. Wartości wyrównanych parametrów kształtują się następująco:

R = 252,009

x_0 = 2079,410

y_0 = 3594,027

Obliczone wartości parametrów klotoid wyniosły:

a_1 = 145,868

a_2 = 101,669

T_1 = 98,923

T_2 = 81,161

Różnicę pomiędzy wartościami parametrów wyrównanych, a wartościami parametrów przybliżonych ukazuje poniższa tabela 8.4.

Tabela 8.4 Porównanie wartości przybliżonej i wyrównanej parametrów

Parametr	Wartość wyrównana (m)	Wartość przybliżona (m)	Różnica (m)
R	252,009	266,450	14,441
x_0	2079,410	2093,416	14,006
y_0	3594,027	3591,594	-2,433

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie wyrównanych parametrów uzyskano następujące wartości poprawek v_x i v_y oraz przesunięć v_i (tabela 8.5):

Tabela 8.5 Wartości poprawek i przesunięć do punktów

Lp.	**v_x (m)**	**v_y (m)**	**v_i (m)**	
1	0,002	0,000	0,002	łuk kołowy
2	-0,001	0,000	0,001	
3	0,015	0,001	0,015	
4	-0,004	0,000	0,004	
5	0,015	0,001	0,015	
6	0,009	0,000	0,009	
7	-0,011	0,000	0,011	
8	-0,006	0,000	0,006	
9	0,004	0,000	0,004	
10	-0,003	0,000	0,003	
11	-0,010	0,001	0,010	
12	-0,010	0,001	0,010	
13	0,000	-0,007	0,007	Klotoida przed punktem zwrotu stycznych
14	0,000	-0,006	0,006	
15	0,000	-0,012	0,012	
16	0,000	0,018	0,018	
17	0,000	0,001	0,001	
18	0,000	-0,003	0,003	
19	0,000	0,004	0,004	
20	0,000	-0,005	0,005	
21	0,000	-0,004	0,004	
22	0,000	-0,011	0,011	
23	0,000	-0,009	0,009	
24	-0,001	0,013	0,013	
25	-0,001	0,006	0,006	
26	0,000	-0,001	0,001	
27	-0,002	0,015	0,015	

28	0,000	0,009	0,009	Klotoida za punktem zwrotu stycznych
29	0,000	-0,011	0,011	
30	0,000	0,014	0,014	
31	0,000	-0,007	0,007	
32	0,000	0,011	0,011	
33	0,000	0,003	0,003	
34	0,000	0,007	0,007	

Źródło: opracowanie własne

Maksymalna bezwzględna wartość poprawki na łuku kołowym wyniosła 15 mm dla współrzędnej x oraz 1 mm dla współrzędnej y. Maksymalna wartość przesunięcia na łuku kołowym wyniosła 15 mm.

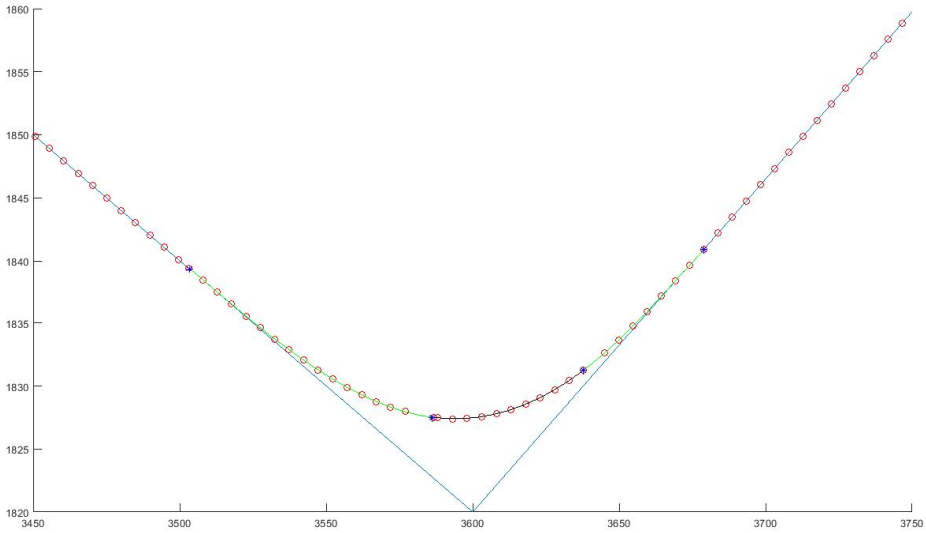
Na klotoidzie 1 przed punktem załamania osi trasy maksymalna bezwzględna poprawka osiągnęła wartość 18 mm na współrzędnej y, natomiast na współrzędnej x wyniosła 2 mm. Maksymalna wartość przesunięcia na klotoidzie 1 wyniosła 18 mm.

Na klotoidzie 2 za punktem załamania osi trasy maksymalna bezwzględna poprawka osiągnęła wartość 14 mm na współrzędnej y, natomiast na współrzędnej x wyniosła 0 mm. Maksymalna wartość przesunięcia na klotoidzie 2 wyniosła 14 mm.

Suma kwadratów poprawek ($\sum v_i^2$) wyniosła 0,0028. Maksymalna wartość poprawki nie przekroczyła 20 mm.

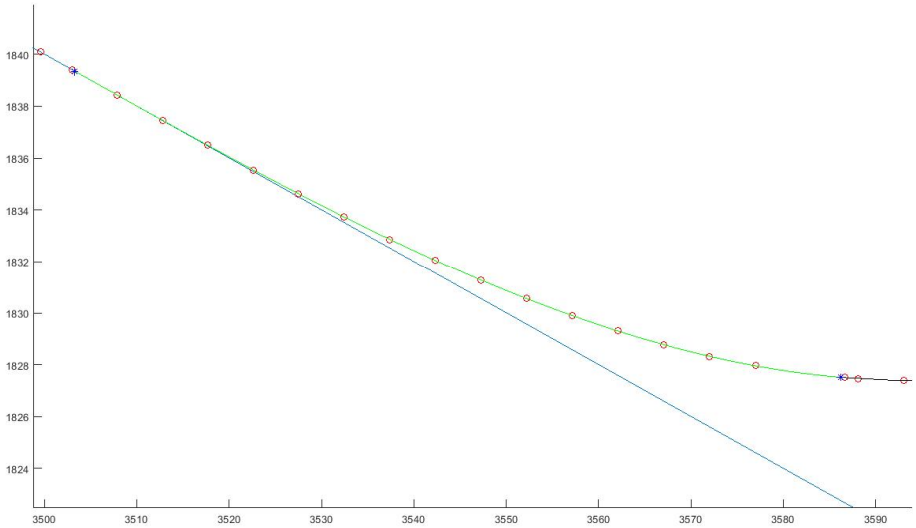
Na poniższych wykresach (8.3-8.6) przedstawiono graficzną interpretację wyników. Pomierzone punkty zaznaczono symbolem czerwonego okręgu. Wpasowane odcinki proste przedstawiono kolorem niebieskim, klotoidę 1 oraz klotoidę 2 kolorem zielonym, a łuk kołowy kolorem czarnym.

O prawidłowości wpasowania krzywych świadczy tu nie wartość wyrównanych parametrów, a wartości poszczególnych poprawek (v_i). Przy czym im wartość v_i jest mniejsza tym wpasowanie jest dokładniejsze.



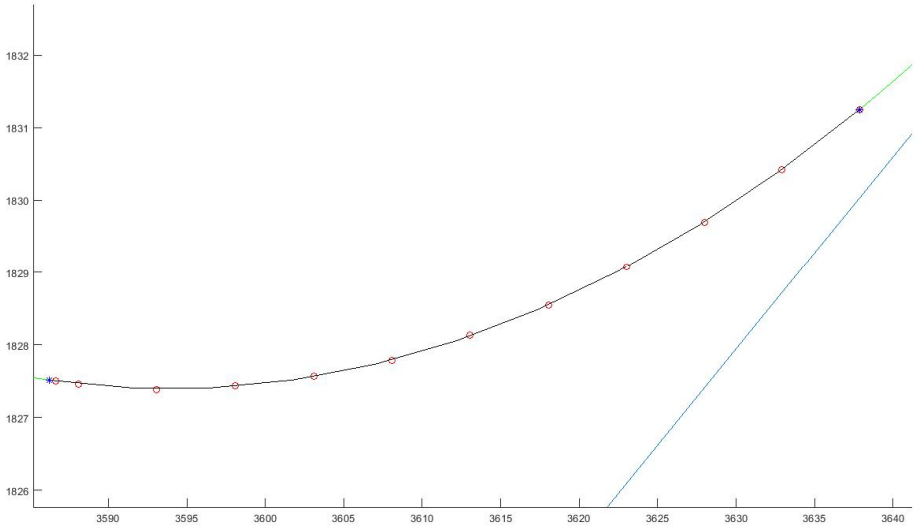
Rysunek 8.3 Rzut odcinka osi toru, prosta - klotoida 1 - łuk kołowy - klotoida 2 – prosta

Źródło: opracowanie własne



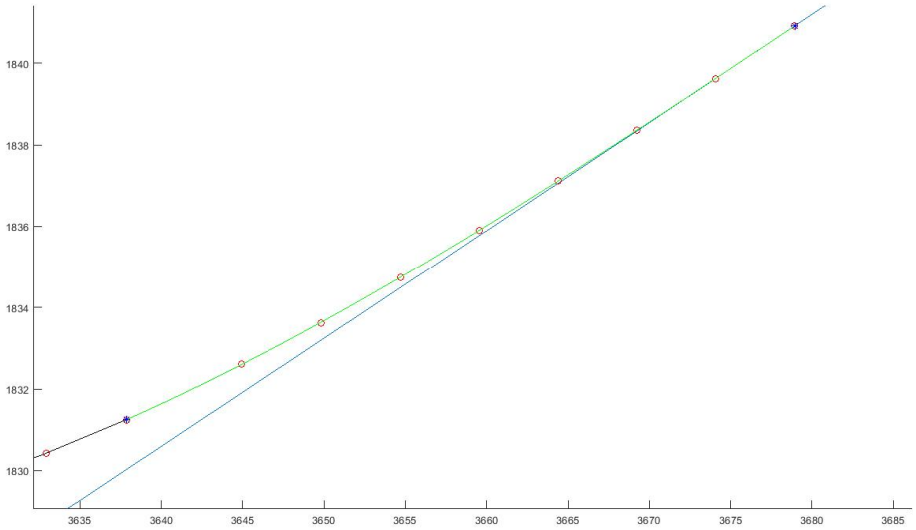
Rysunek 8.4 Widok klotoidy nr 1

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 8.5 Widok łuku kołowego

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 8.6 Widok klotoidy nr 2

Źródło: opracowanie własne

8.2.3. Wpływ wielkości sympleksu Neldera-Mead'a na wpasowanie odcinków krzywoliniowych

Wielkość sympleksu początkowego wpływa na rozmiar obszaru poszukiwań rozwiązania. W zależności od liczby parametrów zadania określany jest sympleks początkowy. Poniżej przedstawiono wpływ wielkości sympleksu inicjującego proces optymalizacji na rozwiązanie zadania wpasowania łuku kołowego oraz łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami.

8.2.3.1. Łuk kołowy

W zadaniu wpasowania pojedynczego łuku kołowego w zbiór punktów występuje jeden parametr i jest nim promień łuku kołowego R. W takim przypadku Sympleks posiada 2 wierzchołki, ponieważ liczba jego wierzchołków jest o jeden większa od liczby parametrów zadania optymalizacji. Testom poddano 10 różnych wielkości sympleksu inicjującego proces o poniższych wymiarach:

Pierwszy sympleks początkowy:

- (R)
- (R+5)

Drugi sympleks początkowy:

- (R)
- (R+10)

Trzeci sympleks początkowy:

- (R)
- (R+12)

Czwarty sympleks początkowy:

- (R)
- (R+15)

Piąty sympleks początkowy:

- (R)
- (R+20)

Szósty sympleks początkowy:

- (R)
- (R+100)

Siódmy sympleks początkowy:

- (R)
- (R+0,07R)

Ósmy sympleks początkowy:

- (R)
- (R+R)

Dziewiąty sympleks początkowy:

- (R)
- (R+1,05R)

Dziesiąty sympleks początkowy:

- (R)
- (R+5R).

Wszystkie z przedstawionych powyżej sympleksów początkowych pozwoliły uzyskać identyczne wyniki wpasowania:

- suma kwadratów poprawek ($\sum \mathbf{v}_i^2$) służąca ocenie wpasowania wyniosła 0,007 m,
- maksymalna bezwzględna wartość przesunięcia v_i dla punktu wyniosła 0,032 m.

Wielkość początkowego sympleksu wpłynęła jedynie na ilość iteracji procesu oraz liczbę obliczeń funkcji celu. Poszczególne wartości przedstawiono w tabeli nr 8.6.

Tabela 8.6 Porównanie wyników doświadczenia z wielkością sympleksu początkowego

Nr sympleksu początkowego	**Liczba iteracji**	**Liczba obliczeń funkcji celu**
1	20	40
2	20	40
3	20	40
4	20	40
5	20	40
6	21	42
7	24	49
8	24	48
9	21	42
10	26	52

Źródło: opracowanie własne

W analizowanym zakresie wielkości pierwszego sympleksu można stwierdzić, że jego wielkość nie ma wpływu na wyniki wpasowania łuku kołowego w zbiór punktów.

8.2.3.2. Łuk kołowy z niesymetrycznymi klotoidami

We wpasowaniu łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami występują trzy parametry: promień łuku kołowego (R) oraz współrzędne x_0 i y_0 środka tego łuku. Sympleks posiada cztery wierzchołki, ponieważ ich liczba jest o jeden większa od liczby parametrów w zadaniu. Tak jak w przypadku wpasowania łuku kołowego w zbiór punktów eksperymentom poddano 10 różnych wielkości sympleksu początkowego.

Pierwszy sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+5, x_0, y_0)$
- (R, x_0+5, y_0)
- (R, x_0, y_0+5)

Drugi sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+10, x_0, y_0)$
- (R, x_0+10, y_0)
- (R, x_0, y_0+10)

Trzeci sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+12, x_0, y_0)$
- (R, x_0+12, y_0)
- (R, x_0, y_0+12)

Czwarty sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+15, x_0, y_0)$
- (R, x_0+15, y_0)
- (R, x_0, y_0+15)

Piąty sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+20, x_0, y_0)$
- (R, x_0+20, y_0)
- (R, x_0, y_0+20)

Szósty sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+100, x_0, y_0)$
- (R, x_0+100, y_0)
- (R, x_0, y_0+100)

Siódmy sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+0{,}07R, x_0, y_0)$
- $(R, (x_0+0{,}07x_0, y_0)$
- $(R, x_0, y_0+0{,}07y_0)$

Ósmy sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+R, x_0, y_0)$
- (R, x_0+x_0, y_0)
- (R, x_0, y_0+y_0)

Dziewiąty sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+1{,}05R, x_0, y_0)$
- $(R, x_0+1{,}05x_0, y_0)$
- $(R, x_0, y_0+1{,}05y_0)$

Dziesiąty sympleks początkowy miał wymiary:

- (R, x_0, y_0)
- $(R+5R, x_0, y_0)$
- (R, x_0+5x_0, y_0)
- (R, x_0, y_0+5y_0).

Ocenie wyników wpływu wielkości sympleksu początkowego na poprawność wpasowania zespołu krzywych w zbiór punktów poddano sumę kwadratów poprawek ($\sum \mathbf{v}_i^2$), maksymalną bezwzględną wartość przesunięcia punktu (max v_i), liczbę iteracji oraz ilość obliczeń funkcji celu.

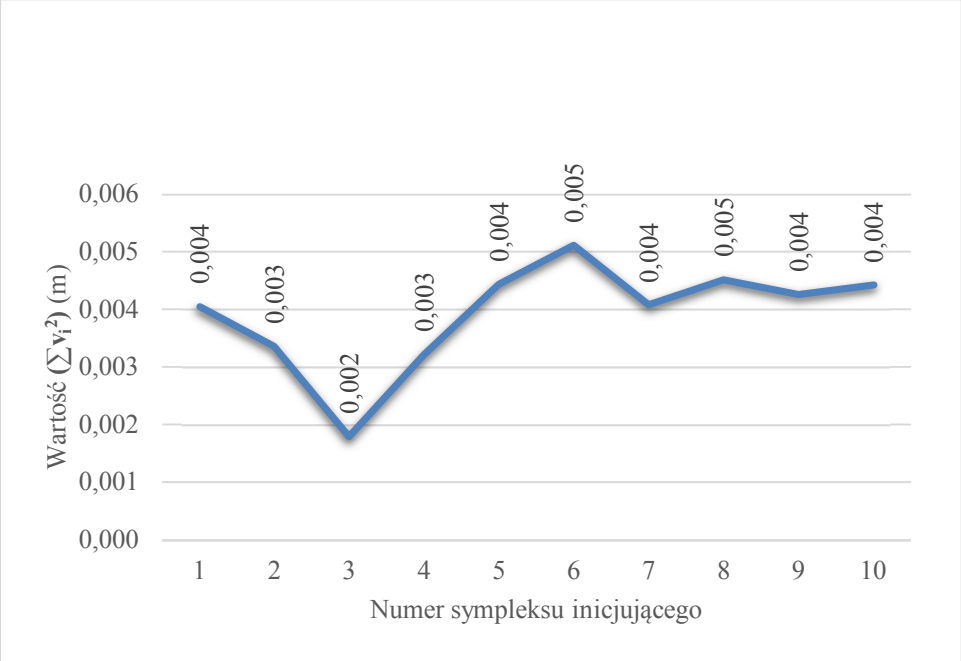
Zestawienie najistotniejszych wielkości określających poprawność wpasowania krzywych w zbiór punktów, w oparciu o wielkość pierwszego sympleksu przedstawiono w tabeli 8.7 oraz na poniższych wykresach nr 8.1-8.3. Na ich podstawie zauważono, iż

wielkość początkowego sympleksu jest istotna w procesie wpasowania łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów. Najkorzystniejszy wpływ na wyniki wpasowania ma sympleks początkowy nr 3 o wymiarach (R, x_0, $y0$), (R+12, x_0, y_0), (R, x_0+12, y_0), (R, x_0, y_0+12). Wynika z tego, iż bardzo ważne jest określenie sympleksu inicjującego proces optymalizacji funkcji celu.

Tabela 8.7 Zestawienie obliczanych wartości w odniesieniu do poszczególnych wielkości sympleksu

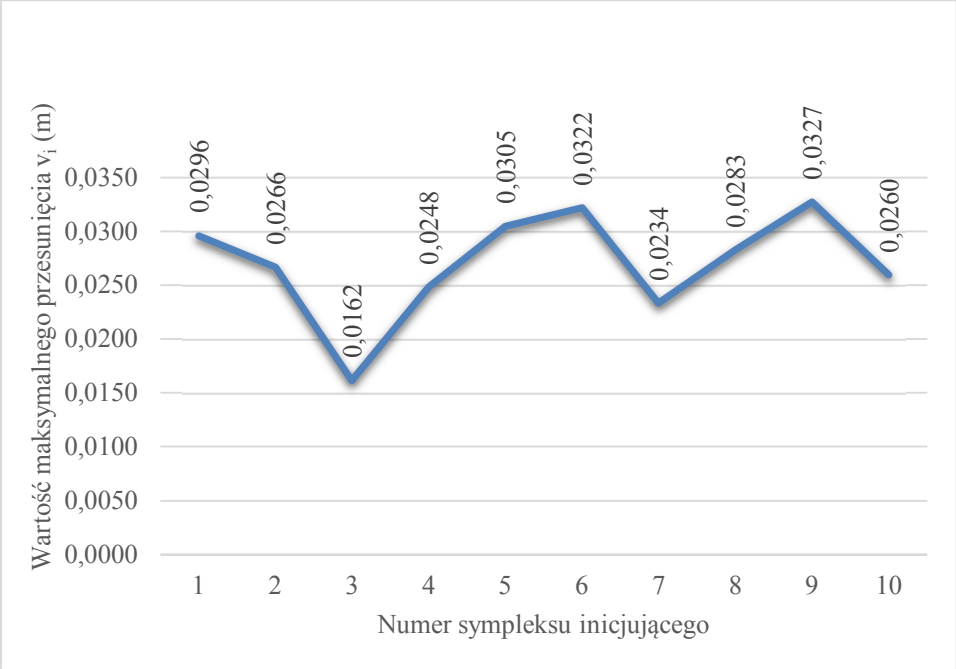
Nr sympleksu	**$\sum v_i^2$ (m)**	**max v_i (m)**	**Liczba iteracji**	**Liczba obliczeń funkcji**
1	0,004	0,030	127	240
2	0,003	0,027	120	229
3	0,002	0,016	103	279
4	0,003	0,025	191	351
5	0,004	0,030	121	230
6	0,005	0,032	143	273
7	0,004	0,023	178	338
8	0,004	0,028	294	550
9	0,004	0,033	139	274
10	0,004	0,026	135	288

Źródło: opracowanie własne



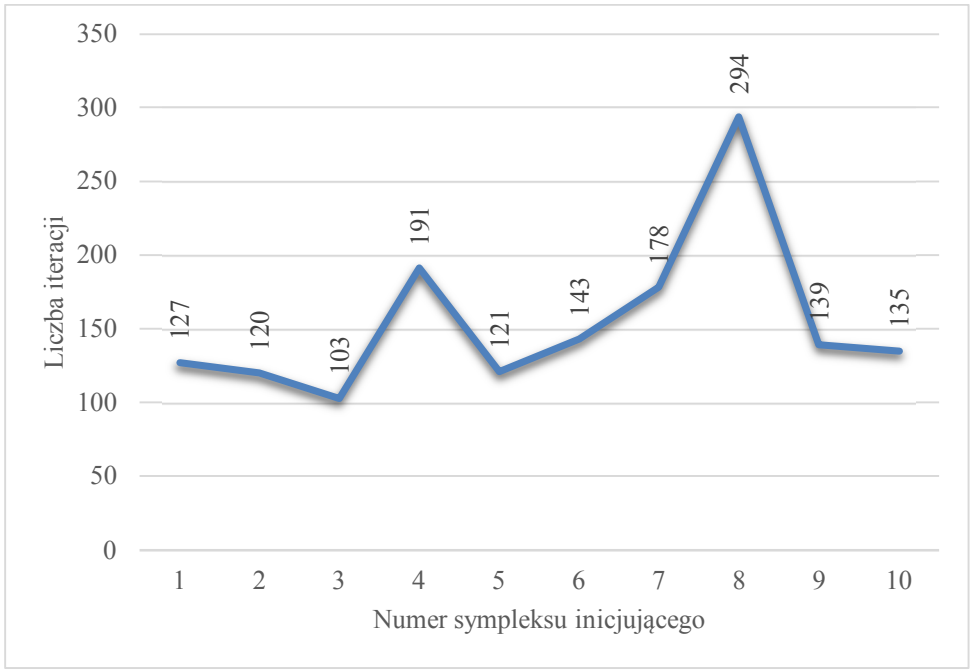
Wykres 8.1 Wpływ wielkości sympleksu na wartość ($\sum v_i^2$)

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.2 Wpływ wielkości sympleksu na wartość maksymalnego przesunięcia punktu

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.3 Wpływ wielkości sympleksu na liczbę iteracji

Źródło: opracowanie własne

8.2.4. Analiza wyników uzyskanych wielkości poprawek w oparciu o różne kryteria

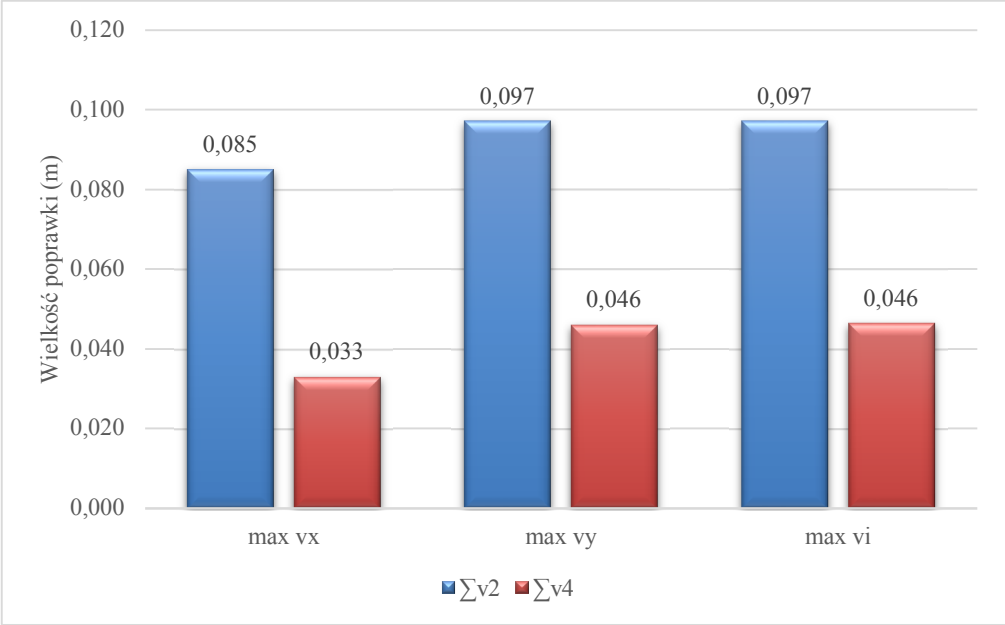
Dla zespołu krzywych z niesymetrycznymi klotoidami przeprowadzono szereg analiz uzyskanych wielkości poprawek wzdłuż osi x i y oraz przesunięć do punktów. Porównywano wartości bezwzględne tych poprawek i przesunięć. Każdorazowo symulacje obliczeń wykonano w 1000 krotnej liczbie prób. Porównano uzyskane wartości dla kryterium sumy kwadratów poprawek ($\sum v^2$) oraz kryterium sumy czwartych potęg poprawek ($\sum v^4$) – kryterium faworyzujące odstające poprawki. Kryterium sum czwartych potęg poprawek w swojej istocie faworyzuje poprawki odstające w związku z czym wartości osiąganych poprawek są mniejsze niż w przypadku kryterium sumy kwadratów poprawek.

W pierwszym przypadku dokonano analizy wartości maksymalnych poprawek do współrzędnych x i y punktów oraz przesunięć do tych punktów. Porównano także średnie wartości spośród maksymalnych wartości poprawek do współrzędnych x i y oraz przesunięć do punktów. Uzyskane wyniki zestawiono w tabeli nr 8.8 oraz na wykresie 8.4 i 8.5.

Tabela 8.8 Porównanie maksymalnych oraz średnich z maksymalnych bezwzględnych wartości poprawek i przesunięć przy zastosowaniu różnych funkcji celu

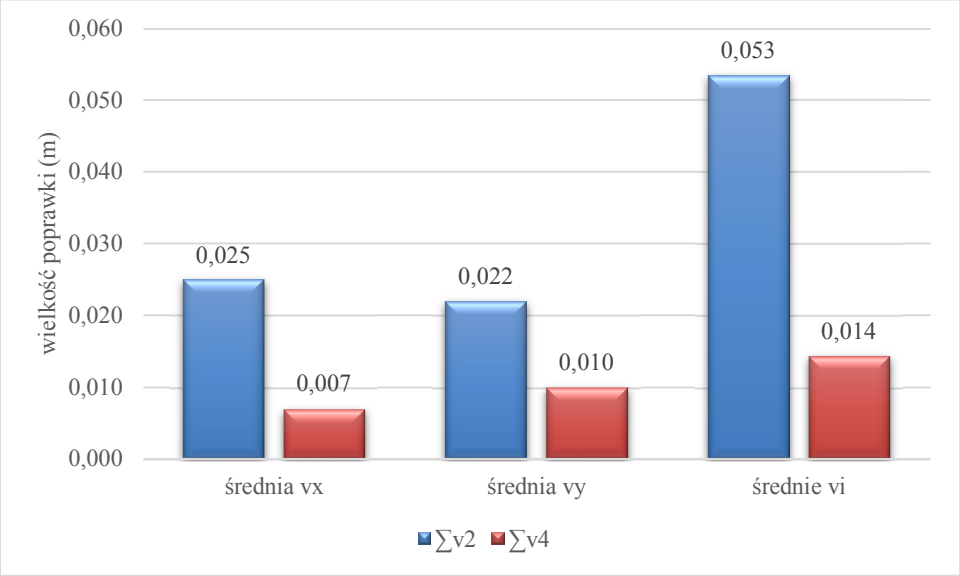
Kryterium	**max v_x (m)**	**max v_y (m)**	**max v_i (m)**	**średnia v_x (m)**	**średnia v_y (m)**	**średnie v_i (m)**
$\sum v^2$	0,085	0,097	0,097	0,025	0,022	0,053
$\sum v^4$	0,033	0,046	0,046	0,007	0,010	0,014

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.4 Porównanie maksymalnych wielkości bezwzględnych poprawek i przesunięć

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.5 Porównanie średnich wartości z maksymalnych wartości poprawek

Źródło: opracowanie własne

Przy zastosowaniu kryterium sumy kwadratów poprawek wartość maksymalnej poprawki do współrzędnej x wyniosła 0,085 m, do współrzędnej y 0,097 m, a maksymalna wartość przesunięcia do punktu 0,097 m.

Natomiast stosując kryterium sumy czwartych potęg poprawek wartość maksymalnej poprawki do współrzędnej x wyniosła 0,033 m, do współrzędnej y 0,046 m, a maksymalna wartość przesunięcia do punktu 0,046 m.

Stosując kryterium $\sum v^2$ średnia wartość z maksymalnych wartości poprawki jaką osiągnięto dla współrzędnej x wyniosła 0,025 m, dla współrzędnej y wyniosła 0,022 m, a średnia wartość z maksymalnej wartości przesunięcia do punku osiągnęła wielkość 0,053 m.

Stosując kryterium $\sum v^4$ średnia wartość z maksymalnych wartości poprawki jaką osiągnięto dla współrzędnej x wyniosła 0,007 m, dla współrzędnej y wyniosła 0,010 m, a średnia wartość z maksymalnej wartości przesunięcia do punku osiągnęła wielkość 0,014 m.

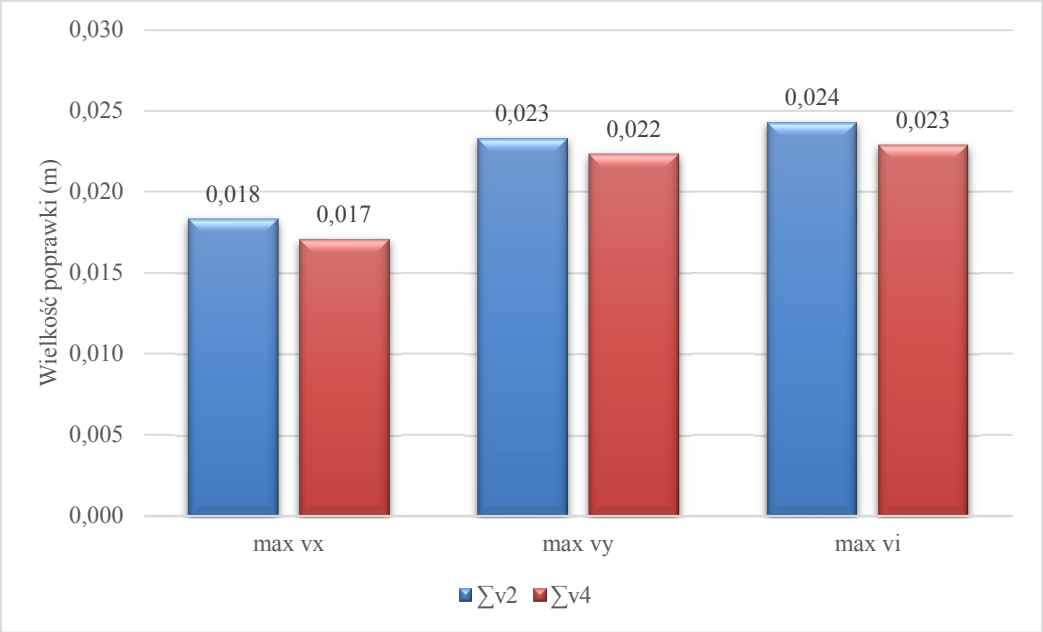
W następnym kroku poddano analizie średnie wartości poprawek do współrzędnych x i y oraz przesunięć do punktów przy zastosowaniu kryterium $\sum v^2$ oraz $\sum v^4$. Uzyskane wyniki analizowano jak wyżej w oparciu o zaburzenia symulowanych współrzędnych odpowiednio o 1cm. Powyższe dane zestawiono w tabeli nr 8.9 oraz na wykresie 8.6 i 8.7.

Zgodnie z przewidywaniami stosując funkcję celu w postaci sumy czwartych potęg poprawek osiągnięto niższe wartości poprawek i przesunięć w porównaniu do funkcji celu w postaci sumy kwadratów poprawek.

Tabela 8.9 Porównanie średnich wartości poprawek i przesunięć przy zastosowaniu różnych funkcji celu

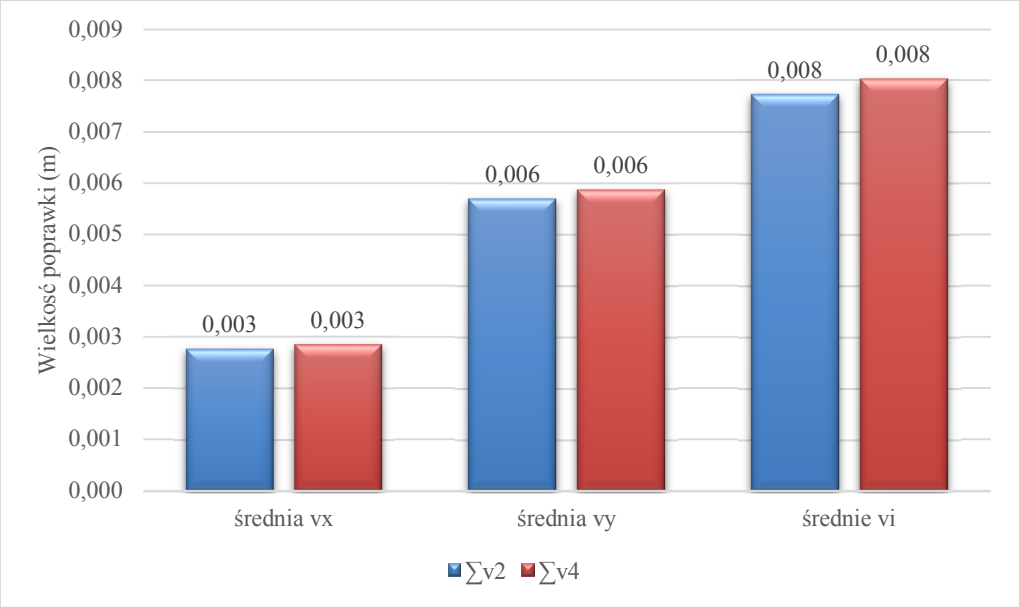
Kryterium	**max v_x (m)**	**max v_y (m)**	**max v_i (m)**	**średnia v_x (m)**	**średnia v_y (m)**	**średnie v_i (m)**
$\sum v^2$	0,018	0,023	0,024	0,003	0,006	0,008
$\sum v^4$	0,017	0,022	0,023	0,003	0,006	0,008

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.6 Porównanie maksymalnych średnich wartości poprawek i przesunięć

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.7 Porównanie średnich wartości spośród średnich wartości poprawek

Źródło: opracowanie własne

Przy zastosowaniu kryterium faworyzującego odstające poprawki uzyskano niższe wartości w przypadku maksymalnych spośród średnich wartości poprawek i przesunięć, jednak różnica była nieznaczna. W każdym przypadku wartości przy zastosowaniu

kryterium $\sum v^4$ były niższe o 1 mm w stosunku do wartości uzyskanych przy zastosowaniu kryterium $\sum v^2$.

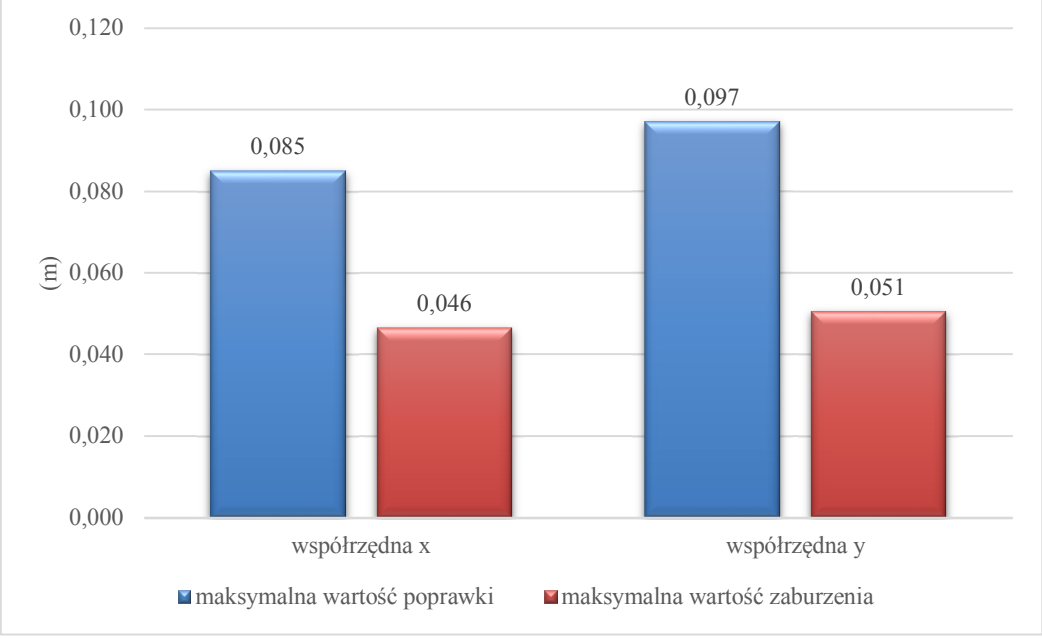
Natomiast porównując średnie wartości średnich wartości poprawek i przesunięć osiągnięto identyczne wyniki.

W kolejnym kroku dokonano analizy maksymalnych i średnich wielkości poprawek do współrzędnej x oraz do współrzędnej y przy zastosowaniu kryterium sumy kwadratów poprawek w porównaniu do maksymalnych i średnich wartości zaburzeń tych współrzędnych. Porównanie przedstawiono w tabeli 8.10 oraz na wykresach od 8.8 do 8.13.

Tabela 8.10 Porównanie maksymalnych i średnich wartości poprawek w stosunku do zaburzeń współrzędnych przy zastosowaniu kryterium $\sum v^2$

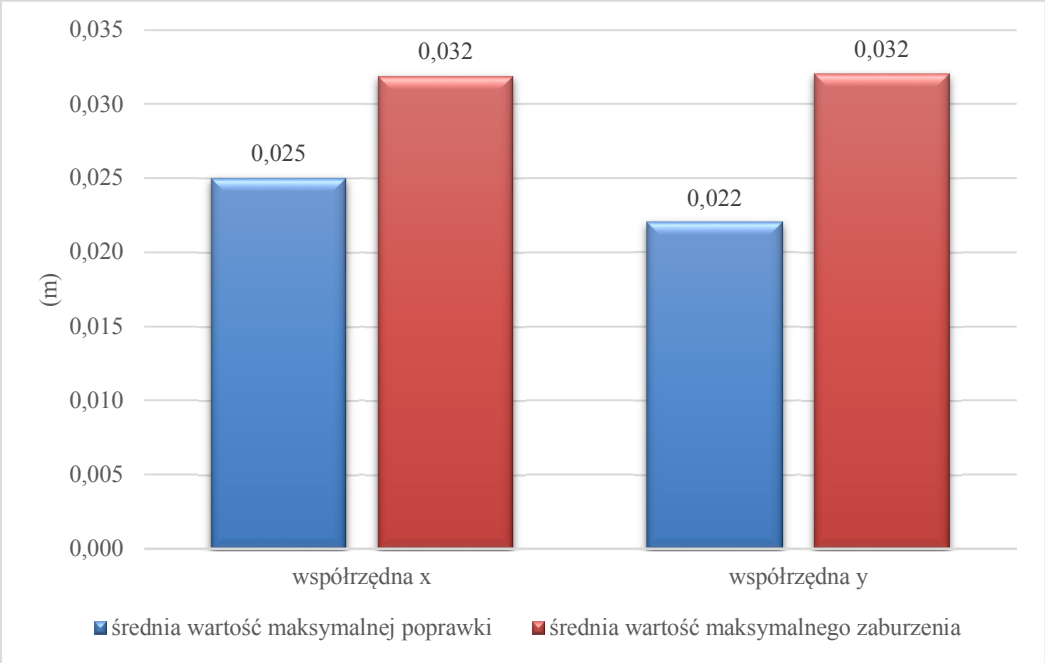
Wielkość poprawki	**max v_x**	**max v_y**	**średnia v_x**	**średnia v_y**
(m)	0,085	0,097	0,025	0,022
Wielkość zaburzenia	**max na x**	**max na y**	**średnie na x**	**średnie na y**
(m)	0,046	0,051	0,032	0,032

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.8 Porównanie maksymalnych wartości poprawek do maksymalnych wartości zaburzeń

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.9 Porównanie średnich wartości maksymalnych poprawek do średnich wartości maksymalnych zaburzeń współrzędnych

Źródło: opracowanie własne

Maksymalna wartość poprawki do współrzędnej x wyniosła 0,085 m przy maksymalnym zaburzeniu współrzędnej x 0,046 m. Do współrzędnej y 0,097 m przy maksymalnym zaburzeniu współrzędnej y 0,051 m.

Średnia spośród maksymalnych wartości poprawki do współrzędnej x wyniosła 0,025 m przy średnim spośród maksymalnych zaburzeń współrzędnej x 0,032 m. Do współrzędnej y 0,022 m przy średnim spośród maksymalnych zaburzeniu współrzędnej y 0,032 m.

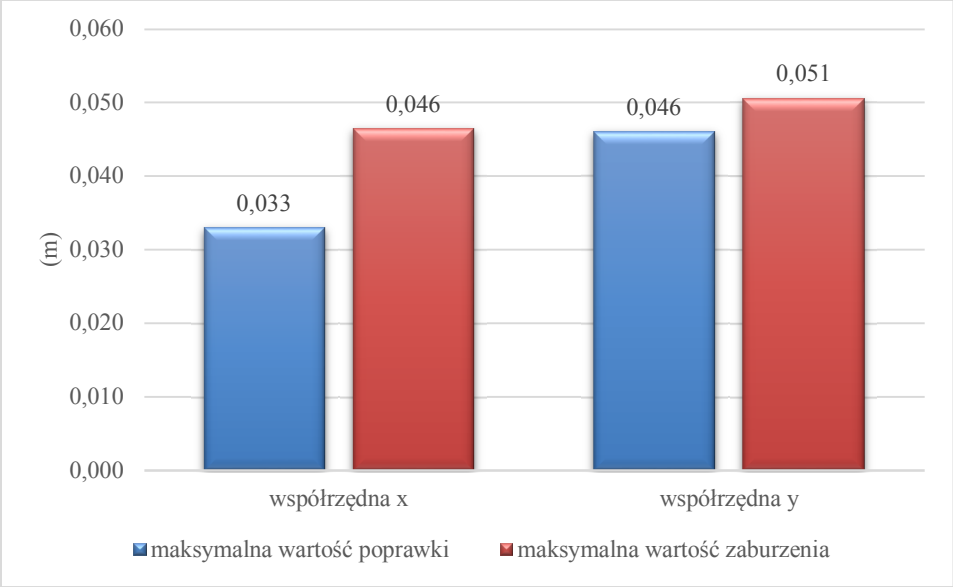
Maksymalne zaburzenia współrzędnej x i y w stosunku do maksymalnych wartości poprawek do współrzędnych x i y po wpasowaniu są o około połowę mniejsze. Jednak już średnie wartości spośród maksymalnych pokazują, iż wartości poprawek są niższe niż zaburzenia współrzędnych.

Ostatniemu porównaniu poddano maksymalne i średnie wartości maksymalnych poprawek w stosunku do odpowiednich wielkości zaburzeń współrzędnych przy zastosowaniu funkcji celu w postaci kryterium sumy czwartych potęg poprawek. Zestawienie danych podlegających ocenie przedstawiono w tabeli 8.11 oraz na wykresach nr 8.10 i nr 8.11.

Tabela 8.11 Porównanie maksymalnych i średnich wartości poprawek w stosunku do zaburzeń współrzędnych przy zastosowaniu kryterium $\sum v^4$

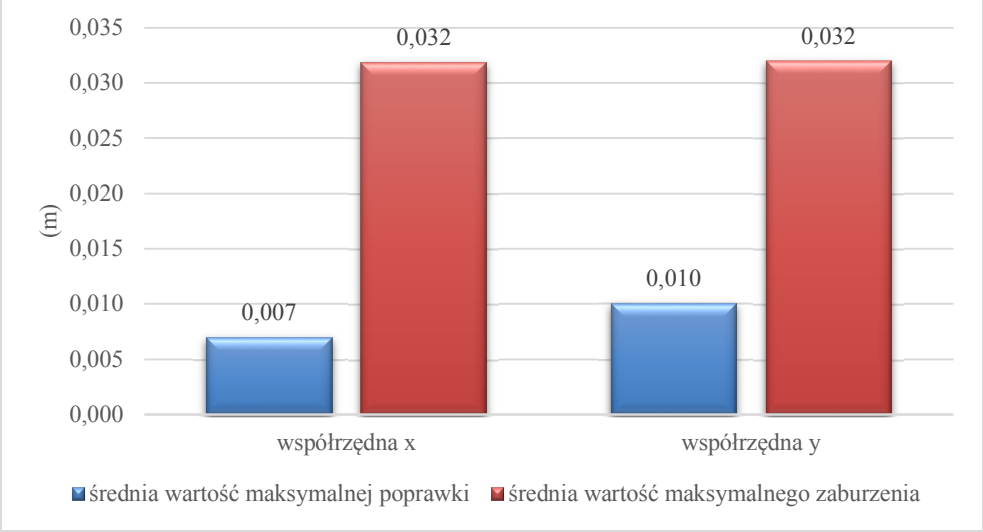
Wielkość poprawki	**max v_x**	**max v_y**	**średnia v_x**	**średnia v_y**
(m)	0,033	0,046	0,007	0,010
Wielkość zaburzenia	**max na x**	**max na y**	**średnie na x**	**średnie na y**
(m)	0,046	0,051	0,032	0,032

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.10 Porównanie maksymalnych wartości poprawek do maksymalnych wartości zaburzeń

Źródło: opracowanie własne



Wykres 8.11 Porównanie średnich wartości maksymalnych poprawek do średnich wartości maksymalnych zaburzeń współrzędnych

Źródło: opracowanie własne

Przy zastosowaniu kryterium sumy czwartych potęg poprawek zarówno maksymalne, jak i średnie wartości maksymalnych poprawek są niższe od maksymalnych i średnich z maksymalnych wartości zaburzeń współrzędnych. Maksymalna poprawka do współrzędnej x wyniosła 0,033 m, do współrzędnej y wyniosła 0,046 m przy odpowiadających im maksymalnych zaburzeniach współrzędnych x o 0,046 m i y 0,051 m. Średnia wartość maksymalnych poprawek do współrzędnej x wyniosła 0,007 m przy średniej wartości maksymalnych zaburzeń x wynoszącej 0,032 m. Średnia wartość maksymalnych poprawek do współrzędnej y wyniosła 0,010 m przy średniej wielkości z maksymalnych zaburzeń współrzędnej y wynoszącej 0,032 m.

8.2.5. Wpasowanie zespołu krzywych w zbiór punktów z wykorzystaniem programu Bentley Open Rail

Kolejnym eksperymentem jaki przeprowadzono było porównanie wyników wpasowania łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami z użyciem opracowanego w ramach rozprawy algorytmu z wynikami wpasowania za pomocą oprogramowania Bentley Open Rail.

Aplikacja Bentley Open Rail służy do kompleksowego, obiektowego projektowania korytarzy kolejowych. Jest jedną z najczęściej stosowanych aplikacji przez projektantów. Open Rail to nowa odsłona programu RailTrack, a wcześniej InRail od firmy Bentley. Wpasowanie elementów osi toru kolejowego oparte jest w tym przypadku o analizę regresji z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów - Gaussa-Jordana (STRACH, DRONSZCZYK 2016).

W celu wpasowania zespołu krzywych w oprogramowaniu Bentley Open Rail należało wczytać plik zawierający symulowane współrzędne punktów na osi toru. Następnie z wykorzystaniem interfejsu użytkownika określono elementy stanowiące poszczególne odcinki krzywoliniowe i odcinki proste. Połączenie kolejnych elementów osi toru ze sobą wykonywane jest z założeniem liniowości w poszczególnych punktach wspólnych (STRACH 2006). System w dalszej kolejności automatycznie dokonał wpasowania zespołu krzywych we wskazany zbiór punktów. Wyniki jakie uzyskano przedstawiono w poniższej tabeli (8.12).

Tabela 8.12 Wyznaczone wartości parametrów

	Własny algorytm	**Bentley Open Rail**
R	251,778 m	248,392 m
$\mathbf{x_0}$	2079,174 m	2075,787 m
$\mathbf{y_0}$	3593,974 m	3594,168 m

Źródło: opracowanie własne

W raporcie jaki uzyskano z programu Bentley Open Rail odczytano poniższe wartości przesunięć punktów do wpasowanych krzywych, które zestawiono w tabeli nr 8.13. Znak przy wartości przesunięcia świadczy o kierunku jego przesunięcia. W pozostałe wczytane do programu punkty do wpasowania system Bentley Open Rail wpasował odcinki proste.

Tabela 8.13 Wartości poprawek uzyskane z aplikacji Bentley Open Rail

Lp.	v_i (m)	Rodzaj krzywej
1	-0,005	Punkty na klotoidzie I
2	0,002	
3	-0,001	
4	0,028	
5	**0,030**	
6	0,020	
7	0,011	
8	0,021	
9	0,018	
10	-0,005	
11	-0,002	Punkty na łuku kołowym
12	**0,016**	
13	-0,007	
14	-0,007	
15	0,005	
16	0,015	
17	-0,006	Punkty na klotoidzie II
18	0,004	
19	0,022	
20	**0,035**	
21	0,004	
22	-0,005	

Źródło: opracowanie własne

Z powyższych danych widać, iż maksymalna bezwzględna wartość przesunięcia dla łuku kołowego wyniosła 16 mm, dla pierwszej klotoidy 30 mm, a dla drugiej klotoidy 35 mm.

W opracowaniu autorskim bezwzględne maksymalne wartości przesunięć kształtowały się następująco: dla łuku kołowego 15 mm, dla pierwszej klotoidy 18 mm, a dla drugiej klotoidy 14 mm.

Porównując powyższe opracowanie z programu Bentley Open Rail z opracowaniem na podstawie własnego algorytmu można zauważyć, iż wyniki są zbieżne. Jednakże widać, iż wielkości przesunięć dla punktów są niższe w przypadku realizacji zadania wpasowania autorskim algorytmem.

9. Podsumowanie i wnioski

Celem pracy było opracowanie zadania wpasowania zbioru krzywych w zbiór punktów poprzez odpowiednią parametryzację, utworzenie algorytmu optymalizacji oraz przeprowadzenie testów. Przeprowadzone testy potwierdziły prawidłowość działania zaproponowanej w rozprawie metody. Nie są one jednak na tyle obszerne, by można było wyciągnąć wnioski ogólne. Należałoby przeprowadzić więcej testów, co jednak nie wchodzi w zakres niniejszej pracy.

Opracowana metodologia wpasowania krzywych w zbiór punktów jest według autorki rozwiązaniem nowatorskim i stanowi istotny wkład w rozwój nauki w dziedzinie geodezji inżynieryjnej. Proponowana metoda wpasowania łuku kołowego i łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w odróżnieniu od dotychczas stosowanych wyróżnia się tym, że nie wymaga podawania przez użytkownika przybliżonych wartości parametrów krzywych. Parametry te wyznaczane są na podstawie danych wejściowych jakimi są współrzędne punktów, w które następuje wpasowanie odcinków prostoliniowych, jak i krzywoliniowych. Wynikiem prac wykonanych w rozprawie doktorskiej jest efektywniejsze od dotychczas stosowanych podejście do wpasowania odcinków prostoliniowych, łuku kołowego i łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów. Należy zaznaczyć, iż autorka jest świadoma, że zniekształcenia w obszarze geometrii toru kolejowego nie mają charakteru punktowego, a ciągły i mogą rozciągać się na kilka punktów. Jednakże postawione w pracy zadanie polegało na opracowaniu ogólnej metody wpasowania krzywych w zbiór punktów, bez analizy szczegółów dotyczących jej implementacji na kolei.

Zaproponowana metoda wpasowania posiada szereg zalet. Jest to metoda jednoetapowa, efektywna i o wysokiej dokładności obliczeń. Dzięki zastosowaniu metody sympleksu Neldera-Mead'a w prosty sposób współpracuje ona z funkcjami nieliniowymi. Metoda ta pozwala na uzyskanie jednego prawidłowego rozwiązania. Rozwiązanie to może być poszukiwane w większym, dowolnie wyznaczonym obszarze poprzez określenie wielkości sympleksu. Pozwala również na ustalenie dokładności rozwiązania poprzez określenie odpowiedniej wartości kryterium zatrzymania. Opracowana metoda regulacji osi toru umożliwia łatwe zastosowanie innej funkcji celu - alternatywnej do metody najmniejszych kwadratów zaproponowanej w rozprawie. Ostatecznie metoda posiada dużą możliwość wdrożeniową.

Wyniki pracy doktorskiej mogą znaleźć też zastosowanie w innych zadaniach optymalizacyjnych związanych z wpasowaniem obiektów geometrycznych w zbiór punktów, a w szczególności w zadaniach z zakresu geodezji inżynieryjnej.

10. Literatura przedmiotu

1. AKPINAR B., GÜLAL E. 2013. *Wyznaczenie geometrii torów kolejowych z wykorzystaniem adaptacyjnego modelu filtrowania Kalmana*. Pomiar. 46 (1). s. 639-645.
2. BAI L., LIU R., SUN Q., WANG F., XU P. 2015. *Markov – based model for the prediction of railway track irregularities. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers*. Part F: Jurnal of rail and rapid transit. 229(2). s. 150-159.
3. BAŁUCH H. 1978. *Diagnostyka nawierzchni kolejowych*. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa.
4. BAŁUCH M. 2001. *Podstawy dróg kolejowych*. Wydawnictwo Politechniki Radomskiej.
5. BASIEWICZ T., RUDZIŃSKI M., JACYNA M. 1994 (i wyd. późn.). *Linie kolejowe*. Oficyna Wydawnicza PW.
6. BERA S., BHOWMICK P., BHATTACHARYA B. B. 2010. *Detection of circular arcs in a digital image using chord and sagitta properties.* Proc., 8th Int. Conf. on Graphics, Springer, Berlin, s. 69–80.
7. BERA S., Pal S., BHOWMICK P. BHATTACHARYA B. B. 2014. *On chord and sagitta in Z2: An analysis towards fast and robust circular arc detection.* CoRR, abs1411.1668.
8. BERAWI A. R. B., DELGADO R., CALÇADA R., VALE C. 2010. *Evaluating track geometrical quality through deifferent methodologies*. Jurnal of technology, 1 (1). s. 38-47.
9. BRERETON T., TAIMRE T., BOTEW Z.I. 2014. *Dlaczego metoda Monte Carlo jest dziś tak ważna*. Statystyka obliczeń WIRE.6 (6): 386–392. doi:10.1002/wics. 1314.S2CID18521840.
10. CAI H., WANG G. 2009. *A new method in highway route design: joining circular arcs by a single C-Bezier curve with shape parameter*. Jurnal of Zhejiang University SCIENCE A. 10 (4.)
11. CELLMER S. 2015. *Least fourth powers: optimisation method favouring outliers.* Survey Review, 47(345), s. 411-417. DOI 10.1179/1752270614Y.0000000142.
12. GHOREISHI B., SHAFAHI Y., HASHEMIAN S. E. 2019. *A model for optimizing railway alignment considering bridge costs, tunnel costs and transition curves*. Urban Rail Transit, 5 (4), s. 207-224.

13. KĘDRA Z. 2005. *Metody regulacji osi toru*. Wystąpienie na jubileuszowej sesji naukowej Katedry Inżynierii Kolejowej. Gdańsk, s. 171-181, link z dnia: 24.11.2013r, http://www.zie.pg.gda.pl/~dwisnie/konf/konf3.pdf.
14. KOBRYŃ A. 2008. *Nowe typy krzywych przejściowych do definiowania tras komunikacyjnych*. Roads and Bridges – Drogi i Mosty. 7/3/2008. s. 5-8.
15. KOBRYŃ A. 2008. *Klotoida i inne krzywe przejściowe*. Drogownictwo, LXIII, t. 6-7. s. 189-195.
16. KOBRYŃ A. 2009. *Wielomianowe kształtowanie krzywych przejściowych*. Dział Wydawnictw i Poligrafii Politechniki Białostockiej, Białystok.
17. KOC W. 2004. *Elementy teorii projektowania układów torowych*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk.
18. KOC W., PALIKOWSKA K. 2012. *Analiza sposobów modelowania krzywizny – krzywe Bezier a metoda analityczna*. Nr 3 (99) Zeszyty naukowo-techniczne SITK RP, oddział w Krakowie.
19. KOC W., SPECHT C., CHROSTOWSKI P., PALIKOWSKA K. 2012. *The Accuracy Assessment of Determining the Axis of Railway Track Basing on the Satellite Surveying, Archives of Transpor24(3)*. Polish Academy of Sciences, Warszawa.
20. KOC W. 2019. *Smoothed transition curve for railways*. Przegląd komunikacyjny. s. 19-31
21. KOROLEV V. 2021. *Selecting a turnout curve form in railroad switches for high speeds of movement*. In International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy technologies EMMFT 2019: Volume 1. s. 156-172. Springer International Publishing.
22. KOZIEŁ S., YANG X.S. 2011. *Computational, optimization, methods and algorithms, Studies is computational intelligence* vol. 356. Springer, Berlin.
23. KOWALCZYK K., WĘGLICKI R., OGÓREK T. 2022. *Analiza wpływu odwzorowania kartograficznego I geometrii toru na mziany w kilometrażu linii kolejowej*. Nowoczesne Technologie I Systemy Zarządzania w Transporcie Szynowym NOVKOL 2022: materiały konferencyjne recenzowane. Stowarzyszenie Inżynierów I Techników Komunikacji Rzeczypospolitej Polskiej Oddział w Krakowie. ISBN: 978-83-63492-18-2. s. 143-156.
24. KUFVER B. 2000. *Optimisation of horizontal alignments for railways: Procedures involving evaluation of dynamic vehicle response.* Doctoral thesis in Stockholm, Sweden. KTH Royal Institute of Technology.

25. LENDA G. 2001. *Automatyzacja procesu obliczeniowego regulacji osi torów kolejowych*. Geodezja: półrocznik Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie. ISSN 1234-6608. t. 7 z. 2 s. 275–284.
26. LENDA, G., STRACH, M. 2012. *Określanie geometrii tras szynowych z wykorzystaniem aproksymacyjnych funkcji sklejanych.* PAK vol. 58 nr 12/2012.
27. ŁUKASIAK J., OGÓREK T., SZCZĘSNY J., WĘGLICKI R., ZARICZNY J. 2021. *Regulacja osi toru – analiza projektu i przygotowanie do robót na przykładzie Centralnej Magistrali Kolejowej*. Zeszyty Naukowo – Techniczne SITK RP Oddział w Krakowie. Nr 2 (123).
28. MROZEK, B., MROZEK, Z. 1998. *Matlab 5.x – poradnik użytkownika*. Wydawnictwo PLJ, Warszawa.
29. NAGANUMA, Y., SUZUKI, W., ITAYA, K., KOHAMA, T., NAKAMURA, S. 2000. *A complete digital inertial measurement system for railway track geometry.* Computers in railways monograph VII, WIT Press, Ashurst, U.K. s. 75–84.
30. NELDER A., MEAD R. 1965. *A simplex method for function minimization*. Computer Journal 7.
31. POGORELOV D. Y. 2005. *Simulation of railway vehicle dynamics with universal mechanism software. Rail vehicle dynamics and associated problems*. Gliwice: Silesian University of technology. s. 13-58.
32. Praca zbiorowa pod red. LAUDYN I. 1993. *Geodezja inżynieryjna, Tom III*. Polskie Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych im. E. Romera S.A., Warszawa
33. SADEGHI J., AKBARI B. 2006. *Field invastigation on effects of railway track geometric parameters on rail wear.* Jurnal of Zhejiang University – SCIENCE A.7 s. 1846-1855.
34. SADEGHI J., RABIECE S., FELEKARI P., KHAJEHDEZFULY A. 2022. *Investigation on optimum lengths of railway clothoid transition curves based on passenger ride comfort*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part F: jurnal of Rail and Rapid Transit, 09544097221143824.
35. STRACH M. 2006. *Wykorzystanie aplikacji firmy Bentley do projektowania transportu kolejowego*. Geodezja: półrocznik Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie. ISSN 1234-6608. t. 12 z. 2. s. 411–422
36. STRACH M., KAMPCZYK A. 2011. *Surveys of geometry of rail track facilities and railway tracks in the infrastructure of rail transport*. Reports on Geodesy volume z.1/90.

37. STRACH M., DRONSZCZYK P. 2016. *Comprehensive 3D measurements of tram tracks in the tunnel using the combination of laser scanning technology and traditional TPS/GPS surveying*. Transport Research Procedia 14. s. 1940-1949.
38. SYSAK J. 1982 (i wyd. Późn.). Podstawy dróg kolejowych. PWN.
39. TAŞÇI L., KULOĞLU N. 2011. *Investigation of a new transition curve*. The Baltic jurnal of Road and Bridge Engineering. 6 (1). s. 23-29.
40. VÁZQUEZ-MÉNDEZ M. E., CASAL G., CASTRO A., SANTAMARINA D. 2021. *Optimization of an urban railway bypass. A case study in A Coruña-Lugo line. Northwest of Spain. Computers & Industrial Engineering*. 151. 106935.
41. WOJTCZAK R. 2018. *Błędy w projektowaniu ramp przechyłkowych*. DOI http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.26664.47362.
42. YOSHIMURA, A. 1996. *A new method for repairing railway track irregularities using levelling and lining machines.* WIT transactions on the built environment, Vol. 168, WIT Press, Ashurst, U.K. s. 51– 60.
43. YOSHIMURA, A., NAGANUMA, Y., NAKAGAWA, M., and OKUMURA, T. 2008. *Digital inertial algorithm for recording track geometry on commercial Shinkansen trains.* WIT transactions on the built environment, Vol. 103, WIT Press, Ashurst, U.K. s. 683–692.
44. YOSHIMURA A., NAGANUMA Y. 2013 *A new method to reconstruct the track geometry from versine data measured in the curved track using the monte carlo particle filter.* 12th International Conference Railway Engineering, London.
45. ZBOINSKI K., WOZNICA P. 2021. *In the cubic parabola really the best railway transistion curve?*. Open Engineering. 11 (1). S. 1207-1213.

Akty prawne:

1. Ustawa z dnia 28 marca 2003r. o transporcie kolejowym (tekst jednolity: Dz. U. z 2023 r., poz. 602 z późn. zm.).
2. Ustawa z dnia 10 maja 2018 roku o Centralnym Porcie Komunikacyjnym (tekst jednolity: Dz.U.2018r., poz. 1089).
3. Ustawa z dnia 27 kwietnia 2001 r. Prawo ochrony środowiska (Dz.U. 2022 poz. 2556, 2687).
4. Dz.U.98.151.987 Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 10 września 1998r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie. (Dz. U. z dnia 15 grudnia 1998r.).
5. Uchwała nr 263/2010 Zarządu PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. z dnia 14 czerwca 2010r. w sprawie przyjęcia do stosowania w PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. *Standardów technicznych – szczegółowych warunków technicznych dla modernizacji lub budowy linii kolejowych do prędkości* $V_{max} \leq$ *200 km/h (dla taboru konwencjonalnego) / 250 km/h (dla taboru z wychylnym pudłem)*.
6. Uchwała Nr 8 Zarządu PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. z dnia 12 stycznia 2016r. w sprawie przyjęcia Standardu technicznego *O organizacji i wykonywaniu pomiarów geodezji kolejowej GK-1*.
7. Uchwała nr 693/2017 Zarządu PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. z dnia 27 czerwca 2017r. (z późn. zm.) w sprawie przyjęcia do stosowania *Instrukcji o prowadzeniu ruchu pociągów Ir-1*.
8. Rozporządzenie Komisji Unii Europejskiej nr 1299/2014 z dnia 18 listopada 2014r. dotyczące technicznych specyfikacji interoperacyjności podsystemu „Infrastruktura" systemu kolei w Unii Europejskiej.
9. PN-EN 13803 Kolejnictwo – Tor – Parametry projektowania toru w planie – Tor o szerokości 1435 mm i większej.
10. PN-EN 1323-1 Kolejnictwo – Tor – Odbiór prac – część 1: Prace na torach na podsypce – Szlak, rozjazdy i skrzyżowania.
11. PN-EN 13848-5 Kolejnictwo – Tor – jakość geometryczna toru – część 5: Poziomy Jakości geometrycznej – Szlak.
12. Standardy techniczne *szczegółowe warunki techniczne dla modernizacji lub budowy linii kolejowych do prędkości* $V_{max} \leq$ *200 km/h (dla taboru*

konwencjonalnego) / 250 km/h (dla taboru z wychylnym pudłem). 2010. Warszawa.

13. Standardy techniczne *szczegółowe warunki techniczne dla modernizacji lub budowy linii kolejowych do prędkości $V_{max} \leq 200$ km/h (dla taboru konwencjonalnego) / 250 km/h (dla taboru z wychylnym pudłem)*. Tom I. Załącznik ST-T1-A6. Układy geometryczne torów. Wersja 1.0. 2017. Warszawa.
14. Standard techniczny *O organizacji i wykonywaniu pomiarów geodezji kolejowej GK-1*. 2015. Warszawa.
15. Instrukcja *o prowadzeniu ruchu pociągów Ir-1*. 2019. Warszawa
16. *SKMr-1 Instrukcja o prowadzeniu ruchu pociągów*. 2015. Gdynia. Wprowadzona na podstawie Uchwały nr 228/2021 Zarządu PKP Szybka Kolej Miejska w Trójmieście sp. z o.o. z dnia 25 października 2021 roku.

Inne źródła:

1. BEDNARCZYK M., CELLMER S., KOWALCZYK K., JANOWSKI A., RAPIŃSKI J. 2012-2013. *Modernizacja trasy kolejowej oparta na inwentaryzacji szlaku i skrajni metodami pomiaru bezpośredniego i satelitarnego oraz optymalizacji parametrów trasy metodą regresji ortogonalnej.* Projekt badawczo-wdrożeniowy na zlecenie PKP Polskie Linie Kolejowe Spółka Akcyjna (PKP PLK S.A.) 03-734 Warszawa, ul. Targowa 74. Umowa nr 60/030/0004/12/I/0 z dnia 03.10.2012r. Warszawa
2. II konkurs w ramach Wspólnego Przedsięwzięcia NCBR – PKP PLK S.A. polegającego na wsparciu badań naukowych i prac rozwojowych w obszarze infrastruktury kolejowej pn. *Badania i Rozwój w Infrastrukturze Kolejowej* – BRIK.

11. Załączniki

Tabela 11.1 Symulowane współrzędne punktów

Lp.	x (*m*)	y (*m*)
1	1998,42	2004,73
2	1996,83	2009,48
3	1995,25	2014,22
4	1993,67	2018,97
5	1992,09	2023,71
6	1990,51	2028,46
7	1988,92	2033,22
8	1987,37	2037,94
9	1985,76	2042,67
10	1984,17	2047,44
11	1982,60	2052,16
12	1981,04	2056,92
13	1979,44	2061,68
14	1977,89	2066,42
15	1976,30	2071,15
16	1974,69	2075,89
17	1973,12	2080,64
18	1971,55	2085,39
19	1969,94	2090,12
20	1968,36	2094,88
21	1966,79	2099,63
22	1965,23	2104,35
23	1963,61	2109,09
24	1962,06	2113,85
25	1960,48	2118,58
26	1958,89	2123,33
27	1957,28	2128,06
28	1955,74	2132,82
29	1954,14	2137,56
30	1952,56	2142,30
31	1950,98	2147,05
32	1949,40	2151,78
33	1947,83	2156,53
34	1946,22	2161,27
35	1944,67	2166,01
36	1943,10	2170,76
37	1941,51	2175,50
38	1939,92	2180,25
39	1938,34	2184,98
40	1936,77	2189,73
41	1935,18	2194,48
42	1933,59	2199,23
43	1932,02	2203,97
44	1930,41	2208,70
45	1928,86	2213,47
46	1927,27	2218,19
47	1925,68	2222,93
48	1924,10	2227,66
49	1922,52	2232,42
50	1920,96	2237,15
51	1919,36	2241,91
52	1917,80	2246,64
53	1916,21	2251,41
54	1914,62	2256,13
55	1913,04	2260,89
56	1911,44	2265,64
57	1909,88	2270,37
58	1908,30	2275,11
59	1906,72	2279,86
60	1905,14	2284,60
61	1903,55	2289,34
62	1901,98	2294,09
63	1900,38	2298,83
64	1898,81	2303,57
65	1897,21	2308,33
66	1895,63	2313,07
67	1894,07	2317,81
68	1892,49	2322,53

69	1890,88	2327,30
70	1889,33	2332,03
71	1887,73	2336,78
72	1886,16	2341,53
73	1884,57	2346,26
74	1883,01	2351,01
75	1881,43	2355,76
76	1879,82	2360,51
77	1878,24	2365,25
78	1876,69	2369,99
79	1875,08	2374,75
80	1873,51	2379,46
81	1871,92	2384,22
82	1870,33	2388,98
83	1868,78	2393,70
84	1867,18	2398,45
85	1865,61	2403,18
86	1864,00	2407,94
87	1862,45	2412,68
88	1860,85	2417,43
89	1859,30	2422,15
90	1857,71	2426,90
91	1856,11	2431,65
92	1854,55	2436,40
93	1852,96	2441,14
94	1851,37	2445,87
95	1849,79	2450,60
96	1848,21	2455,35
97	1846,61	2460,12
98	1845,04	2464,85
99	1843,46	2469,60
100	1841,88	2474,34
101	1840,31	2479,08
102	1840,06	2479,83
103	1839,01	2482,97
104	1837,49	2487,75
105	1836,01	2492,50
106	1834,58	2497,31
107	1833,20	2502,12

108	1831,85	2506,93
109	1830,55	2511,76
110	1829,31	2516,61
111	1828,11	2521,44
112	1826,95	2526,32
113	1825,87	2531,20
114	1824,82	2536,09
115	1823,81	2540,98
116	1822,84	2545,90
117	1821,95	2550,81
118	1821,08	2555,73
119	1820,27	2560,67
120	1819,49	2565,60
121	1818,80	2570,56
122	1818,13	2575,50
123	1817,50	2580,48
124	1816,93	2585,42
125	1816,41	2590,42
126	1815,92	2595,39
127	1815,52	2600,37
128	1815,14	2605,37
129	1814,82	2610,36
130	1814,54	2615,35
131	1814,31	2620,34
132	1814,14	2625,33
133	1813,99	2630,32
134	1813,90	2635,33
135	1813,90	2640,33
136	1813,90	2645,32
137	1813,94	2650,32
138	1814,10	2655,33
139	1814,23	2660,32
140	1814,46	2665,33
141	1814,73	2670,31
142	1815,05	2675,30
143	1815,40	2680,29
144	1815,79	2685,28
145	1816,26	2690,27
146	1816,76	2695,23

147	1817,32	2700,19
148	1817,93	2705,16
149	1818,57	2710,12
150	1819,26	2715,08
151	1820,02	2720,00
152	1820,81	2724,94
153	1821,64	2729,87
154	1822,48	2734,82
155	1823,30	2739,75
156	1824,10	2744,69
157	1824,96	2749,61
158	1825,76	2754,52
159	1826,58	2759,48
160	1827,40	2764,41
161	1828,20	2769,34
162	1829,05	2774,27
163	1829,85	2779,20
164	1830,68	2784,14
165	1831,51	2789,06
166	1832,34	2794,00
167	1833,14	2798,93
168	1833,98	2803,85
169	1834,79	2808,79
170	1835,62	2813,72
171	1836,46	2818,66
172	1837,26	2823,59
173	1838,09	2828,52
174	1838,90	2833,45
175	1839,73	2838,38
176	1840,56	2843,29
177	1841,38	2848,24
178	1842,20	2853,17
179	1843,01	2858,12
180	1843,85	2863,06
181	1844,66	2867,98
182	1845,48	2872,90
183	1846,31	2877,82
184	1847,13	2882,76
185	1847,96	2887,69

186	1848,78	2892,64
187	1849,61	2897,56
188	1850,41	2902,50
189	1851,23	2907,42
190	1852,06	2912,37
191	1852,88	2917,31
192	1853,71	2922,22
193	1854,52	2927,16
194	1855,34	2932,10
195	1856,15	2937,01
196	1856,98	2941,95
197	1857,83	2946,88
198	1858,62	2951,82
199	1859,46	2956,74
200	1860,29	2961,69
201	1861,11	2966,64
202	1861,93	2971,55
203	1862,75	2976,48
204	1863,57	2981,41
205	1864,39	2986,34
206	1865,20	2991,27
207	1866,02	2996,18
208	1866,86	3001,14
209	1867,67	3006,05
210	1868,49	3011,00
211	1869,32	3015,94
212	1870,15	3020,85
213	1870,98	3025,79
214	1871,77	3030,75
215	1872,60	3035,67
216	1873,45	3040,60
217	1874,25	3045,51
218	1875,09	3050,47
219	1875,90	3055,40
220	1876,73	3060,32
221	1877,55	3065,26
222	1878,37	3070,19
223	1879,19	3075,10
224	1880,00	3080,04

225	1880,84	3084,99
226	1880,99	3086,01
227	1881,81	3090,94
228	1882,63	3095,87
229	1883,45	3100,81
230	1884,22	3105,76
231	1885,01	3110,68
232	1885,73	3115,63
233	1886,45	3120,59
234	1887,62	3129,62
235	1888,21	3134,61
236	1888,74	3139,58
237	1889,22	3144,55
238	1889,68	3149,51
239	1890,06	3154,49
240	1890,40	3159,49
241	1890,69	3164,47
242	1890,93	3169,47
243	1891,13	3174,46
244	1891,26	3179,47
245	1891,36	3184,47
246	1891,38	3189,47
247	1891,41	3194,47
248	1891,36	3199,46
249	1891,25	3204,48
250	1891,10	3209,47
251	1890,91	3214,47
252	1890,64	3219,46
253	1890,34	3224,45
254	1890,00	3229,46
255	1889,60	3234,41
256	1889,17	3239,39
257	1888,67	3244,37
258	1888,14	3249,35
259	1887,54	3254,32
260	1886,92	3259,28
261	1886,22	3264,22
262	1885,48	3269,17
263	1885,37	3269,94

264	1883,89	3278,94
265	1883,01	3283,86
266	1882,12	3288,78
267	1881,23	3293,68
268	1880,25	3298,59
269	1879,29	3303,51
270	1878,32	3308,42
271	1877,34	3313,32
272	1876,36	3318,23
273	1875,38	3323,11
274	1874,38	3328,04
275	1873,41	3332,94
276	1872,44	3337,84
277	1871,46	3342,73
278	1870,49	3347,64
279	1869,48	3352,53
280	1868,51	3357,47
281	1867,54	3362,33
282	1866,54	3367,26
283	1865,57	3372,15
284	1864,58	3377,04
285	1863,62	3381,97
286	1862,63	3386,87
287	1861,64	3391,77
288	1860,68	3396,66
289	1859,70	3401,57
290	1858,68	3406,47
291	1857,75	3411,36
292	1856,74	3416,28
293	1855,76	3421,17
294	1854,79	3426,08
295	1853,81	3430,98
296	1852,84	3435,90
297	1851,83	3440,78
298	1850,87	3445,70
299	1849,88	3450,61
300	1848,91	3455,52
301	1847,93	3460,39
302	1846,93	3465,32

303	1845,96	3470,22
304	1844,97	3475,11
305	1843,98	3480,02
306	1843,01	3484,90
307	1842,04	3489,84
308	1841,07	3494,74
309	1840,09	3499,63
310	1839,41	3502,98
311	1838,43	3507,89
312	1837,44	3512,80
313	1836,49	3517,71
314	1835,54	3522,59
315	1834,62	3527,50
316	1833,72	3532,45
317	1832,86	3537,36
318	1832,05	3542,30
319	1831,28	3547,23
320	1830,56	3552,19
321	1829,90	3557,14
322	1829,32	3562,11
323	1828,76	3567,08
324	1828,32	3572,04
325	1827,97	3577,03
326	1827,51	3586,64
327	1827,46	3588,07
328	1827,39	3593,06
329	1827,43	3598,06
330	1827,57	3603,08
331	1827,79	3608,07
332	1828,13	3613,05
333	1828,55	3618,05
334	1829,08	3623,03
335	1829,70	3627,97
336	1830,43	3632,92
337	1831,24	3637,87
338	1832,61	3644,91
339	1833,63	3649,81
340	1834,74	3654,70
341	1835,91	3659,57
342	1837,13	3664,39
343	1838,37	3669,24
344	1839,63	3674,08
345	1840,91	3678,94
346	1842,21	3683,77
347	1843,48	3688,57
348	1844,75	3693,42
349	1846,04	3698,24
350	1847,32	3703,09
351	1848,60	3707,93
352	1849,88	3712,74
353	1851,15	3717,56
354	1852,43	3722,41
355	1853,72	3727,25
356	1855,01	3732,08
357	1856,26	3736,91
358	1857,55	3741,75
359	1858,83	3746,59
360	1860,11	3751,41
361	1861,41	3756,24
362	1862,69	3761,09
363	1863,97	3765,92
364	1865,26	3770,74
365	1866,53	3775,57
366	1867,80	3780,40
367	1869,09	3785,25
368	1870,36	3790,09
369	1871,64	3794,91
370	1872,91	3799,74
371	1874,22	3804,58
372	1875,51	3809,42
373	1876,78	3814,23
374	1878,08	3819,09
375	1879,33	3823,91
376	1880,63	3828,75
377	1881,89	3833,57
378	1883,16	3838,41
379	1884,46	3843,23
380	1885,74	3848,08

381	1887,02	3852,93
382	1888,31	3857,76
383	1889,58	3862,59
384	1890,87	3867,39
385	1892,13	3872,25
386	1893,42	3877,07
387	1894,70	3881,91
388	1895,98	3886,73
389	1897,27	3891,57
390	1898,56	3896,37
391	1899,84	3901,23
392	1901,10	3906,07
393	1902,38	3910,91
394	1903,67	3915,77
395	1904,96	3920,57
396	1906,21	3925,41
397	1907,52	3930,24
398	1908,80	3935,08
399	1910,07	3939,90
400	1911,38	3944,74
401	1912,63	3949,56
402	1913,93	3954,39
403	1915,19	3959,24
404	1916,48	3964,08
405	1917,76	3968,90
406	1919,03	3973,75
407	1920,33	3978,57
408	1921,61	3983,42
409	1922,89	3988,25
410	1924,16	3993,08
411	1925,44	3997,92

Źródło: opracowanie własne

13. Spis rysunków:

Rysunek 2.1 Oś toru 11
Rysunek 2.2 Kierunki łuków 11
Rysunek 3.1 Schemat rozjazdów 13
Rysunek 6.1 Łuk kołowy zawarty pomiędzy dwoma odcinkami prostymi 20
Rysunek 6.2 Łuk kołowy wraz z krzywymi przejściowymi do odcinków prostych 20
Rysunek 6.3 Zależności geometryczne w łuku kołowym 22
Rysunek 6.4 Zależności geometryczne w łuku kołowym z niesymetrycznymi klotoidami 22
Rysunek 6.5 Zależności geometryczne w łuku kołowym 25
Rysunek 6.6 Pierwotny układ współrzędnych 26
Rysunek 6.7 Układ współrzędnych o środku w punkcie W 27
Rysunek 6.8 Układ współrzędnych o środku w punkcie W i osią x na przedłużeniu odcinka OW 27
Rysunek 6.9 Układ współrzędnych o środku w punkcie O i osią x skierowaną wzdłuż odcinka OW 28
Rysunek 6.10 Widok cięciwy łuku kołowego 30
Rysunek 6.11 Azymut A_{AW} oraz A_{WB} 32
Rysunek 6.12 Zależności geometryczne służące wyznaczeniu wartości H_1 i H_2 33
Rysunek 6.13 Rysunek poglądowy punktów pośrednich na klotoidzie 1 36
Rysunek 6.14 Zależności geometryczne niezbędne do wyznaczenia długości stycznej T_1 oraz T_2 39
Rysunek 7.1 Proces pierwszej iteracji sympleksu Neldera Mead'a 43
Rysunek 8.1 Widok wpasowanego łuku kołowego w zbiór punktów 50
Rysunek 8.2 Widok zbliżenia na wpasowanie łuku w zbiór punktów 51
Rysunek 8.3 Rzut odcinka osi toru, prosta - klotoida 1 - łuk kołowy - klotoida 2 – prosta 55
Rysunek 8.4 Widok klotoidy nr 1 55
Rysunek 8.5 Widok łuku kołowego 56
Rysunek 8.6 Widok klotoidy nr 2 56

14. Spis schematów:

Schemat 7.1 Algorytm metody sympleksu Neldera-Mead'a.....44

15. Spis wykresów:

Wykres 8.1 Wpływ wielkości sympleksu na wartość ($\sum v_i^2$).....61
Wykres 8.2 Wpływ wielkości sympleksu na wartość maksymalnego przesunięcia punktu 62
Wykres 8.3 Wpływ wielkości sympleksu na liczbę iteracji 62
Wykres 8.4 Porównanie maksymalnych wielkości bezwzględnych poprawek i przesunięć 64
Wykres 8.5 Porównanie średnich wartości z maksymalnych wartości poprawek.....64
Wykres 8.6 Porównanie maksymalnych średnich wartości poprawek i przesunięć.....66
Wykres 8.7 Porównanie średnich wartości spośród średnich wartości poprawek.....66
Wykres 8.8 Porównanie maksymalnych wartości poprawek do maksymalnych wartości zaburzeń.....67
Wykres 8.9 Porównanie średnich wartości maksymalnych poprawek do średnich wartości maksymalnych zaburzeń współrzędnych 68
Wykres 8.10 Porównanie maksymalnych wartości poprawek do maksymalnych wartości zaburzeń.....69
Wykres 8.11 Porównanie średnich wartości maksymalnych poprawek do średnich wartości maksymalnych zaburzeń współrzędnych 69

16. Spis tabel:

Tabela 4.1 Minimalne długości odcinków prostych oraz łuków poziomych (L) w torach szlakowych, głównych zasadniczych i dodatkowych (poza połączeniami torów) 16
Tabela 4.2 Podstawowe parametry charakteryzujące krzywe przejściowe Blossa i paraboli trzeciego stopnia....17
Tabela 8.1 Wartość przybliżona parametru....47
Tabela 8.2 Porównanie wartości przybliżonej i wyrównanej parametru 48
Tabela 8.3 Wartości poprawek i przesunięć do punktów....48
Tabela 8.4 Porównanie wartości przybliżonej i wyrównanej parametrów....52
Tabela 8.5 Wartości poprawek i przesunięć do punktów....53
Tabela 8.6 Porównanie wyników doświadczenia z wielkością sympleksu początkowego 58
Tabela 8.7 Zestawienie obliczanych wartości w odniesieniu do poszczególnych wielkości sympleksu 61
Tabela 8.8 Porównanie maksymalnych oraz średnich z maksymalnych bezwzględnych wartości poprawek i przesunięć przy zastosowaniu różnych funkcji celu...63
Tabela 8.9 Porównanie średnich wartości poprawek i przesunięć przy zastosowaniu różnych funkcji celu....65
Tabela 8.10 Porównanie maksymalnych i średnich wartości poprawek w stosunku do zaburzeń współrzędnych przy zastosowaniu kryterium $\sum v^2$....67
Tabela 8.11 Porównanie maksymalnych i średnich wartości poprawek w stosunku do zaburzeń współrzędnych przy zastosowaniu kryterium $\sum v^4$....69
Tabela 8.12 Wyznaczone wartości parametrów 71
Tabela 8.13 Wartości poprawek uzyskane z aplikacji Bentley Open Rail....72
Tabela 11.1 Symulowane współrzędne punktów....83

Zastosowanie metody sympleksu Neldera-Mead'a do wpasowania krzywych przy regulacji torów kolejowych

mgr inż. Marta Skała-Szymańska

STRESZCZENIE

Głównym celem rozprawy jest opracowanie matematycznych podstaw nowej metody wpasowania określonych zespołów krzywych w zbiór punktów, a także sformułowanie matematycznego modelu będącego podstawą proponowanej metody oraz opracowanie algorytmu obliczeniowego prowadzącego do poprawnego rozwiązania.

Hipoteza badawcza jaką postawiono to: zastosowanie metody sympleksu Neldera-Mead'a, jako alternatywnego podejścia w stosunku do dotychczas stosowanych metod może w znaczącym stopniu podnieść efektywność procesu wpasowania krzywych w zbiór pomierzonych punktów.

W ramach pracy dokonano opracowania zadania optymalizacyjnego, poddano analizie jego model matematyczny i wypracowano proces obliczeniowy prowadzący do optymalnego rozwiązania. Procedurę wpasowania krzywych w zbiór punktów opracowano w środowisku MATLAB.

Wynikiem prac przeprowadzonych w rozprawie doktorskiej jest nowa metoda wpasowania odcinków prostoliniowych, łuku kołowego i łuku kołowego z niesymetrycznymi klotoidami w zbiór punktów.

Słowa kluczowe: wpasowanie krzywych, regulacja osi toru, optymalizacja

The use of Nelder-Mead simplex method for fitting the curves during for railway track realignment

MSc Eng Marta Skała-Szymańska

ABSTRACT

The main goal of the dissertation is develop the mathematical foundations of a new method of fitting specific sets of curves into a set of points, as well as to formulate of a mathematical model of mentioned method and to develop a computational algorithm leading to the correct solution.

The research hypothesis put forward is: use of the Nelder-Mead simplex method, as an alternative approach to the methods used so far can significantly increase the efficiency of the process of fitting curves into a set of measured points.

As part of the dissertation, an optimization task was developed, its mathematical model was analyzed, and a calculation process was developed leading to an optimal solution. The procedure of fitting curves into a set of points was developed in the MATLAB software.

The goal of this thesis was achieved. New method of fitting rectilinear sections, a circular arc and a circular arc with asymmetric clothoids into a set of points was created.

Key words: curves fitting, railway track realignment, optimization