UNIWERSYTET WARMIŃSKO-MAZURSKI W OLSZTYNIE
WYDZIAŁ GEOINŻYNIERII



mgr inż. Aneta Beata Cichulska

MODELOWANIE PRZESTRZENNE PROCESÓW WARTOŚCIOTWÓRCZYCH NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI MIESZKANIOWYCH

Rozprawa doktorska
wykonana pod kierunkiem
dr hab. inż. Radosława Cellmera, prof. UWM
Promotor pomocniczy dr inż. Katarzyna Kobylińska

OLSZTYN 2023

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP ... 4
1.1. Wprowadzenie ... 4
1.2. Znaczenie rozprawy doktorskiej ... 7
1.3. Koncepcja i plan badań ... 9
1.4. Metodyka badań ... 11
1.5. Prezentacja poszczególnych rozdziałów ... 14
2. KONCEPCJA WARTOŚCI NIERUCHOMOŚCI W ŚWIETLE DOTYCHCZASOWYCH BADAŃ ... 16
2.1. Wartość jako kategoria filozoficzna ... 17
2.2. Współczesne ujęcie wartości nieruchomości ... 18
3. CZYNNIKI I PROCESY WARTOŚCIOTWÓRCZE NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI ... 22
3.1. Rynek nieruchomości jako system ... 22
3.2. Procesy i czynniki wartościotwórcze w systemie rynku nieruchomości ... 38
4. MODELOWANIE POPYTU I PODAŻY NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI ... 44
4.1. Kształtowanie się popytu i podaży na rynku nieruchomości ... 44
4.2. Modele popytu i podaży na rynku nieruchomości ... 47
5. PRZESTRZEŃ W IDENTYFIKACJI ZJAWISK NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI ... 52
5.1. Znaczenie przestrzeni i identyfikacji struktury przestrzennej w badaniach naukowych i na rynku nieruchomości ... 52
5.2. Statystyka i ekonometria przestrzenna ... 56
6. OPRACOWANIE MODELU OPISOWEGO PROCESÓW WARTOŚCIOTWÓRCZYCH ... 58
7. MODELOWANIE PRZESTRZENNE ZJAWISK RYNKOWYCH ... 66
7.1. Zjawisko autokorelacji przestrzennej na rynku nieruchomości ... 66
7.2. Modele regresji przestrzennej (SAR, SLM) ... 70

7.3. Modele regresji ważonej geograficznie (GWR) 78

7.4. Modele hierarchiczne (HLM, HSAR)..... 83

7.5. Modele panelowe, przestrzenne modele panelowe (PDM, SpPDM)..... 98

8. CHARAKTERYSTYKA DANYCH ŹRÓDŁOWYCH DO ANALIZ..... 111

9. OPRACOWANIE PRZESTRZENNEGO MODELU INTERAKCJI WSKAŹNIKÓW RYNKU NIERUCHOMOŚCI Z ICH DETERMINANTAMI 119

9.1. Model regresji przestrzennej - SAR..... 121

9.2. Model regresji ważonej geograficznie - GWR 131

9.3. Modele hierarchiczne - HLM i HSAR..... 149

9.4. Modele panelowe, przestrzenne modele panelowe (PDM, SpPDM)..... 163

10. PODSUMOWANIE I WNIOSKI..... 183

11. LITERATURA 186

12. SPIS TABEL 218

13. SPIS RYSUNKÓW 220

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

Rynek nieruchomości, jako interdyscyplinarna dziedzina obejmująca zagadnienia związane z zaspokajaniem podstawowych potrzeb człowieka, stanowi szereg relacji wewnętrznych i zewnętrznych w ramach funkcjonowania mechanizmu rynkowego. Ponadto jest on złożonym i dynamicznym układem, który nieustannie podlega zmianom zachodzącym w jego bezpośrednim otoczeniu (HOZER 1999, BELNIAK 2001, HENZEL 2004, BRYX 2008, KUCHARSKA-STASIAK 2016). Informacja perspektywiczna o przyszłym stanie i charakterze rynku nieruchomości oraz o procesach w nim zachodzących jest oczekiwana i poszukiwana przez wszystkie podmioty działające lub mogące działać w przyszłości w jego obrębie. Nieustannie i dynamicznie zmieniające się czynniki kształtujące przestrzeń i wieloaspektowe procesy w zakresie gospodarki przestrzennej mają istotny wpływ na rozwój lub wyhamowanie rynku nieruchomości, a zatem wymagane są coraz to bardziej złożone metody czy sposoby jego analizy i modelowania.

W literaturze przedmiotu nadal przedstawianych jest niewiele zagadnień z zakresu przestrzennego ujęcia czynników wpływających na podaż i popyt na nieruchomości, co stanowiło bezpośrednią motywację podjętego tematu rozprawy. Dotychczas skupiano się głównie na związkach przyczynowo-skutkowych stanowiących ogólne przedstawienie procesów toczących się na rynku nieruchomości w skali np. w skali lokalnej lub całego kraju. W zakresie badań lokalnych uwaga zwrócona była szczególnie na analizach cen i ich korelacji z wynikami waloryzacji atrakcyjności lokalizacji i cech nieruchomości. Typowe badania naukowe często pomijały przestrzenny wymiar cen, aktywności oraz popytu i podaży na rynku nieruchomości i rozpatrywały je głównie w kontekście wartości nieposiadających charakteru przestrzennego lub względnie stałych wartości w ograniczonej przestrzeni. Dopiero u schyłku XX wieku nastąpił przełom w kontekście teoretycznego i praktycznego zainteresowania przestrzennymi uwarunkowaniami ekonomii. TOBLER (1970) w swojej pracy, w której pochylił się nad tematem zależności i interakcji przestrzennych między zmiennymi, sformułował stwierdzenie, że wszystko jest powiązane ze sobą, ale bliższe obiekty są bardziej zależne od siebie niż odległe. Z kolei KRUGMAN (1999) opracował koncepcję szerokich badań zależności przestrzennych wśród różnych elementów procesu gospodarowania, której skutkiem było głoszenie postulatu poszerzenia ekonomii głównego nurtu o związki przestrzenne i historyczne zmiany w otoczeniu przestrzennym. Współczesna ekonomia, choć

akceptująca część paradygmatów szkoły neoklasycznej, nie zważając na niemałą liczbę odwołań do uwarunkowań przestrzennych, nadal w znikomym stopniu uwzględnia wagę wpływu rozmieszczenia przestrzennego różnych form działalności gospodarczej. Zdaniem KUCHARSKIEJ-STASIAK (2016) aktualny paradygmat rynku nieruchomości odchodzi od reguł klasycznego przestrzennego mechanizmu rynkowego głównie z uwagi na następstwa wynikające z trwałości nieruchomości w miejscu. Jednak właśnie w przypadku nieruchomości, w odróżnieniu od innych towarów będących przedmiotem obrotu na rynku, można jednoznacznie zdefiniować rozkład przestrzenny nie tylko ich cen transakcyjnych, ale również szeroko pojętych wartości. Co więcej, czynniki wpływające na stan rynku nieruchomości odznaczają się nie tylko heterogenicznością przestrzenną, ale również autokorelacją przestrzenną i przestrzenną dynamiką zmian co w efekcie wpływa na przestrzenne zróżnicowanie popytu, podaży, aktywności rynku oraz cen i wartości nieruchomości.

Do poprawnego zrozumienia procesów kształtujących rynek nieruchomości, w tym procesów wartościotwórczych, niezbędne jest skrupulatne przyjrzenie się źródłom tworzenia się popytu i podaży oraz korelacjom i informacjom o charakterze przestrzennym w rozpoznaniu zjawisk. Występujące na rynku lokali mieszkalnych procesy dostosowawcze, o tempie i kierunku zmian uzależnionych od stopnia inercji, stymulują popyt i podaż na rynku mieszkań oraz stanowią efekt zmian czynników m.in. ekonomicznych, społecznych lub prawnych. Kluczowym elementem procesów mających miejsce na rynku nieruchomości jest przestrzeń fizyczna i środowiskowa, ekonomiczna, instytucjonalno-prawna czy też demograficzna, polityczna i społeczna. Korelacje między składnikami tych przestrzeni oraz procesów w nich zachodzących nierzadko sprowadzają się do związków przyczynowo-skutkowych, które jednak ze względu na opóźnione czasowo interakcje są wielostronne i niejednokrotnie istotnie skomplikowane. Ponadto procesy te mogą być czynnikami wartościotwórczymi w ujęciu dynamicznym. Niezwykle istotnym zagadnieniem jest zatem określenie związków przyczynowo-skutkowych uwzględniających dynamiczny charakter procesów wartościotwórczych. Zróżnicowanie przestrzenne owych procesów i ich dynamiki powoduje, że na ich przebieg wpływają interakcje przestrzenne różnych szczebli, które to współtworzą skomplikowany proces mogący zostać opisany i uproszczony do postaci modelu. Zatem brak uwzględnienia zróżnicowania przestrzennego i zmienności czasowej może stanowić istotną przeszkodę w poznaniu procesów mających miejsce na rynku nieruchomości, a relacje empiryczne pomiędzy ceną a popytem i podażą często mogą zostać zniekształcone. Przy tym

założeniu najczęściej wykorzystywane narzędzia umożliwiające ocenę, prognozę i symulacje zjawisk na rynku nieruchomości są niedoskonałe i potrzebne jest ich dopracowanie.

Głównym problemem badawczym, jakiego podjęto się rozwiązania w ramach niniejszej dysertacji, jest identyfikacja źródeł przestrzennego zróżnicowania cen i aktywności na rynku oraz popytu i podaży nieruchomości pod wpływem różnorodnych uwarunkowań egzogenicznych (ekonomicznych, społecznych i prawnych itp.). Jednocześnie przełożyło się to na poszukiwania czynników przestrzennych będących stymulantami bądź destymulantami rozwoju rynku nieruchomości mieszkaniowych. Zostały one wyrażone przy pomocy zmiennych obejmujących m.in. wskaźniki gospodarcze (np. przeciętne wynagrodzenie, stopa bezrobocia, liczba podmiotów REGON, dochody budżetów gmin), demograficzne (np. odsetek ludności mobilnej w ogólnej liczbie ludności, gęstość zaludnienia, przyrost naturalny, ilość zawartych małżeństw, saldo migracji) czy środowiskowe (emisje pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe).

W trakcie ustalania koncepcji badań **założono**, iż z uwagi na trwałość nieruchomości w miejscu i skutki jakie to wywołuje, związki przestrzenne stanowią fundament mechanizmu rynkowego na rynku nieruchomości, a ceny i wartości nieruchomości są konsekwencją ścisłych relacji między dynamiką zmian czynników przestrzennych, gospodarczych i społecznych a zróżnicowaniem przestrzennym popytu i podaży na nieruchomości. W efekcie postawiono **hipotezę**, że istnieje bezpośredni związek pomiędzy wartościami poszczególnych czynników a przestrzennym zróżnicowaniem popytu i podaży, a także ceny i wartości nieruchomości. Hipoteza ta została zweryfikowana przy pomocy technologii GIS (Geographic Information System) oraz zbudowanych w trakcie badań matematycznych modeli przestrzennych i przestrzenno-czasowych. Ocena niejednolitych w czasie i w przestrzeni charakterów relacji pomiędzy czynnikami wpływającymi na popyt, podaż oraz ceny i wartości nieruchomości umożliwiła wskazanie wielkości wpływu czynników z otoczenia rynku na procesy wartościotwórcze oraz zależności między preferencjami i oczekiwaniami, a zmianami czynników egzogenicznych.

Głównym celem badań było opracowanie merytorycznych podstaw budowy przestrzennych i przestrzenno-czasowych modeli cen, aktywności oraz popytu i podaży na rynku nieruchomości mieszkaniowych. Opracowane modele obejmowały zjawiska,

uwarunkowania i czynniki kształtujące wartości oraz ceny wybranego rodzaju rynku nieruchomości, w tym przypadku lokali mieszkalnych.

1.2. Znaczenie rozprawy doktorskiej

Ekonomia oraz niepowiązana z zachodzącymi w niej zmianami gospodarka nie rozwijają się w sposób równomierny bowiem występują zarazem okresy stagnacji oraz okresy nasilonego rozwoju (WOJTYNA 2008). Od początku XXI wieku obserwuje się nasilenie procesów stopniowego włączania pobocznych ciągów badawczych do ekonomii głównego nurtu. Na podstawie wprowadzanych zmian dostrzeżono, iż ostatnio istotnie zwiększono zakres aprobowanych poglądów pomimo zachowania trzonu głównego ekonomii w niemalże nienaruszonym stanie oraz, że trwają obecnie poszukiwania nowego paradygmatu (COLANDER, HOLT, ROSSER 2004). Dotychczas wielowątkowy aspekt przestrzenny traktowany jest bardzo ogólnie w kontekście procesów powstawania popytu i podaży, zaś szczegółowo jest analizowany w odniesieniu do bezpośredniego oddziaływania na ceny (m. in. GELEFANT, ECKER, KNIGHT, SIRMANS 2004, KIEL, ZABEL 2008). Jak dotąd również uwzględnianie czynników wartościotwórczych oparte było na badaniach z wykorzystaniem danych makroekonomicznych dotyczących demografii, gospodarki, czynników społecznych i przeciętnych cen nieruchomości oraz na analizach wybranych rodzajów rynków nieruchomości oraz ich klasyfikacji (RENIGIER-BIŁOZOR, WALACIK, BIŁOZOR 2015).

BAUMOHL (2005) w poszukiwaniu stymulant i destymulant rozwoju rynku nieruchomości opierał się na analizie cen ofertowych i transakcyjnych nieruchomości, indeksie dostępności nieruchomości, liczbie sprzedanych i przeznaczonych do sprzedaży nieruchomości, wydatków na budowę, liczbie rozpoczętych inwestycji oraz na indeksie rynku mieszkań. LU AND SO (2005) wskazują na istotność wykonywania analiz cyklu trwania kryzysu w sektorze nieruchomości z wykorzystaniem wszechstronnych analiz. Przezwyciężenie kryzysu i dokonanie progresu w dziedzinie rynku nieruchomości nie jest możliwe w oparciu tylko o sukces ekonomiczny i technologiczny, ale ma szansę powodzenia dzięki wykorzystaniu wszechstronnych analiz wartości przestrzeni (KAKLAUSKAS I IN. 2015). Stąd też w kręgu zainteresowania badaczy i praktyków znajduje się klasyfikacja rynku nieruchomości dostępna w formie systemu wspomagającego podejmowanie decyzji, zwłaszcza w obliczu różnego rodzaju globalnych czy lokalnych kryzysów (m. in. HO, WANG, LIU 2012, LIND 2009, AGNELLO, SCHUKNECHT 2011, KAKLAUSKAS I IN. 2015).

Rezultaty dotychczas przeprowadzanych analiz, opartych głównie na przedstawieniu związków przyczynowo-skutkowych w skali makro, stanowiły uogólnione odzwierciedlenie procesów mających miejsce na rynku nieruchomości, nierzadko bez odniesienia do całokształtu powiązań pomiędzy poszczególnymi składnikami rynku, interakcji czy też opóźnień czasowych (RENIGIER-BIŁOZOR, WIŚNIEWSKI 2013). W odniesieniu do skali lokalnej bądź regionalnej uwaga skupiona była głównie na analizie korelacji cen z cechami użytkowymi i waloryzacją atrakcyjności lokalizacji nieruchomości (CELLMER 2014). Dodatkowo w dotychczasowych analizach czynniki kształtujące popyt i podaż były ujmowane jako nieprzestrzenne bądź mające dyskretny charakter w przestrzeni (WANG, ZHANG 2014). Jednak czynniki te nie tylko posiadają ciągły charakter i odznaczają się autokorelacją przestrzenną, ale też ulegają dynamicznym zmianom w przestrzeni. Brak hipotezy o heterogeniczności przestrzennej i zmienności w czasie tych czynników może stanowić ważne ograniczenia w pojmowaniu procesów toczących się na rynku nieruchomości (JAYARAMAN, LACOMBE, GEBREMEDHIN 2013). Powszechniejszy dostęp do informacji oraz dynamiczny rozwój infrastruktury przestrzennej przyczynia się do zwiększenia znaczenia modeli wykorzystujących technologię GIS (THRALL 2002) zastępując przy tym, oparte głównie na analizach przestrzennych kosztów i dochodów, klasyczne modele rezydencjalne (PONSARD 1988).

Zmieniające się uwarunkowania społeczno-gospodarcze sprawiają, iż zachodzi konieczność poszerzania wiedzy dotyczącej przestrzennego zróżnicowania popytu i podaży, a rozpoznanie i diagnoza zachodzących zjawisk możliwe będą poprzez identyfikację powiązań systemowych. Dzięki temu uzyskane zostaną odpowiedzi na pytania „jak" i „dlaczego".

Efektem wykonanych badań jest ukazanie nowego ujęcia modeli korelacji czasoprzestrzennych konkretnych zjawisk mających miejsce na rynku lokali mieszkalnych. Wskazane zostały procesy i czynniki stymulujące i destymulujące rozwój rynku, jak również te stanowiące skutek zmian w nim zachodzących. Niniejsze analizy, dostarczające informacji na temat mechanizmów wartościotwórczych i ewolucji głównych procesów, mogą z pewnością zwiększyć świadomość uczestników rynku lokali mieszkalnych, mogą również umożliwić przewidywanie koniunktur i dekoniunktur gospodarczych oraz mogą ułatwić redukcję szumów informacyjnych i ilości zmiennych wpływając tym samym na ograniczenie czasu i kosztów zadań dotyczących gospodarowania nieruchomościami i gospodarki przestrzennej. Opracowane modele mogą pozwolić także w przyszłości na ocenę prawidłowości rozkładu przestrzennego

popytu i podaży na podstawie map popytu i podaży wykonanych z wykorzystaniem metod geostatystycznych. Skonstruowane w ramach niniejszej dysertacji modele matematyczne, opisowe i przestrzenne po spełnieniu statystycznych, formalnych i merytorycznych kryteriów będą mogły również pełnić funkcję predykcyjną lub prognostyczną na globalnym lub lokalnym rynku nieruchomości.

Nowatorski charakter rozprawy doktorskiej polega na uwzględnieniu czynnika przestrzennego w badaniach rynku lokali mieszkalnych i zastosowaniu metod, które niezbyt często są wykorzystywane do badania rynku nieruchomości. Autorski wkład w rozwój badań w dziedzinie rynku nieruchomości polega przede wszystkim na kompleksowym ujęciu analiz rynku mieszkaniowego z wykorzystaniem metod statystyki ekonometrii przestrzennej w warunkach złożonego charakteru relacji i interakcji przestrzennych. Dodatkowo zaproponowana metodyka choć dostosowana do polskiego rynku lokali mieszkalnych to jednocześnie ma ona charakter uniwersalny.

1.3. Koncepcja i plan badań

Badania wykonane w ramach niniejszej rozprawy doktorskiej przebiegały wg następujących etapów:

1. Identyfikacja procesów i czynników wartościotwórczych.
2. Zgromadzenie danych źródłowych i przeprowadzenie ich wstępnej analizy.
3. Opracowanie modeli opisowych i przestrzennych relacji pomiędzy ceną i wartością mieszkań, a czynnikami ekonomicznymi, społeczno-demograficznymi. Dokonanie weryfikacji utworzonych modeli i wyprowadzenie wniosków.
4. Skonstruowanie i zweryfkowanie modelu przestrzennego procesów tworzenia się popytu i podaży.

Szczegółowy przebieg badań w poszczególnych etapach przedstawia się następująco:

1. **Pierwszy etap pracy** oparty był na zdefiniowaniu procesów i czynników wartościotwórczych w przestrzeni. Ze względu na wzajemne nakładanie się i przenikanie owych czynników zaproponowano ich odpowiednią klasyfikację. Na podstawie dotychczasowych publikacji i dorobku naukowego oraz dokonanego przeglądu literatury został opracowany model opisowy systemu powiązań pomiędzy składnikami struktury rynku lokali mieszkalnych. Dziedziną

modelu był zbiór zdarzeń i obiektów opisujących rynek nieruchomości, a relacje zostały określone jako ikoniczna reprezentacja związków i zależności pomiędzy składnikami badanego systemu. Etap ten dostarczył stosunkowo pełnego odzwierciedlenia mechanizmów systemu rynku nieruchomości o charakterze przestrzennym, a ponadto pozwolił na zwięzły opis zachodzących w nim procesów.

2. **Drugi etap badań** obejmował zgromadzenie niezbędnych danych oraz przeprowadzenie ich wstępnej analizy umożliwiającej wskazanie mierników rynkowego potencjału.
3. **Trzeci etap pracy** dotyczył opracowania przestrzennych modeli relacji pomiędzy aktywnością rynku oraz ceną lokali mieszkalnych (zmienne stanu), a czynnikami wybranymi w etapie I (zmienne kontrolne). Utworzone modele zostały zweryfikowane merytorycznie i statystycznie (za pomocą kryteriów informacyjnych (np. Akaike'a, Schwarza itp.) i statystycznych (dokładność i błędy oszacowania) oraz stanowiły podstawę oceny stopnia opóźnienia wzajemnych reakcji zmiennych kontrolnych i zmiennych stanu. Niniejszy etap zakończony został uzyskaniem zbioru zmiennych stymulujących bądź destymulujących rozwój rynku lokali mieszkalnych.
4. **Czwarta, zasadnicza część** opierała się na konstrukcji modelu przestrzennego czynników i procesów kształtujących popyt i podaż oraz uwzględniającego różne grupy zmiennych. Określone powiązania w modelu opisowym skonstruowanym na początkowych etapach badań zostały przekształcone z formy semantycznej do postaci funkcyjnej wyrażonej równaniami bądź układem równań zbudowanych z wykorzystaniem danych z drugiego etapu. Do tego celu zastosowano modele wykorzystujące zjawiska autoregresji przestrzennej (modele SAR - Spatial Autoregressive Model), modele regresji ważonej geograficznie (modele GWR - Geographically Weighted Regression), modele panelowe (modele PDM – Panel Data Model i SpPDM - Spatial Panel Data Model) oraz hierarchiczne modele przestrzenne (HLM - Hierarchical Linear Model i HSAR - Hierarchical Spatial Autoregressive Model). Modele te w formie analitycznej pozwoliły ocenić prawidłowość rozkładu przestrzennego popytu i podaży, a następnie zostały przedstawione w postaci kartograficznej z wykorzystaniem metod geostatystycznych.

1.4. Metodyka badań

W badaniach do niniejszej dysertacji wykorzystano metody ilościowe do analizy danych pochodzących z ogólnie dostępnych baz danych (www.stat.gov.pl) oraz danych zbieranych w bazach urzędowych (m.in. dane odpłatnie udostępniane przez GUS - Główny Urząd Statystyczny). Zmiennymi zależnymi poddawanymi analizie były średnie ceny lokali mieszkalnych, liczba transakcji rynkowych oraz liczba mieszkań i liczba nowo oddawanych mieszkań w poszczególnych powiatach. Natomiast zmienne niezależne stanowiły odpowiednio sklasyfikowane wskaźniki opisujące źródła powstawania popytu i podaży, wskazujące na występujący potencjał rynku oraz odzwierciedlające stan otoczenia rynku nieruchomości czyli uwarunkowania ekonomiczne, gospodarcze, społeczne, demograficzne i przestrzenne. Podstawową jednostką statystyczną był obszar powiatu.

Realizacja pierwszego etapu badań wymagała dokonania pogłębionej analizy literatury przedmiotu, która pozwoliła na zbudowanie przestrzennego modelu opisowego procesów wartościotwórczych na rynku nieruchomości. Badania wstępne opierały się na klasycznych modelach regresyjnych wykorzystujących zależności korelacyjne i autokorelacyjne oraz na procedurach weryfikacji hipotez statystycznych. Wstępna analiza zebranych danych polegała także na ocenie zmienności przestrzennej przy pomocy map wykonanych w środowisku GIS.

Pod względem teoretycznym i praktycznym wykonywane analizy przestrzenne i przestrzenno-czasowe obejmują zjawiska złożone i wzajemnie współzależne. Analizowane dane cechują się zarówno heterogenicznością przestrzenną i czasową, jak również i strukturą hierarchiczną. Przyjęta koncepcja badań zakłada wykorzystanie trzech podstawowych klas modeli statystycznych, na które składają się: klasyczne modele regresyjne, modele autoregresji przestrzennej oraz modele panelowe. Zastosowanie wielu modeli budowanych na podstawie odmiennych założeń umożliwia zweryfikowanie i porównanie wyników oraz opracowanie szczegółowych wniosków. W tabeli 1.1 zestawiono ze sobą poszczególne modele wraz z ich powiązaniem z przestrzenią, czasem i hierarchiczną strukturą danych.

Tabela 1.1 Zestawienie modeli wykorzystanych w przeprowadzonych badaniach

Klasa modelu	Model	Przestrzeń	Czas	Hierarchia
Klasyczne modele regresji	LM - Linear Model	-	-	-
	HLM - Hierarchical Linear Model	-	-	+
Modele autoregresji przestrzennej	SAR - Spatial Autoregressive Model	+	-	-
	HSAR - Hierarchical Spatial Autoregressive Model	+	-	+
	GWR - Geographic weighted regression	+	-	-
Modele panelowe	PDM - Panel Data Model	-	+	-
	SpPDM - Spatial Panel Data Model	+	+	-

Źródło: opracowanie własne

Klasyczne modele liniowe lub też logliniowe LM regresji wielorakiej zostały wykorzystane do wstępnego zidentyfikowania zależności między zmiennymi oraz do zweryfikowania hipotezy stanowiącej o ich liniowym charakterze. Ponadto ze względu na występowanie hierarchicznej struktury danych statystycznych zastosowano również modele hierarchiczne HLM, w których uwzględnia się efekty losowe dla poszczególnych jednostek terytorialnych oraz interakcje między zmiennymi (EKELAND, HECKMAN, NESHEIM 2004). Analiza efektów losowych uzyskanych przez poszczególne jednostki terytorialne pozwoliła na wskazanie różnicujących średnie ceny nieruchomości czynników, które nie zostały uwzględnione we wcześniejszych analizach.

Podstawą zasadniczego etapu badań polegającego na modelowaniu przestrzennym procesów wartościotwórczych były grupy modeli, które w zależności od poziomu badań różniły się stopniem generalizacji danych. Najprostszą z nich były jednorównaniowe modele procesów interakcji przestrzennych SAR (Spatial Autoregressive Model), które umożliwiły statyczną reprezentację zjawisk i relacji w poszczególnych jednostkach czasu, a szczególnie ocenę efektów interakcji przestrzennych. Zalążkiem budowy modeli przestrzennych była operacjonalizacja zależności przestrzennych w postaci macierzy wag umożliwiająca wyeliminowanie negatywnego wpływu skorelowania obserwacji oraz zidentyfikowanie efektów przestrzennych. Testowanie autokorelacji przestrzennej odbywało się z wykorzystaniem statystyki Morana, która to umożliwiła również ukazanie i wyjaśnienie wpływu suburbanizacji w otoczeniu dużych miast na kształtowanie się rynku nieruchomości oraz występującego na jego łamach popytu i podaży lokali mieszkalnych.

Z uwagi na interakcje przestrzenne mogące się pojawić jednocześnie na kilku poziomach analizy wykorzystano również przestrzenne modele wielopoziomowe HSAR (Hierarchical Spatial Autoregressive Model). Cechą wspólną modeli wielopoziomowych

jest możliwość równoczesnego modelowania interakcji przestrzennych oraz wielopoziomowej struktury procesu przy jednoczesnym włączeniu w analizę zależności przestrzennych na poziomie indywidualnym oraz oddziaływań międzygrupowych (DONG, HARRIS 2015). Model został wykorzystany do badań w skali kraju, a poziomy modelu odpowiadały hierarchicznemu podziałowi administracyjnemu.

Charakter danych statystycznych, na który składają się cechy danych przekrojowych i szeregów czasowych, uzasadnia przydatność stosowania modeli panelowych (PDM – Panel Data Models). Jednakże z uwagi na mogące wystąpić interakcje przestrzenne między efektami losowymi wyznaczonymi na podstawie modeli panelowych do badań wykorzystano również modele panelowe rozszerzone o zależności przestrzenne (SpPDM – Spatial Panel Data Models). Uwzględnienie interakcji przestrzennych w modelach panelowych odbywa się analogicznie do modeli regresji przestrzennych, tzn. jako procesy autokorelacji składnika losowego, autoregresji przestrzennej bądź w formie opóźnień przestrzennych zmiennych objaśniających. Modele te mogą zostać przedstawione w kilku wariantach np. z ustalonymi efektami stałymi lub losowymi bądź też z autoregresją przestrzenną zmiennej objaśnianej lub składnika losowego. Mocno rozbudowaną i niezwykle szczegółową klasyfikację wariantów modeli panelowych w swojej pracy przedstawił m.in. ELHORST (2014). Wybór właściwej postaci modelu oraz dekompozycji składnika losowego jest uzależniany od wyników testów np. F Chowa czy Hausmana.

Sprawiająca niemałe komplikacje niestacjonarność zależności przestrzennych i czasowych, może zostać zdiagnozowana z wykorzystaniem modeli regresji ważonej geograficznie (GWR - Geographic Weighted Regression). Uzyskanym wówczas efektem modelowania są jednoznacznie określone związki przyczynowo-skutkowe (w czasie i przestrzeni) między czynnikami popytu i podaży a cenami i aktywnością rynku. Występująca współzależność zjawisk wymusza zastosowanie eksploracyjnej metody analizy danych, uwzględniającej strukturę przestrzenną w postaci wzajemnych relacji analizowanych zmiennych.

Jako narzędzia badań wykorzystano specjalistyczne oprogramowanie stosowane do analiz przestrzennych i statystycznych, na które składa się przede wszystkim środowisko R, pakiet statystyczny Gretl oraz szereg narzędzi GIS, w tym ArcGIS, QGIS oraz GeoDaSpace.

1.5. Prezentacja poszczególnych rozdziałów

Potwierdzenie przyjętej hipotezy wymagało dokonania pogłębionej analizy przepisów prawa, regulacji zawodowych i publikacji naukowych oraz poszukiwania występujących współzależności oraz mechanizmów mających miejsce na rynku nieruchomości.

Niniejsza rozprawa doktorska została podzielona na 10 rozdziałów głównych, wśród których wyróżniono część I poznawczą (rozdział 1), część II badawczą (rozdziały 2 - 9) oraz część III podsumowującą (rozdział 10).

Rozdział 1. *Wstęp* stanowi propedeutykę podejmowanej tematyki modelowania przestrzennego procesów wartościotwórczych na rynku nieruchomości. Nakreślono w nim również motywację podejmowanego tematu i przedmiot badań oraz określono znaczenie owego tematu w zakresie aplikacyjnym i praktycznym.

W rozdziale 2. *Koncepcja wartości nieruchomości w świetle dotychczasowych badań* na podstawie obszernego przeglądu literatury oraz na bazie międzynarodowych i polskich przepisów prawnych i norm zawodowych, dokonano szerokiego wprowadzenia w niuanse terminu „wartość".

Rozdział 3. *Czynniki i procesy wartościotwórcze na rynku nieruchomości* poświęcono nie tylko na badania struktury rynku nieruchomości, opis zagadnienia z zakresu teorii i taksonomii systemów oraz analizy systemowej, ale również ujęto w nim istotę i procedurę budowy modeli. Wszystkie te elementy miały za zadanie pomóc odpowiedzieć na pytanie zadane w tym rozdziale, jakie czynniki i procesy mogą kształtować wartości na rynku nieruchomości.

Kolejny, rozdział 4. *Modelowanie popytu i podaży na rynku nieruchomości*, stanowi rozprawę nad funkcjonowaniem mechanizmu rynkowego oraz przegląd dotychczasowych badań w kontekście modelowania popytu i podaży na rynku nieruchomości.

W rozdziale 5. *Przestrzeń w identyfikacji zjawisk na rynku nieruchomości* uwagę skupiono wokół wątku i istoty przestrzeni i identyfikacji struktury przestrzennej we wszechstronnych analizach, w tym dotyczących rynku nieruchomości. Ostatni podrozdział prezentuje również informacje dotyczące statystyki i ekonometrii przestrzennej, w ramach których tworzone są metody i modele pozwalające na uwzględnienie przestrzeni w badaniach naukowych.

Rozdział 6. *Opracowanie modelu opisowego procesów wartościotwórczych* stanowi swoiste połączenie części teoretycznej z częścią praktyczną, bowiem na podstawie

dokonanego przeglądu publikacji naukowych i własnych doświadczeń skonstruowany został model opisowy procesów wartościotwórczych na rynku nieruchomości wraz z uzasadnieniem przedstawionych na schemacie powiązań.

Rozdział 7. *Modelowanie przestrzenne zjawisk rynkowych* prezentuje teoretyczny aspekt zastosowanych w badaniu metod i modeli statystycznych, czyli modeli regresji przestrzennej, regresji ważonej geograficznie, modeli hierarchicznych i mieszanych oraz modeli panelowych i przestrzennych modeli panelowych. Na owe teoretyczne ujęcie wspomnianych modeli składał się m.in. zwięzły opis, równania funkcji, dostrzeżone problemy w zastosowaniu modeli w praktyce oraz przykłady ich wykorzystania w badaniach naukowych.

Rozdział 8. *Charakterystyka danych źródłowych do analiz* obejmuje prezentację materiału badawczego i jego wstępną analizę oraz opis obszaru poddanego analizie.

Ostatni rozdział części badawczej – rozdział 9. *Opracowanie przestrzennego modelu interakcji wskaźników rynku nieruchomości z ich determinantami* stanowi jednocześnie część praktyczną niniejszej rozprawy doktorskiej, w której w podziale na wybrane rodzaje modeli przedstawiono przeprowadzone badania dla potrzeb realizacji głównego celu pracy.

Rozprawa doktorska kończy się rozdziałem 10. *Podsumowanie i wnioski* poświęconemu peryfrazie otrzymanych wyników badań i uzyskanych efektów prac w formie licznych opracowań kartograficznych. Pozwoliło to sformułować konkluzję o możliwościach, korzyściach i ograniczeniach płynących z włączenia opracowanej metody do badań z zakresu rynku nieruchomości.

2. KONCEPCJA WARTOŚCI NIERUCHOMOŚCI W ŚWIETLE DOTYCHCZASOWYCH BADAŃ

Termin „wartość" występuje w każdym aspekcie działalności ludzkiej, zaczynając od tych najbardziej prostych i prozaicznych a kończąc w sferze moralności, etyki i sztuki. Wartość wg słownika PWN (www.sjp.pwn.pl/slowniki/wartość/htmll 21.05.2018r.) oznacza wartość materialną, posiadanie pożądanych cech i zalet, zasady i przekonania stanowiące podstawę norm etycznych danej społeczności oraz liczbę jednostek w danej wielkości fizycznej lub wielkość mogącą zastąpić określone wyrażenie algebraiczne. Oznacza to głównie wszystko to, co - w sensie absolutnym lub na podstawie określonego zespołu poglądów – jest cenne i godne pożądania oraz stanowi cel dążeń ludzkich i przedmiot szczególnej troski. Natomiast w encyklopedii PWN (www.encyklopedia.pwn.pl/haslo/wartosc;3994143.html 21.05.2018 r.) można odnaleźć zapis odnoszący się do toczącego się sporu na temat przypisywania przedmiotom wartości obiektywnej czy subiektywnej. Obiektywiści traktują wartość jako należną cechę uniezależnioną od subiektywnej oceny podmiotu, zaś subiektywiści definiują wartość jako cechę określaną przez podmiot i ujawniającą postawy emocjonalne i wolicjonalne. Oczywiście pojawiają się również w tym przypadku stanowiska pośrednie, tzn. określające wartość jako wypadkową pewnych cech obiektywnych przedmiotu oraz subiektywnych sądów na jego temat.

Pojęcie „wartość" posiada wiele znaczeń oraz jest obiektem rozważań licznych dziedzin nauki, m.in. filozofii, ekonomii, prawa, socjologii i psychologii. W każdej z nich termin ten posiada cechy wspólne, jak i te różnicujące. Głównym źródłem różnic jest ekspozycja cech jakościowych (dotyczy głównie psychologii i filozofii) bądź ilościowych (typowe podejście w ekonomii). Jeżeli mowa o cechach wspólnych to można do nich zaliczyć (KUCHARSKA-STASIAK 2016):

- subiektywizm – przedmioty mają wartość tylko taką jaka jest im przypisywana, ponieważ same w sobie jej nie posiadają,
- względność – wartość przedmiotu określana jest w odniesieniu do dóbr podobnych, ponieważ własne nadawanie wartości kształtuje się podczas oceny użyteczności w kontekście innych dóbr,
- dynamiczność – wartości ulegają zmianom w czasie, ponieważ wraz ze zmianami wartości subiektywnych automatycznie analogicznym zmianom ulegają również wartości obiektywne.

2.1. Wartość jako kategoria filozoficzna

Zdefiniowanie pojęcia wartości w aspekcie filozoficznym jest zadaniem stosunkowo trudnym głównie z uwagi na szeroki zakres oraz zawarte w nim elementy odczucia i oceny. Jednakże z uwagi na występowanie wartości w każdej sferze działalności ludzkiej, zaczynając na tych najbardziej prozaicznych, a kończąc na wieloaspektowych, stanowi jednocześnie temat niezwykle istotny.

Jednym z pierwszych, który podjął się rozważań nad aksjologią był Arystoteles, jako jeden z trzech najsławniejszych filozofów Starożytnej Grecji, dla którego dobro stanowiło przedmiot ludzkiego pragnienia (ARYSTOTELES tłum. 2007). Należy przy tym zauważyć, że do XIX wieku filozofowie zamiast terminu „wartość" używali wyrazów podobnych, tj. idea, doskonałość, znaczenie i najczęściej – dobro (STABRYŁA 2011). Dla Kartezjusza wartości były wieczne, a człowiek, nie będąc ich autorem, może je tylko odkrywać i akceptować. Z kolei Epikur z Samos (341-270 r. p.n.e.) w swej etyce stwierdza, że dobrem, do którego dążymy jest szczęście tożsame z odczuwaniem przyjemności rozumianym jako brakiem cierpienia. Ponadto filozof z Samos uznawał tylko życie doczesne i tym samym to ono wraz z dobrami ziemskimi stanowi największą wartość. Podobnie twierdził Cyceron (106-43 r.p.n.e.), który uważał, że godnym szacunku jest tylko i wyłącznie to co przynosi korzyści (STABRYŁA 2011).

Aksjologia nie stanowiła szczególnych trosk filozofów starożytnych i średniowiecznych. Rozważania na jej temat powróciły na stałe dopiero w czasach nowożytnych (na przełomie XIX i XX wieku). Jej problematyką zajmowali się między innymi Immanuel Kant, Johann Friedrich Herbart, Friedrich Eduard Beneke, Rudolf Hermann Lotze, Edward von Hartmann, Franz Brentano, Nicolai Hartmann, Wilbur Urban oraz przedstawiciele badeńskiej szkoły neokantyzmu jak: Wilhelm Wildenband, Heinrich Rickert i szkoły neorealizmu np. George Edward Moore i Ralph Barton Perry (STABRYŁA 2011). Obecnie pojęcie to jest bardziej konkretyzowane jednakże pierwotny sens został zachowany, np. u SIWKA (1938 s. 3-4), dla którego wartością jest wszystko to co kochamy i czego poszukujemy. Z kolei LAVELLE (1951) definiuje je jako przełamanie obojętności podmiotu w stosunku do przedmiotu, czy też przerwanie równorzędnego postrzegania rzeczy prowadząc tym samym do powstania preferencji czy dokonania wyboru i wyższej oceny jednej z nich (ZUZIAK 2012 s. 103). Najczęściej pojawiającą się definicją w literaturze przedmiotu jest porównanie wartości do projekcji uczucia podmiotu względem przedmiotu, przy czym rzeczy pierwotnie nieposiadające wartości muszą zostać przedtem poddane procesowi wartościowania (ŁOBOCKI 1993).

Jednocześnie oznacza to pozbawienie obiektywnego charakteru wartościom i poszukiwanie źródła w oceniającym go podmiocie (GASSET 1980 s. 153). Natomiast wg BRZOZOWSKIEGO (2007) wartość powinna znaleźć się w świadomości ludzkiej jeszcze zanim dana jednostka określi swoje własne odczucia wobec określonego przedmiotu. Indywidualne preferencje względem przedmiotu powinny właśnie być pochodną wartości, wraz z którą stanowiłyby sens i ofiarę dla podmiotu. Konglomerat doznań zmysłowych oraz osobiste sposoby postrzegania tworzą swojego rodzaju iluzję, w której funkcjonują jednostki skazane przez subiektywizm. Należy bowiem przy tym pamiętać, iż osąd wydany nawet przez wszystkich ludzi nie czyni go prawdziwym, a zapewnia jedynie silniejsze subiektywnie zaufanie i spokój (GASSET 1980 s. 153).

Zazwyczaj wartości nierozerwalnie wiążą się z konkretnymi przedmiotami ujmując im tym samym samoistnego charakteru. Potwierdza to INGARDEN (1966 s. 93) twierdząc, iż wartości są niemal zupełnie niesamodzielne w stosunku do przysługujących im przedmiotów. Jednak w dalszych rozważaniach INGARDEN'A (1966 s. 95) można odnaleźć koncepcję stanowiącą, że wartość z góry nie przynależy do rzeczy, ponieważ jest wyrazem zaspokajania potrzeb i oczekiwań oraz relacji między rzeczą a odbiorcą.

Obecnie wiele prac odnosi się do wartości w kontekście pojęcia dobra, nawiązując tym samym do pierwszych rozważań i nauk Arystotelesa. Istnieje jednak wewnętrzna sprzeczność polegająca na tym, że dobro traktowane jest jako substrat wartości, albo jako jeden ze szczegółowych gatunków wartości. Brak wiedzy odnośnie prawdziwej idei rodzaju może prowadzić wówczas do sprowadzenia określonego gatunku do fałszywego rodzaju znanego w postaci szczegółowej (INGARDEN 1966 s. 147). Pomimo tego, pojęcie dobra jest popularnym przykładem, na podstawie którego wyznaczane są cechy, klasyfikacja oraz proces wartościowania.

2.2. Współczesne ujęcie wartości nieruchomości

Definicja wartości stanowi fundament środowisk biznesowych i tych związanych z nieruchomościami. Kolosalne sumy każdego roku dedykowane są inwestycjom w nieruchomości oraz kredytom hipotecznym opartych na szacowaniu wartości. Ma to zatem szczególne znaczenie w niemalże wszystkich aspektach i działach gospodarki związanych z nieruchomościami, z ich uregulowaniami na szczeblu krajowym, wojewódzkim czy też lokalnym oraz dla zapewnienia stabilności gospodarczej (KUCHARSKA-STASIAK 2000).

Wartość w kontekście obowiązujących przepisów prawnych może mieć wiele znaczeń, a odpowiednia definicja używana jest w zależności od celu i kontekstu (zob. LAMBERT 1988, SHLAES 1988, SMITH 1977 s. 203-209). Na rynku jest ona zwykle ujmowana jako prognozowane korzyści możliwe do uzyskania w przyszłości. Konkretna wartość występuje w danym momencie, a zatem jej wycena odnosi się do danego punktu w czasie i stanowi przy tym najczęściej odzwierciedlenie ekwiwalentu pieniężnego odpowiednio dla strony sprzedającej i kupującej (KUCHARSKA-STASIAK 2000, ŹRÓBEK, RENIGIER-BIŁOZOR, WALACIK 2022).

Chociaż wartość rynkowa wydaje się być z natury pojęciem prostym i odzwierciedlającym obiektywną wartość powstałą z licznych zachowań rynkowych, to jednak wciąż definicje mogą przedstawiać różne poglądy i koncepcje dotyczące rynku i meritum wartości. Jednocześnie budzą one wiele kontrowersji, w wyniku których toczą się dyskusje dotyczące nawet najbardziej subtelnych kwestii (KUCHARSKA-STASIAK 2000).

Rada Międzynarodowych Standardów Wyceny (IVSC - Internacjonal Valuation Standards Commitee) podaje w Międzynarodowych Standardach Wyceny (IVS – Internacjonal Valuation Standards) uzgodnioną z Królewskim Instytutem Dyplomowanych Rzeczoznawców (RICS - Royal Institution of Chartered Surveyors) definicję wartości rynkowej jako „szacunkową kwotę, jaką w dacie wyceny można uzyskać za składnik aktywów lub zobowiązań w ramach transakcji rynkowej przeprowadzonej pomiędzy zainteresowanym kupującym i zainteresowanym sprzedającym, działającymi jako niezależne od siebie strony, po odpowiedniej ekspozycji przedmiotu transakcji na rynku oraz pod warunkiem, że strony działają z rozeznaniem, rozważnie i dobrowolnie” (IVSC 2019).

Zarówno powyższa definicja, jak również znajdujące się w przytoczonym źródle interpretacje jej czynników pierwszych, są zbieżne z określeniem dokonanym w ramach Dyrektywy Parlamentu Europejskiego i Rady UE. Zgodnie z artykułem 49(2) wartość rynkową stanowi ”cena, za którą grunt, budowle i budynki mogą być sprzedane w prywatnej transakcji między stronami, z których sprzedający dąży do zawarcia transakcji, a kupujący jest od niego niezależny, przy założeniu, że nieruchomość była wyeksponowana na rynku, że warunki rynkowe pozwalają na przeprowadzenie prawidłowej transakcji oraz że wziąwszy pod uwagę charakter nieruchomości, przeznaczono odpowiednio długi czas na negocjacje” (Dyrektywa Parlamentu

Europejskiego i Rady *w sprawie konsumenckich umów o kredyt związanych z nieruchomościami mieszkalnymi*).

Obecnie w Polsce funkcjonuje analogiczna definicja do przedstawionej w rozporządzeniu Parlamentu Europejskiego i Rady UW (Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) *w sprawie wymogów ostrożnościowych dla instytucji kredytowych i firm inwestycyjnych*) oraz w Międzynarodowych (IVSC 2019) i Europejskich Standardach Wyceny (EVS – European Valuation Standards) (TEGoVA 2020). W nowelizacji ustawy z 1997 r. o gospodarce nieruchomościami definicja wartości rynkowej brzmi następująco: „wartość rynkową nieruchomości stanowi szacunkowa kwota, jaką w dniu wyceny można uzyskać za nieruchomość w transakcji sprzedaży zawieranej na warunkach rynkowych pomiędzy kupującym a sprzedającym, którzy mają stanowczy zamiar zawarcia umowy, działają z rozeznaniem i postępują rozważnie oraz nie znajdują się w sytuacji przymusowej" (Ustawa *o gospodarce nieruchomościami*).

W polskim prawie oraz na obszarze standardów zawodowych funkcjonują również inne kategorie wartości, w tym wartość odtworzeniowa, która ze względu na to iż nie została uznana za definicję kategorii wartości tylko jako opis dochodzenia do wartości w podejściu kosztowym, została mocno skrytykowana przez teoretyków i została wyeliminowana z Europejskich i Międzynarodowych Standardów Wyceny (Źróbek R., Źróbek S., Źróbek-Różańska A., Źróbek-Sokolnik A., Dynowski P. 2020). Co więcej, wartość odtworzeniowa w przeciwieństwie do wartości rynkowej koncentruje się na fazie tworzenia zamiast wymiany, a jej sedno to wskazanie wysokości nakładów niezbędnych do kupna gruntu i wybudowania budynku pomniejszonych o wartości utracone na skutek zużycia technicznego, funkcjonalnego, środowiskowego (Kucharska-Stasiak 2016), czy według Europejskiej Grupy Rzeczoznawców Majątkowych (TEGoVA – The European Group of Valuers' Associations), również strategicznego (patrz: TEGoVA 2020). Warto wskazać jednak, że termin wartość odtworzeniowa (np. w Niemczech czy Szwecji) ma najczęściej zastosowanie do szczególnych celów, np. do ubezpieczenia obiektów budowlanych.

Oprócz przedstawionych kategorii istnieją również inne rodzaje wartości zdefiniowane zarówno na szczeblu europejskim jak i międzynarodowym (IVSC 2019, TEGoVA 2020), jednak to wartość rynkowa pełni wiodącą rolę w sferach gospodarczych i społecznych oraz w kreowaniu polityki kraju.

Zewnętrznym przejawem wartości jest niezmiennie cena, choć zarówno na rynku nieruchomości, jak i na pozostałych rynkach, nie musi być ona zgodna jednorodnie

z wartością. Co więcej, specyfika rynku nieruchomości, mająca wyraz w małej przejrzystości i niewielkiej liczbie uczestników rynku, nawet powoduje większe prawdopodobieństwo, że wartość rynkowa i cena będą, nawet nieznacznie, ale jednak rozbieżne. Z racji tego, że obie te wielkości mają swoje źródło w tym samym podzbiorze informacji to nie ma znaczącego odchylenia pomiędzy szacowanymi wartościami, a uzyskanymi cenami. Pomimo, iż wartość rynkowa i cena nie muszą być ze sobą tożsame, to jednak ich przeciętne wielkości powinny siebie wzajemnie reprezentować. Różnice pomiędzy nimi zostały nazwane dokładnością wyceny. Często spotykane są odchylenia ceny od wartości rynkowej, które z kolei mogą wynikać z (KUCHARSKA-STASIAK 2016):

- sytuacji na rynku w momencie wyceny oraz permanentnego stanu nierównowagi rynkowej,
- procesu nieelastycznej wyceny opartego na danych pochodzących z przeszłości,
- zmian w otoczeniu i w samej nieruchomości pomiędzy datą wykonania wyceny, a datą jej wykorzystania,
- procesu transakcji, w którym pojawiają się specjalni uczestnicy o różnym poziomie wiedzy i umiejętnościach negocjatorskich,
- subiektywnych ocen sytuacji na rynku oraz z postawy rzeczoznawcy.

3. CZYNNIKI I PROCESY WARTOŚCIOTWÓRCZE NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI

3.1. Rynek nieruchomości jako system

W środowisku naukowym i zawodowym często są spotykane sformułowania typu „rynek jako system" albo „system rynkowy" czy „system nierynkowy" (NASIŁOWSKI 2011 s. 14). W całej gospodarce i w jej poszczególnych fragmentach funkcjonują określone systemy, a zatem nierzadko pojęcie systemu jest powszechnie używane i dość intuicyjnie rozumiane. W efekcie, termin „system" jest nadużywany do opisywania zbiorów, które nie stanowią systemów oraz nie są właściwie określone w ujęciu teorii systemów (MICHLOWICZ 2009 s. 453-462). O problemach z nadużyciem pojęć związanych z systemem pisał już również SIENKIEWICZ (1988).

Wprowadzona przez Bertalanffye'go nowa dyscyplina naukowa o nazwie ogólna teoria systemów zapoczątkowała w latach 30 XX w. zarys ogólnej koncepcji systemowej, który miał za zadanie przekazanie w przystępny sposób założeń teorii oraz ukazanie jej wszechstronnego zastosowania w różnych dziedzinach np. w biologii, psychologii czy w naukach społecznych (www.encyklopedia.pwn.pl/haslo/ogolna-teoria-systemow;3950288.html 21.05.2018r.). Prace nad teorią systemów były nastawione na sprowadzenie jej do postaci matematycznej, której zadaniem miała być weryfikacja postawionych hipotez i ich analiza. Możliwość modelowania matematycznego pewnej grupy systemów sprawiła, iż ogólna teoria systemów dość szybko znalazła zastosowanie w naukach ścisłych (BERTALANFFY 1984 s. 87-110, WOŁOSZYN 1997 s. 135-139). Niewątpliwym osiągnięciem Bertalanffiego i jego teorii systemów było pojawienie się nowego spojrzenia na świat, w którym „poszczególne zjawiska rozpatruje się jako wzajemne powiązane, a ich złożoność stała się przedmiotem badań". Ponadto Bertalanffy pokazał, że niektóre pojęcia, metody i zasady nie zależą od indywidualnego charakteru zjawisk i mogą być zastosowane w wielu dziedzinach nauki, sztuki czy techniki. Dzięki niemu i w wyniku prowadzonych badań na ogólnym poziomie odkryto również nowe możliwości, zasady, paradygmaty i metody rozwoju nauk szczegółowych (www.encyklopedia.pwn.pl/haslo/ogolna-teoria-systemow;3950288.html 21.05.2018r.).

System (z greckiego systema – rzecz złożona) to wybrany zbiór elementów i sprzężeń pomiędzy nimi, które razem definiują cechy całości, razem jako względnie autonomiczna całość funkcjonują i jako całość realizują założone cele (www.mfiles.pl/pl/index.php/System 21.05.2018r.). W ramach teorii systemów i analizy

systemowej powstało jednak wiele definicji systemu. Przykładowo w filozofii terminem system określa się zbiór tez i twierdzeń stanowiących spójną całość, a także określa się nim również wprowadzone zasady organizacji (np. zbiór reguł i przepisów obowiązujących w pewnej dziedzinie) (ZAKRZEWSKI, ZAKRZEWSKA 2014). W literaturze psychologicznej TOMASZEWSKI (1979 s. 15) definiuje system jako „zbiór elementów, powiązanych ze sobą relacjami w taki sposób, że stanowią one całość zdolną do funkcjonowania w określony sposób". Podobną definicję systemu wprowadził MAZUR (1976 s. 21-29), według którego systemem jest „zbiór elementów i zachodzących między nimi relacji". Wg KLIRA I VALACHA (1967) system oznacza po prostu zbiór powiązanych ze sobą elementów. Podobnego zdania jest KULIKOWSKI (1977), dla którego systemem jest również zbiór wzajemnie powiązanych części składowych pewnej całości. Nurt systemowy, w ramach którego Boulding, Katz, Kahn oraz Ackoff przedstawiają definicje i metodologię na gruncie ogólnej teorii systemów wypracowanej przez Bertalanffye'go (SADOWSKI, ZAJDEL 2009 s. 271-278), wprowadza syntetyczną definicję systemu jako „zbiór elementów pozostających we wzajemnych relacjach" (BERTALANFFY 1984 s. 68). Do niej w swoich rozważaniach nawiązuje również SENGE (1991 s. 122). Z kolei T. JAJUGA, K. JAJUGA, K. WRZOSEK i S. WRZOSEK (1993) opracowali stosunkowo spójną i prostą definicję systemu, która stanowi, iż jest to „wyodrębniony zbiór elementów (materialnych lub abstrakcyjnych), wzajemnie powiązanych, rozważany jako całość, z określonego punktu widzenia, mający przy tym takie właściwości, których nie posiadają jego elementy". Dzięki tej definicji analizując współzależności elementów systemu można pokazać każdą sieć powiązań. Co więcej, zestawienie ze sobą prostoty i złożoności jest fundamentem powszechnego używania słowa system i stosowania podejścia systemowego w wielu dziedzinach (BRYX 2006 s. 84).

Dosyć negatywnie odbierane złożoność i skomplikowanie systemów ekonomicznych oraz zaznaczane przez WIENER'A (1961 s. 164) oddziaływanie badacza na wyniki, ale również pozytywny aspekt stosowania analizy systemowej jako metody opisywania wzajemnych relacji pomiędzy zjawiskami, przyczyniły się do rozpowszechnienia metody zbiorczego opisywania i analizy zjawisk społeczno-ekonomicznych. Albowiem przedstawione powyżej definicje systemu wskazują, iż każdy złożony system można podzielić na podsystemy elementów i relacji między nimi, które w prostszy sposób mogą zostać opisane i skwantyfikowane. Ponadto nauki społeczne, może z konieczności, ale bardziej operają się na opisaniu istniejących zależności i wysunięciu wniosków o ich wpływie na zachowanie się całego systemu niż na ścisłym i precyzyjnym ilościowym

określeniu danych zjawisk. Przekształcenie opisu zjawisk w analizę systemową umożliwia uchwycenie całości w całej jej złożoności, a to prawdopodobnie przekłada się na popularność stosowania podejścia systemowego w naukach społecznych i ekonomicznych (BRYX 2006 s. 85).

Funkcjonuje obecnie sporo kryteriów hierarchicznej taksonomii systemów i choć obszernej analizy rodzajów związków i modeli dokonał KOŹMIŃSKI (1979 s. 12-112) to jednak najbardziej ogólne i interdyscyplinarne podstawowe podziały to (własne na podst. MYNARSKI 1982 s. 21, DEMBOWSKA 1978):

- ze względu na liczbę sprzężeń:
  - proste,
  - złożone,
  - szczególnie złożone;
- ze względu na typy sprzężeń:
  - zasileniowe - wejścia i wyjścia przedstawiają „materialno-energetyczne przepływy strumieni dóbr z produkcji do konsumpcji i zwrotne przepływy środków płatniczych" (MYNARSKI 1993 s. 21),
  - informacyjne - to „powiązania komunikacyjne i sterownicze pomiędzy uczestnikami sfery wymiany";
- ze względu na typ elementów (MYNARSKI 1982 s. 21):
  - homogeniczne – o jednorodnych elementach,
  - heterogeniczne – elementy różnego typu;
- ze względu na typy relacji (skrajne przypadki niebędące własnościami strukturalnymi) (MYNARSKI 1982 s. 22):
  - addytywne (niezależne),
  - koherentne (spójne);
- ze względu na występowanie:
  - abstrakcyjne: np. systemy pojęć, reguł, modeli, działań,
  - fizyczne: zbudowane z materii lub energii.
- ze względu na zmienność:
  - statyczny - jest niezmienny w czasie, może być abstrakcyjny lub fizyczny,
  - dynamiczny - to taki, w którym zmiana w jednej części wpływa na pozostałe; największy dynamiczny system fizyczny to Wszechświat.

– ze względu na typ powiązania z otoczeniem – ten podział w zastosowaniu do systemów fizycznych jest subiektywny i przybliżony, choć często używany:
  - całkowicie zamknięte odosobnione - brak interakcji z otoczeniem (przeważnie abstrakcyjne),
  - względnie odosobnione - dokładnie określone oddziaływania systemu i otoczenia,
  - otwarte - uwzględnione wszystkie możliwe formy i kierunki oddziaływania.

Powyższe definicje systemu pozwalają spojrzeć na rynek nieruchomości w kontekście ujęcia systemowego, ponieważ wynika z nich, iż element który jest podstawową składową systemu musi pozostawać w relacji (musi być sprzężony) z co najmniej jednym, innym elementem tego systemu (MYNARSKI 1982 s. 21). Mynarski stwierdza, że zgodnie z podstawową definicją rynku system rynkowy składa się z podmiotów i przedmiotów rynkowych (zbiór elementów) oraz relacji (stosunki rynkowe) pomiędzy nimi (MYNARSKI 1993 s. 22). Podobnie do powyższego rynek pojmuje DOYLE (2005). Nasiłowski dokonując analizy rynku w kontekście systemu podzielił go na 5 podsystemów: rynek towarowy, pracy, pieniężny, kapitałowy i walutowy. Wskazał on, że „między podsystemami występują stałe związki i współzależności", że na każdym ze wskazanych rynków działa powszechne prawo popytu i podaży oraz że „w gospodarce rynkowej nie ma zjawisk jednoprzyczynowych". Według niego „tylko systemowe podejście do analizowanych zjawisk ekonomicznych czyni zdobywaną wiedzę praktycznie bardziej użyteczną" (NASIŁOWSKI 2011 s. 14). Podobnego zdania jest DOYLE (2005), dla której:

„1. System ekonomiczny jest siecią interakcji pomiędzy osobami indywidualnymi, podmiotami gospodarczymi i instytucjami, które determinują najlepszy sposób wykorzystania zasobów tak, aby zaspokajały one konkurencyjne popyty.
2. Wybory dotyczące wykorzystania zasobów, jakie dobra będą produkowane i w jakich ilościach, są dokonywane przez ten system ekonomiczny.
3. Zarówno makroekonomiczne, jak i mikroekonomiczne koncepcje, zasady i modele są używane do wyjaśnienia jak różne cechy splatają się w ten system ekonomiczny".

Istotą każdego rodzaju rynku jest „ogół stosunków zachodzących między podmiotami uczestniczącymi w procesie wymiany" (WRZOSEK 2002 s. 13). Ważną

kwestię stanowi przy tym sam proces, podczas którego powinny mieć miejsce następujące czynności (BRYX 2006 s. 18):

- ukazanie zamiarów lub chęci dokonania wymiany dóbr (kupno bądź sprzedaż);
- paralela oczekiwań podmiotów rynku wobec ukazanych zamiarów;
- podejmowanie decyzji na podstawie konfrontacji własnych oczekiwań i możliwości z drugą stroną zainteresowaną dokonaniem wymiany i reprezentowaną ogółem zbliżonych ofert – tzw. mechanizm rynkowy (WRZOSEK 2002 s. 15-16);
- zawarcie porozumienia pomiędzy stronami w formie transakcji i podpisanego aktu kupna-sprzedaży.

Drugi element rynku stanowią jego uczestnicy, których najogólniej klasyfikuje się z podziałem na dwie zasadnicze grupy (BRYX 2006 s. 19):

- sprzedawca/dostawca reprezentujący stronę podażową, posiadający towar z zamiarem zbycia;
- nabywca/odbiorca reprezentujący stronę popytową, wykazujący chęci i możliwości finansowe nabycia oferowanego mu dobra.

Oba podmioty działające na rynku dążą do maksymalizacji osiąganych zysków, a ponadto posiadają one swobodę działania i podejmowania decyzji, w rezultacie czyniąc rynek nieograniczonym. Jednakże rynek posiada swoisty mechanizm samoregulacji w postaci ceny będącej w bezpośredniej relacji do popytu i podaży towarów. Powyższa klasyfikacja na pozór wydaje się być niekompletna, ponieważ w procesie wymiany występują również inni uczestnicy rynku np. w roli pośrednika, rzeczoznawcy czy notariusza, jednakże każdy z podmiotów oferuje i sprzedaje na tej samej zasadzie własny produkt czy usługę. Na ogół podział ten jest zupełnie wystarczający do dokonania opisu funkcjonującego mechanizmu rynkowego, ale również będzie wymagał uszczegółowienia w ramach konkretnego rynku nieruchomości (BRYX 2006 s. 20).

Ostatni, trzeci składnik rynku stanowią stosunki zachodzące pomiędzy jego podmiotami. Podstawą determinującą ich wzajemne relacje są ujawnione zamiary sprzedaży bądź zakupu, które za każdym razem zmieniają sytuację na rynku, ale tylko w obrębie wewnętrznych relacji w tej samej grupie kupujących bądź sprzedających. Każda nowa oferta sprzedaży ubogaca rynek dla potencjalnych nabywców, ale jednocześnie stwarza możliwości konfrontacji z istniejącymi już ofertami. Identyczną sytuację można dostrzec w grupie sprzedawców – nowe ogłoszenie kupna porównywane

jest z dotychczasowymi propozycjami. Dodatkowo w wyniku tego tworzy się wiele nowych relacji w obrębie tych samych grup podmiotów, m.in. współzawodnictwo i konkurencja.

Cały proces począwszy od zgłoszenia zamiarów, porównania oczekiwań, dokonania negocjacji, a kończąc na zawarciu transakcji, opiera się w każdym etapie na wymianie informacji oraz korekcie własnych możliwości i aspiracji. Rynek jest istotnym i nieprzerwanym systemem informacji i wymiany, dzięki któremu podmioty na nim działające mogą dostosować się do panujących trendów oraz konkurować ze sobą celem pozyskania danego dobra. Niniejsza sytuacja ma miejsce we wszystkich rodzajach rynków, również w tym dotyczącym nieruchomości. Jednakże w tym przypadku wykazuje on specyficzne cechy wynikające z cech posiadanych przez nieruchomości.

Należy również pamiętać, iż charakter rynku nieruchomości oraz jego dynamiczność i uwarunkowania wtórujące aktywności jego podmiotów stanowią rezultat oddziaływania zarówno czynników endogenicznych (wewnętrznych), powstających z indywidualności rynku i nieruchomości oraz czynników egzogenicznych (zewnętrznych), w tym określanych przez otoczenie rynku nieruchomości, czyli systemy: gospodarczy, prawny, społeczny i polityczny (HENZEL, ŚMIETANA, MASZCZYK 2014). Uwarunkowania zewnętrzne rynku nieruchomości tworzące ze sobą wzajemne relacje tworzą popyt, rozumiany jako potrzeby nieruchomościowe potwierdzone siłą nabywczą, jak również kreują podaż, jako wypadkową bieżących zasobów oraz nadwyżek i deficytów wolnych terenów (BRZESKI, DOBROWOLSKI, SĘDEK 1996). Rynek nieruchomości można pojmować wobec powyższego jako swoisty system, którego strukturę tworzą „elementy i relacje, a kompozycję, czyli skład – typy elementów i typy relacji" (MYNARSKI 1982 s. 21). Sama struktura systemu rynku nieruchomości ma charakter heterogeniczny, ponieważ popyt jest integracją potrzeb, finansowych zdolności nabycia oraz ceny, podaż to połączenie towaru, jego oferty sprzedaży i ceny, a rynek to z kolei połączenie popytu i podaży (MYNARSKI 1982 s. 22).

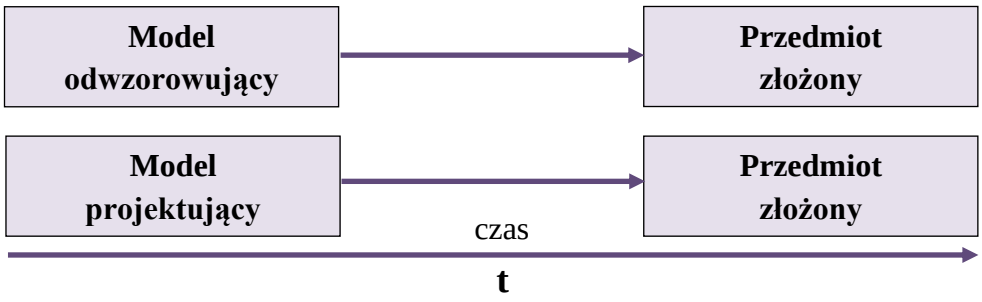
Złożoność systemów i rzeczywistości, w której funkcjonują, niejednokrotnie uniemożliwia kompletne przedstawienie relacji oraz ich bezpośrednie zanalizowanie. Stąd też, celem dokonania uczytelnienia oraz przedstawienia jedynie istotnych w danej analizie własności i relacji pomiędzy elementami, tworzone są modele stanowiące abstrakcyjny i uproszczony obraz obiektu, zjawiska bądź systemu (względnie rzeczywistości) (KRUPA 2008 s. 12). Oznaczają one więc przedstawienie danego zjawiska w formie innej niż postać rzeczywista (FINDEISEN 1985), a jego szczegółowość i stopień

przybliżenia uzależnione są od formy budowy systemu i interesujących powiązań z punktu widzenia przeprowadzanej analizy (DEMBOWSKA 1978). W modelu zatem pomijane są zwykle te mniej ważne elementy rzeczywistości, ponieważ buduje się je, aby skoncentrować się na najistotniejszych czynnikach, bądź też elementach mających wpływ na przebieg danego procesu (ROMANOWSKA 2004 s. 343) oraz żeby zgłębić mechanizm określonego zjawiska mniejszym kosztem i w krótszym okresie czasu (NEAL, SHONE 1982 s. 35).

Rola modelu w procesie analizy zjawisk społeczno-gospodarczych skłania jednak do głębszego zbadania jego definicji. Sam termin „model" nie został dotychczas zdefiniowany w sposób ścisły i jednoznaczny, a wynika to głównie z wieloznaczności określenia, które stosowane jest w znaczeniu opis, sposób, struktura, schemat, analog, abstrakcja lub teoria (SZTOFF 1971 s. 37). Owe zróżnicowanie wśród definicji dotyczy przeważnie celu modelowania.

W Słowniku Języka Polskiego znajduje się kilka definicji modelu, spośród których jedna z nich brzmi, iż model to „konstrukcja, schemat lub opis ukazujący działanie, budowę, cechy, zależności jakiegoś zjawiska lub obiektu" (www.sjp.pwn.pl 12.06.2022 r.). FINDEISEN oraz GUTENBAUM (1985 s. 292) modelem określają „reprezentację badanego zjawiska w postaci innej niż postać, w jakiej występuje ono w rzeczywistości". Z kolei dla TRZCIENIECKIEGO (1979 s. 93-94) model oznacza zbieżny z obiektem badanym, rzeczywisty lub sztuczny obiekt, który zdolny jest do jego zastępowania na pewnych etapach poznania i dający w trakcie badania informacje możliwe do zweryfikowania. Tak pojmowany model wykazuje cechy poglądowości, obecności elementów abstrakcji, hipotetyczności i fantazji naukowej oraz wykorzystania podobieństwa logicznej metody budowy. Pojęcie „model" etymologicznie określa obraz lub wzorzec, zaś w metodologii badań naukowych model występuje w postaci teorii, wzorca (przedmiot odwzorowywany) oraz odwzorowania (przedmiot odwzorowujący) (MARTYNIAK 1973 s. 22). W literaturze dotyczącej nauki organizacji i zarządzania modele rozpatrywane są nawet w kontekście szczególnego przypadku teorii (ZIELENIEWSKI 1981 s. 45) lub odwzorowania (TRZCIENIECKI 1970 s. 6). Martyniak, Sztoff i Zieleniewski nie popierają utożsamiania modelu z teorią (MARTYNIAK 1973 s. 22), a bardziej przychylają się do równorzędności terminu „model" z dwoma pozostałymi znaczeniami: model jako odwzorowanie powinien być preferowany z uwagi na funkcje poznawcze, a z kolei model w rozumieniu wzorca, ze względu na funkcje prakseologiczne (MARTYNIAK 1973 s. 23). Pojęcie modelu różnicuje PSZCZOŁOWSKI

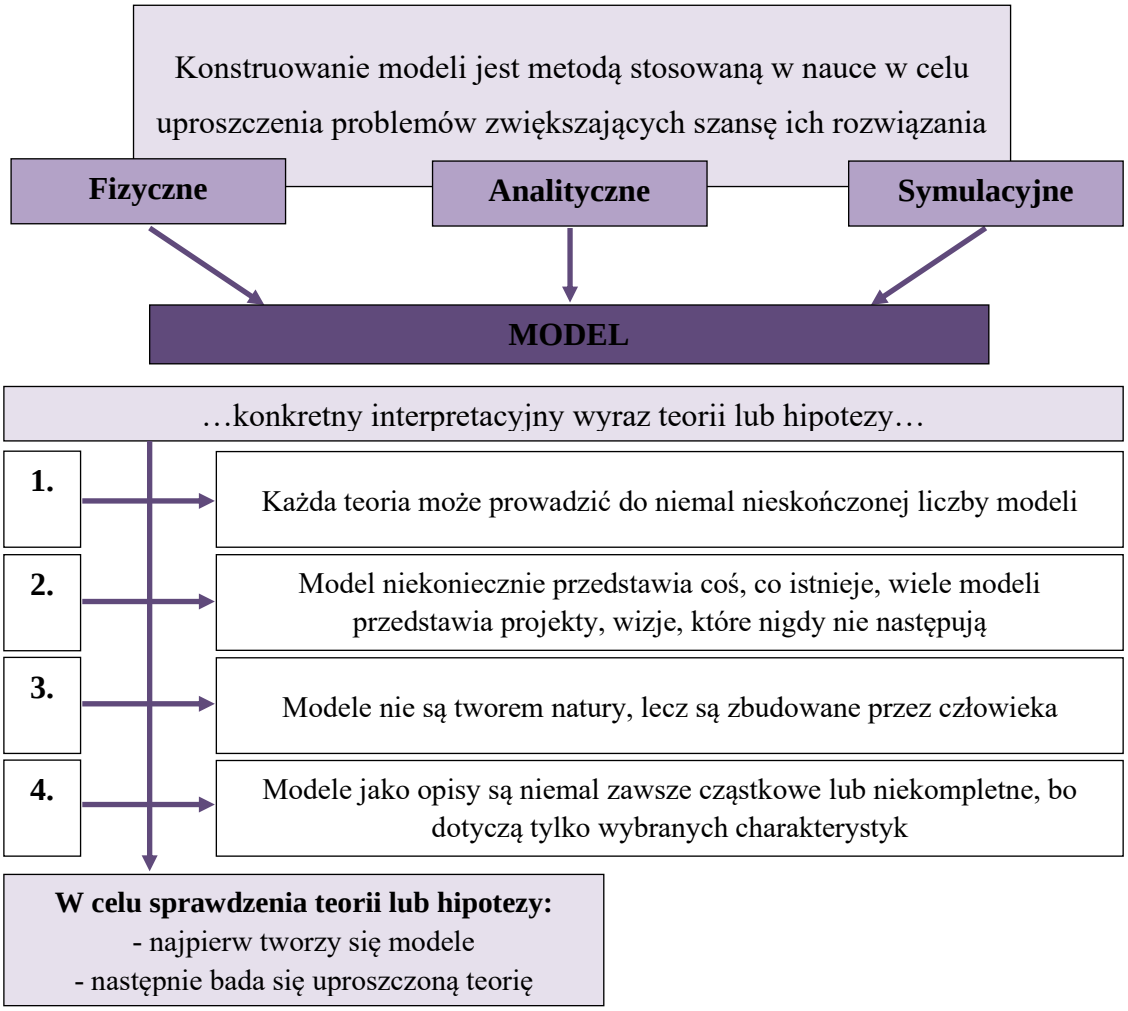
(1978), który definiuje model jako „przedmiot złożony (także abstrakcyjny) odwzorowujący dla celów poznawczych lub praktycznych bardziej od niego złożony istniejący albo projektowany fragment rzeczywistości". Podejście Pszczołowskiego w zakresie przedmiotów złożonych ukazuje rysunek 3.1.



Rysunek 3.1 Przedmiot złożony w ujęciu modelu odwzorowującego i projektującego

Źródło: opracowanie własne na podst. PSZCZOŁOWSKI 1978 s. 119

Sadowski definiuje model jako „odzwierciedlenie interesującego nas fragmentu rzeczywistości z pominięciem mniej istotnych elementów tej rzeczywistości" (SADOWSKI 1964 s. 59). Z kolei model według ZIELENIEWSKIEGO (1979 s. 44-45) to tak skonstruowana teoria, aby można było sprawnie manipulować składającymi się na nią zmiennymi, a która służy orientacji w rzeczywistości i zastąpieniu prawdziwego eksperymentu sprawdzaniem jakie konsekwencje dla zmiennych spowoduje zmiana wartości jednej z nich (PASIECZNY 1981 s. 278). APANOWICZ (2005 s. 113) w swoich rozważaniach poszedł o krok dalej. Dla niego model przedstawia hipotetyczną konstrukcję myślową, która jako uproszczony obraz analizowanego obszaru rzeczywistości jest sformalizowanym przedstawieniem danej teorii lub sytuacji przyczynowej, w której uznaje się, że model generuje badane dane. Definicje modelu opracowali również NEAL, SHONE (1982 s. 122), MASSENET (1966) oraz HOLMER (1966). Budowę modelu wg. Apanowicza przedstawia rysunek 3.2.



Rysunek 3.2 Budowa modelu

Źródło: opracowanie własne na podst. APANOWICZ 2005 s. 113

Model, jako zatem dość ogólny termin, można definiować wielorako oraz w dwóch ujęciach – w podejściu funkcjonalnym i strukturalnym. W podejściu funkcjonalnym modelem nazywa się konstrukty zastępujące oryginał w badaniach i eksperymentach (PASIECZNY 1981 s. 277-278). W „Leksykonie zarządzania" podano i obszernie scharakteryzowano funkcje jakie pełnią owe modele, a są nimi: odzwierciedlenie, abstrahowanie, komunikacja, kontrola oraz badania eksperymentalne (ROMANOWSKA 2004 s. 343). Istota poszczególnych funkcji została przedstawiona w poniższej tabeli 3.1. Z kolei w podejściu strukturalnym sam model jest już wzorem przedmiotu, a którego funkcją instrumentalną jest ukazanie przedmiotu rzeczywistego poprzez jego wyróżnione cechy.

Tabela 3.1 Istota modeli i ich funkcje

Funkcja	Istota
Odzwierciedlania	Zasadza się na zjawisku analogii strukturalnej i funkcjonalnej zachodzącej między obiektem badania i modelem
Narzędzia badań eksperymentalnych	Tutaj model zastępuje dany obiekt, a uzyskane wyniki jego badania są przenoszone na dany obiekt; model jest wtedy przedmiotem badania (zastępuje obiekt rzeczywisty) oraz narzędziem eksperymentu (stanowi środek umożliwiający poznanie obiektu)
Abstrahowania	Umożliwia uproszczenie badanego obiektu poprzez odrzucenie nieistotnych i przypadkowych związków
Komunikacji	Przy tej funkcji model stanowi ważne narzędzie porozumiewania się, pozwala identyfikować złożone systemy oraz przedstawiać je w zrozumiałej i komunikatywnej formie
Kontroli	Stwarza możliwość ustalenia i analizy odchyleń występujących w działaniu różnych systemów

Źródło: opracowanie własne na podst. GLINKOWSKA 2010 s. 260 na podst. ROMANOWSKA 2004 *s. 343-345*

Modele można również usystematyzować na podstawie różnych kryteriów. Te najbardziej popularne wraz z opisem przedstawione zostały przez Glinkowską, która na podstawie dokonanego przeglądu literatury zebrała je w poniższej tabeli 3.2.

Tabela 3.2 Przegląd klasyfikacji modeli

Kryterium podziału	Rodzaj modelu	Istota i typy modelu
Modelowania	Poznawcze	Tworzone w celu poznania badanej rzeczywistości: - opisowe – stanowią opis badanej rzeczywistości - prognostyczne – wyjaśniają zależności przyczynowo - skutkowe występujące w badanej rzeczywistości obecnej i przyszłej
	Decyzyjne	Tworzone celem kształtowania badanej rzeczywistości, dokonywania w niej zmian
	Projektowe	To wzory działań realizacyjnych związanych z kształtowaniem badanej rzeczywistości
Analogii zachodzącej w relacji model - obiekt	Substancjalne	Stanowią substrat, czyli zbiór elementów tworzących obiekt
	Strukturalne	Prezentują strukturę – relacje zachodzące pomiędzy elementami obiektu
	Funkcjonalne	Odwzorowują funkcjonowanie, zachowanie się obiektu jako całości na tle warunków wewnętrznych
	Matematyczne	Stanowią homomorficzny obraz rzeczywistości. Wyróżniamy modele: obiektów i procesów

Formy odtwarzania obiektu	Graficzne	Występują w postaci opracowanych przez projektanta rysunków i służą do instruowania wykonawców
	Fizyczne	Zbudowane ze zmysłowo postrzeganych elementów, które są fizycznie podobne do odpowiadających im elementów obiektu
	Opisowe	W sposób słowny odwzorowują obiekt
Odniesienia do czasu	Statyczne	Nie uwzględniają upływu czasu – ich parametry nie zmieniają się w czasie
	Dynamiczne	Czas jest ich zmienną niezależną. Dają obraz wzajemnego ustosunkowania do siebie zdarzeń zachodzących w całości w kolejnych momentach czasu
Odniesienia do niepewności	Deterministyczne	Danym stanom początkowym odpowiadają dokładnie określone stany końcowe
	Probabilistyczne	Korzystają z rozkładów prawdopodobieństwa dla danych opisujących stany początkowe
	Strategiczne	Nieznane są stany początkowe ani rozkłady prawdopodobieństwa dla danych opisujących stany początkowe
Funkcji	Opisowe (deskryptywne)	Przedstawiają sytuację bez żadnych przewidywań ani zleceń
	Przewidujące (predyktywne)	Wskazują skutki pewnych zdarzeń – wiążą one zmienne zależne i niezależne, pozwalają na zadawanie pytań typu „co będzie jeśli”
	Normatywne	Dostarczają odpowiedzi na pytania jak należy działać

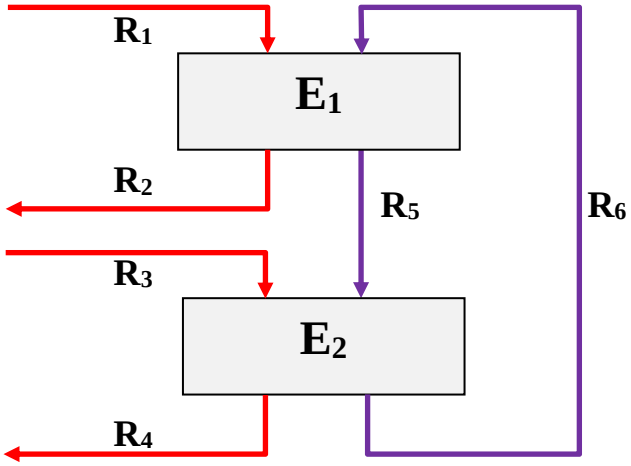
Źródło: opracowanie własne na podst. GLINKOWSKA 2010 s. 260 na podst. POMYKAŁO 1995 s. 184-185, PASIECZNY 1981 s. 275-276, ROMANOWSKA 2004 *s. 344-345,* ZIELENIEWSKI 1979 s. 484-485

Z uwagi na fakt, iż zadaniem poznania empirycznego, stanowiącego końcowy etap procesu poznania myślowego, jest stworzenie silnych podstaw do formułowania teorii, twierdzeń i praw naukowych (APANOWICZ 2005 s. 33) to skonstruowane podczas dokonywanej analizy literatury przedmiotu procesy stanowią podłoże dalszych badań empirycznych. Cennej wskazówki udzielili NEAL i SHONE (1982 s. 12) twierdząc, iż „wybór tego co ma być uwzględnione w modelu, a co można pominąć, zależy od celu budowy modelu, czyli innymi słowy od tego, na jakie pytanie ma on dostarczyć odpowiedzi”. Konstruowany model jest więc opisową strukturą projektową o normatywnym charakterze, ponieważ stanowi obraz rzeczywistości uzyskany w efekcie wykonywanych badań empirycznych i przeprowadzanych analiz materiałów wewnętrznych badanych obiektów. Jak podkreślił ZIELENIEWSKI (1979 s. 89) teoria jest

przydatna dla praktyki, tylko gdy użyte w niej zdania opisowo-wyjaśniające są proste do bezbłędnego przekształcenia w działania wytyczne.

Modelowanie, w rozumieniu postępowania mającego za zadanie budowę modelu, to naukowa metoda poznawcza różnych układów i systemów poprzez tworzenie modeli o zachowanych podstawowych właściwościach badanego obiektu, poprzez badanie ich funkcjonowania i przenoszenie uzyskiwanych przy tym informacji na badany przedmiot (PSZCZOŁOWSKI 1978 s. 120). Modelowanie definiuje również PELIKAN (1967 s. 89-90) (szerzej zob. ZIELENIEWSKI 1979 s. 44).

Poniżej na rysunku 3.3 zaprezentowano Model Systemu Langer'a, w którym związki wewnętrzne stanowią relacje pomiędzy elementami danego systemu, zaś zewnętrzne dotyczyły relacji między tym systemem lub jego elementami, a innym systemem lub przynależnymi mu elementami.

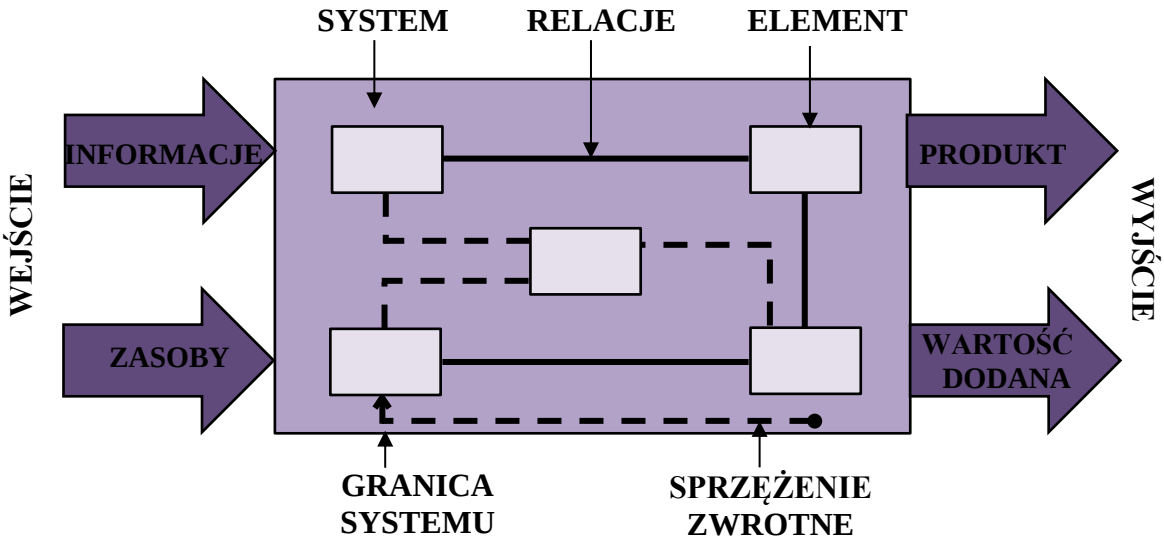


Elementy systemu: E_1, E_2
Związki zewnętrzne systemu: R_1, R_2, R_3, R_4
Związki wewnętrzne systemu: R_5, R_6

Rysunek 3.3 Model systemu

Źródło: opracowanie własne na podst. LANGER 1978

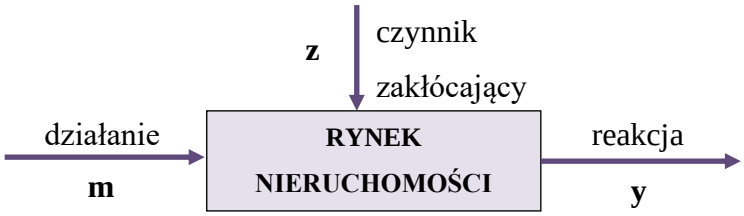
Nieco bardziej złożony schemat istoty systemu przedstawia się wówczas następująco (rysunek 3.4):



Rysunek 3.4 Schemat istoty systemu

Źródło: opracowanie własne na podst. www.slideplayer.pl/slide/10176534, 20.10.2019r.

Najogólniejszy model systemu rynku nieruchomości, jako wierzchołek stożka poziomu uogólnienia BEER'A (1966), służący badaniom cen nieruchomości wygląda następująco (rysunek 3.5):

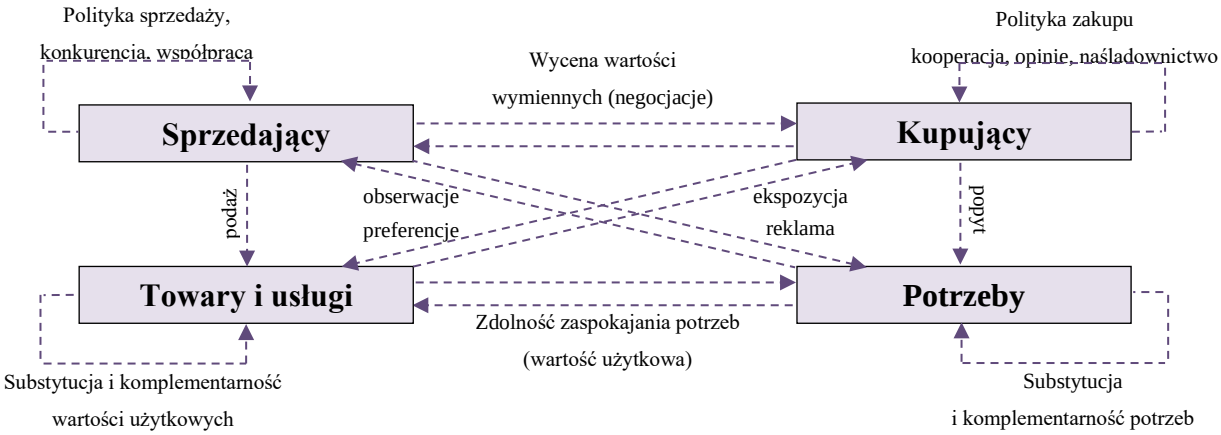


Rysunek 3.5 Ogólny model systemu rynku nieruchomości

Źródło: opracowanie własne na podst. CELLMER 1999

Przy czym „m" oznacza wprowadzenie nieruchomości o znanych cechach do obrotu rynkowego, której wartość zostanie określona na podstawie czynników zewnętrznych „z" oraz czynników wewnętrznych rynku nieruchomości. Element modelu „y" stanowi wyjściową cenę rynkową, która powinna być porównywalna z wartością rynkową.

Struktura systemu rynkowego zawierająca istotne, w kontekście rynku nieruchomości, relacje pomiędzy poszczególnymi elementami rynku wg Mynarskiego przedstawia się następująco (rysunek 3.6):



Rysunek 3.6 Struktura systemu rynkowego

Źródło: *opracowanie własne na podst.* MYNARSKI 1993 s. 25

Wg MYNARSKIEGO (1993) forma relacji wymiennych pomiędzy kupującym a sprzedającym zależy od stosunków podmiotów rynkowych do ukazywanych przez nich przedmiotów. Podaż stanowi wyraz stosunku sprzedawcy do reprezentowanych przez niego towarów i usług, zaś popyt przedstawia stosunek nabywcy do ujawnionych potrzeb. „Inny charakter ma bowiem podaż, gdy stosunki sprzedających do oferowanych towarów i usług wypływają np. z praw własności, a inny, gdy podstawą tych stosunków są np. prawa władania (własność innych), tak samo jak inaczej kształtuje się popyt, gdy przedmiotem troski kupujących są potrzeby własne, a inaczej gdy są to potrzeby innych".

Ze względu na zakres przedmiotowy rynek nieruchomości można podzielić na następujące podrynki (BRYX 2006 s. 87):

- obrotu prawami własności do nieruchomości (niezależnie od przedmiotu i celu transakcji oraz od tego kto jest sprzedającym, a kto kupującym),
- obrotu usługami finansowymi dotyczącymi nieruchomości (dotyczące stricte nieruchomości produkty finansowe, ubezpieczeniowe i leasingowe oraz dotyczące produktów i usług o charakterze komercyjnym lub z wykorzystaniem funduszy publicznych oraz mechanizmów zewnętrznego finansowania się instytucji w celu zastąpienia środków własnych np. poprzez sprzedaż wierzytelności hipotecznych),

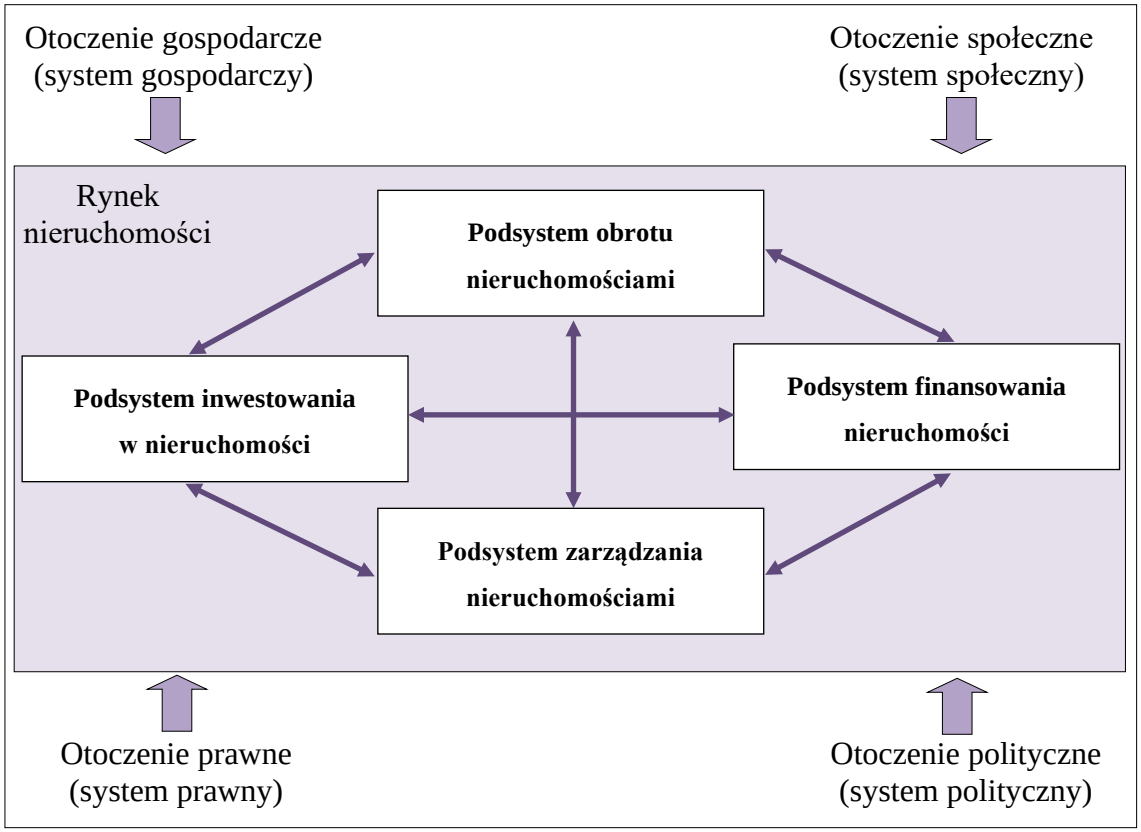
- zwiększenia wartości nieruchomości, czyli inwestowania (zwiększenie podaży nieruchomości w zakresie obrotu prawami własności i innych praw dotyczących nieruchomości),
- obrotu pozostałymi usługami dotyczącymi nieruchomości (np. pośrednictwo w obrocie nieruchomościami czy zarządzanie nieruchomościami),
- obrotu pozostałymi prawami do nieruchomości,
- utrzymywanie niepogorszonej wartości nieruchomości (obejmuje remonty i adaptacje oraz inne działania uatrakcyjniające daną nieruchomość).

Należy zaznaczyć przy tym, iż inwestycje zwiększające wartość nieruchomości są bardzo kapitałochłonne i obejmują przeważnie stawianie nowych obiektów na niezabudowanych nieruchomościach, a przez to stanowią zupełnie inny proces niż pozostałe działania mające na celu zwiększenie wartości nieruchomości. Rozgranicza się również obrót pozostałymi prawami od obrotu prawami własności, gdzie z uwagi na wykorzystanie wartości użytkowej nieruchomości bezpośrednio przez właściciela, nieruchomość nie jest ona bezpośrednio zużywana, a dostarcza wymiernych zysków poprzez udostępnianie jej innym uczestnikom rynku (BRYX 2006 s. 87).

Podejmowane przez podmioty działania na rynku nieruchomości można sklasyfikować w cztery grupy złożone z kolejnych elementów oraz tworzące własne systemy i będące nadal podsystemami systemu rynku nieruchomości (BRYX 2006 s. 88):

- obrót nieruchomości,
- inwestowanie w nieruchomości,
- finansowanie nieruchomości,
- zarządzanie nieruchomościami.

Uwzględniając powyższe klasyfikacje zakresu przedmiotowego i podejmowanych działań podmiotów schemat syntezy rynku nieruchomości jako systemu przedstawia się następująco (rysunek 3.7):



Rysunek 3.7 Rynek nieruchomości jako system

Źródło: opracowanie własne na podst. BRYX 2006 s. 88

Na rysunku 3.7 zdefiniowane zostały cztery główne elementy rynku nieruchomości, które są ze sobą wzajemnie powiązane oraz znajdują się pod wpływem innych zewnętrznych systemów sklasyfikowanych do czterech elementów otoczenia rynku nieruchomości: gospodarczego, społecznego, prawnego i politycznego (BRYX 2006 s. 88).

Powyższy schemat, z zasady, stanowi pewne uproszczenie rzeczywistości mające za zadanie ukazanie istoty danego zjawiska, w tym przypadku systemu rynku nieruchomości. Występujące w nim sprzężenia pomiędzy elementami są bardziej złożone, przeważnie z tego względu, że występują jednocześnie i wzajemnie na siebie oddziałują, mają rozbieżne znaczenie, a intensywność relacji jest zmienna w czasie: w danym momencie inne obszary systemu są barierą jego rozwoju (BRYX 2006 s. 89).

3.2. Procesy i czynniki wartościotwórcze w systemie rynku nieruchomości

Podejmowanie szeregu działań w opisanym systemie rynku nieruchomości, uwzględniającym jego składniki oraz wzajemne powiązania zewnętrzne i wewnętrzne, stanowi proces mający na celu przekształcenie elementów wejściowych w przedstawiające wartość dla zewnętrznego klienta elementy wyjściowe. Nawiązuje to do terminu proces, który często jest rozumiany niejednoznacznie, mylony i zamiennie używany z takimi terminami: zadanie, czynność czy procedura, a który jest dosyć ogólnie zdefiniowany w Słowniku Języka Polskiego jako „przebieg następujących po sobie i powiązanych przyczynowo określonych zmian" (www.sjp.pwn.pl/szukaj/proces.html 20.10.2019 r.). Najbardziej ogólna definicja stanowi, iż proces nie jest niczym innym jak „przekształcenie tworzywa w produkt" (BOSZKO 1999 s. 19).

Dla DAVENPORTA (1993) proces jest też mierzalnym i strukturalnym zestawem działań, który zaprojektowany jest w celu wyprodukowania określonego produktu bądź usługi dla klienta lub rynku. W opinii MANAGENELLI i KLEIN (1998 s. 27) proces jest ciągiem połączonych ze sobą działań, które mają na celu przekształcenie dostępnych nakładów w określony produkt pracy. Podobne zdanie mają MÜLLER i RUPPER (2000 s. 21), którzy określają proces jako łańcuch czynności zmierzających do wygenerowania wartości spełniających wymagania klienta. Z kolei ARMISTED i ROWLAND (1996 s. 35) zgodnie twierdzą, iż proces to sekwencja działań dokonywanych celem uzyskania określonego efektu finalnego. Zdaniem GRAJEWSKIEGO (2007 s. 55) „zbiorem sekwencyjnych czynności powiązanych zależnościami przyczynowo-skutkowymi w tym sensie, że rezultaty działań poprzedzających są wejściami działań następujących po nich". Swoją definicję pojęcia proces w kontekście zarządzania organizacjami przedstawili również CHRISTOPHER (1998 s. 163), Dangel (BAL 1998 s. 342-354), HAMMER (1999 s. 14-23), HAMMER i CHAMPY (1996) oraz Striening (BAL 1998 s. 342-354).

Identyfikacja procesów zachodzących na rynku nieruchomości jest zebraną sekwencją czynności dokonywanych na rynku wraz z ich odpowiednią kwalifikacją. Jej celem jest (COKINS 1996 s. 147):

- określenie procesów jakie mają miejsce w danej jednostce tudzież na rynku,
- wskazanie czynności dokonywanych w ramach wyodrębnionych procesów,
- przedstawienie przebiegu poszczególnych procesów,
- zidentyfikowanie i opisanie powiązań miedzy procesami,
- określenie obszarów i wykonawców zaangażowanych w realizację procesów,

- dokonanie klasyfikacji procesów na podstawie przyjętych kryteriów,
- wskazanie produktów i odbiorców działań,
- ustalenie harmonogramu toku procesu,
- sparametryzowanie opisanych procesów.

GRAJEWSKI (2007 s. 33) jest zdania, iż identyfikacja procesów również jest procesem, a według COKINS (1996 s. 158) może ona przynieść założone rezultaty tylko wtedy, gdy jej wykonanie będzie starannie zaplanowane i konsekwentnie przeprowadzone.

W świetle dokonanego przez OSSOWSKIEGO (2012) przeglądu literatury przedmiotu okazuje się, iż kluczową kwestią w zakresie identyfikacji procesów jest ustalenie zasad wyszczególniania kryteriów rodzajów procesów oraz połączenie ich w odpowiednie grupy. W literaturze dotyczącej organizacji, przedsiębiorstw i szeroko rozumianego zarządzania, ujętych jest wiele kryteriów podziału i klasyfikacji procesów. Część z nich można odnieść do procesów mających miejsce na rynku nieruchomości. Przykładem jest klasyfikacja dokonana przez KAPLAN i COOPER (2001 s. 99) czy przez GRAJEWSKIEGO (2012 s. 59).

Wyróżnione powyżej podejście procesowe nie jest nową koncepcją, ponieważ jej początki mają miejsce już w klasycznej szkole zarządzania (lata 20. XX wieku). Od tamtego czasu koncepcja podejścia procesowego ewoluowała na przestrzeni lat, a jej obecna forma to wynik ciągłych zmian, które można podzielić na trzy etapy: pierwszy z nich to wymienione lata 20. XX wieku, następnie lata 80. - 90. XX wieku oraz koniec lat 90. XX wieku (BITKOWSKA 2009 s. 13). Prekursorem owego podejścia procesowego i jednocześnie twórcą podstaw teorii organizacji jest Taylor, który dążył do określenia najlepszej metody wykonywania pracy opierającej się na zmniejszeniu kosztów produkcji i efektywniejszemu wykorzystaniu czasu pracy. Osiągnięcie założonego celu w praktyce polegało na podziale pracy na proste czynności, wyeliminowaniu zbędnych działań i ostatecznie na usprawnieniu czynności niezbędnych do wykonania. Najczęściej podejście procesowe stosowane było do analizy funkcjonowania systemów (SOBOCHA-STANUCH 2014 s. 20-34).

Procesy wartościotwórcze mające miejsce w systemie rynku nieruchomości, zgodnie z powyższym, są więc zbiorem działań, na które oddziałują czynniki zewnętrzne i wewnętrzne, a którego rezultatem jest określona wartość nieruchomości.

Zasadniczym elementem procesów zachodzących na rynku mieszkaniowym jest przestrzeń w wymiarze zarówno fizycznym, ekonomicznym, instytucjonalno-prawnym czy też społecznym. Czynniki kształtujące rynek nieruchomości mieszkaniowych wykazują heterogeniczność przestrzenną czego efektem jest zróżnicowanie przestrzenne aktywności rynku a także cen i wartości nieruchomości. Wśród tych czynników można wyróżnić czynniki globalne, związane przede wszystkim z uwarunkowaniami makroekonomicznymi, jak i te, które mają charakter lokalny. Przyjmuje się, że czynniki globalne oddziałują na rynek tak samo w każdym punkcie przestrzeni i są one od niej niezależne, podczas gdy wpływ czynników lokalnych jest niestacjonarny i wykazuje zmienność zarówno w czasie jak i w przestrzeni. Ze względu na skutki jakie wywołuje trwałość nieruchomości w miejscu można założyć, że relacje przestrzenne mają fundamentalne znaczenie, w ramach funkcjonowania mechanizmu rynkowego na rynku nieruchomości. Właściwe zrozumienie procesów kształtowania się popytu i podaży na rynku mieszkaniowym wymaga więc zwrócenia szczególnej uwagi na informacje o charakterze przestrzennym, zwłaszcza w warunkach dynamicznego rozwoju infrastruktury przestrzennej i narzędzi GIS (Geographic Informaton System). Stąd jednym z głównych problemów naukowych jakie pojawiają się w kontekście badań nad rynkiem mieszkaniowym jest identyfikacja źródeł przestrzennego zróżnicowania popytu i podaży na nieruchomości pod wpływem uwarunkowań egzogenicznych (ekonomicznych, prawnych, społecznych itp.), a także endogenicznych (tj. związanych z nieruchomością jako obiektem fizycznym i jego walorami lokalizacyjnymi).

Rozwój rynku nieruchomości jest determinowany wieloma pozostającymi ze sobą w ścisłym związku uwarunkowaniami ekonomicznymi, prawnymi, finansowymi, instytucjonalnymi i politycznymi (ADAMS, FUSS 2010). Uwarunkowania te można skwantyfikować przede wszystkim w ujęciu międzynarodowym, gdzie główną rolę odgrywają czynniki makroekonomiczne takie jak PKB (Produkt Krajowy Brutto), inflacja, stopy zwrotu czy dostępność kredytów hipotecznych (HOTT, MONNIN 2008, GASPARENIENE, REMEIKIENE, SKUKA 2016, LEE 2009). Istnieje szereg czynników, które rzutują na popyt w skali całego kraju, ale w zasadzie odbywa się to niezależnie od lokalnych zróżnicowań. Są to różnorodne przyczyny oraz mechanizmy administracyjno-polityczne, prawne i ekonomiczne, jak np. polityka mieszkaniowa władz rządowych, istniejący system kredytów i możliwości jego uzyskania, stopa inflacji itd., a wreszcie – warunki działania podmiotów po stronie podażowej, np. deweloperów.

Zróżnicowanie cen i aktywności rynku mieszkaniowego w skali regionalnej wynika przede wszystkim ze zróżnicowania czynników społeczno-ekonomicznych i procesów społecznych. W wielu pracach szczególną uwagę poświęca się zwłaszcza uwarunkowaniom demograficznym obejmującym wiek, płeć, stan cywilny i jednocześnie wpływającym na potrzeby mieszkaniowe itp. (m. in. ANAS, EUM 1984, DESILVA, ELMELECH 2012, ENGELHARDT, POTERBA 1991, ESSAFI, SIMON 2015, LIN W.-S., TOU, LIN S.-Y., YEH 2014). Sytuacja demograficzna może zmieniać się w wyniku migracji zarówno między krajami, regionami jak i między pojedynczymi miejscowościami. MAGNUSSON i TURNER (2003) wskazują, że wpływ migracji na kształtowanie się cen nieruchomości jest bardzo złożony, a wyniki badań w tym zakresie mogą być inne niż intuicyjne oczekiwania.

Poziom rozwoju rynku mieszkaniowego jest odzwierciedleniem kondycji ekonomicznej gospodarstw domowych, zależnych przede wszystkim od stabilności dochodów (GALLIN 2006). Popyt efektywny i w efekcie ceny mieszkań kształtowane są w dużym stopniu przez zasoby finansowe gospodarstw domowych w postaci oszczędności i dochodów rozporządzalnych (JUD, WINKLER 2002, LIN W.-S., TOU, LIN S.-Y., YEH 2014). Znaczący udział wydatków mieszkaniowych w budżetach gospodarstw domowych, powoduje, że można zaobserwować ścisłą zależność między wzrostem dochodu na danym obszarze, a wzrostem cen mieszkań (REICHERT 1990). Jednocześnie wyniki badań empirycznych przedstawione przez GALLINA (2006) wskazują, że z uwagi na niską elastyczność dochodową rynku mieszkaniowego zależność ta może być w wielu przypadkach dyskusyjna. Dochody ludności powiązane są ściśle z rynkiem pracy, stąd, obok dochodów, możliwości zatrudnienia stanowią istotny potencjał regionu, co powoduje wzrost lokalnych cen mieszkań. Podobnie oczekuje się, że wyższy odsetek bezrobotnych na danym obszarze spowoduje obniżenie cen mieszkań (BERG 2002). DE BRUYNE i HOVE (2012) podkreślają również znaczenie struktury zatrudnienia. Autorzy twierdzą, że im większe znaczenie rolnictwa w gminie, tym spodziewamy się niższych cen oraz mniej miejsc pracy.

Uwarunkowania ekonomiczne obejmują nie tylko dochody ludności i rynek pracy ale również kondycję lokalnej gospodarki. Odzwierciedleniem tej kondycji mogą być lokalne wskaźniki PKB, chociaż empiryczne badania przeprowadzone na rynku kanadyjskim wskazują, że nie zawsze zależności, które pozornie są dość oczywiste, potwierdzają się w praktyce (ALLEN, AMANO, BYRNE, GREGORY 2009). Nie bez znaczenia są również wskaźniki pochodzące bezpośrednio z rynku mieszkaniowego,

dotyczące równowagi lub nierównowagi między podażą i popytem. DE BRUYNE i HOVE (2012) proponują uwzględnienie liczby sprzedanych mieszkań w stosunku do dostępnych zasobów mieszkaniowych, a także do liczby nowo projektowanych budynków mieszkalnych (zarówno prywatnych jak i budowanych przez deweloperów).

Wśród czynników kształtujących ceny mieszkań istotne znaczenie mają również uwarunkowania związane z jakością środowiska i zanieczyszczeniami. RIDKER (1967), KIM, PHIPPS, ANSELIN (2003), SAPHORES, AGUILAR-BENITEZ (2005) a także LIN W.-S., TOU, LIN S.-Y., YEH (2014) wykazują, że zła jakość powietrza znacznie zmniejsza ceny mieszkań. Z drugiej strony dostępność terenów zielonych może stanowić element pozytywnie wpływający na ceny.

Ogółem można stwierdzić, że w największym stopniu na ceny i aktywność rynku mają uwarunkowania demograficzne, ekonomiczne i środowiskowe. Przykładowo LIN W.-S., TOU, LIN S.-Y., YEH (2014) wykorzystał dwadzieścia wskaźników lokalnych obejmujących m. in. wiek ludności, odsetek małżeństw, wykształcenie, bezrobocie, bezpieczeństwo, jakość powietrza itp. Najbardziej znaczącymi zmiennymi był dochód gospodarstwa domowego, stosunek czynszu do dochodu oraz odsetek populacji osób pochodzących z Azji. Warto odnotować, że aktywność rynku, mierzona liczbą transakcji okazała się destymulantą średniej ceny.

Zróżnicowanie regionalne cech społeczno-ekonomicznych i środowiskowych oraz różne natężenie i kierunki procesów społecznych warunkują odmienne kształtowanie się w różnych miejscach kraju popytu na mieszkania. Stąd można wyraźnie zaobserwować, że rozwój rynku mieszkaniowego wykazuje znaczną zmienność w czasie i przestrzeni. Ta dynamika czasoprzestrzenna dotyczy różnych poziomów hierarchii przestrzennej, przy czym procesy gospodarcze i demograficzne w różny sposób odnoszą się do zmian mieszkaniowych na tych poziomach hierarchicznych (ORENSTEIN, HAMBURG 2010; BROITMAN, KOOMEN 2015). Przykładowo REICHERT (1990) opisuje, że największy wpływ na ceny na poziomie krajowym ma oprocentowanie kredytu hipotecznego, podczas, gdy na poziomie regionalnym największy wpływ na ceny mieszkań ma migracja ludności, zatrudnienie i dochody gospodarstw domowych.

Wymienione wcześniej grupy uwarunkowań (demograficzne, społeczno-ekonomiczne i środowiskowe) dają się skwantyfikować w ujęciu regionalnym i lokalnym, w zależności oczywiście od rozdzielczości przestrzennej danych statystycznych. Założenie, że wymienione uwarunkowania wpływają jednakowo (równomiernie) w skali całego kraju, byłoby z pewnością dużym uproszczeniem (BELKE,

KEIL 2018, BROITMAN, KOOMEN 2015, GRUM, GOVEKAR 2016). DE BRUYNE i HOVE (2012) zwracają uwagę przede wszystkim na uwarunkowania lokalne przypisywane różnicom w poziomie dochodów, skutkach demograficznych, polityce rządu oraz jakości życia. Wskazują jednocześnie, że bardzo duże znaczenie dla kształtowania się rynku mieszkaniowego ma względne położenie poszczególnych obszarów. W szczególności na ceny mieszkań wpływa odległość i czas dojazdu do centrów gospodarczych, które oferują zatrudnienie i rozbudowaną sieć usług (FUJITA, KRUGMAN, VENABLES 1999). Ponadto inwestycje w sieć transportową, w tym drogi, autostrady i systemy transportu publicznego, wpływając na czas dojazdu i odległość podróży, stanowią podstawę procesu decyzyjnego osób fizycznych i gospodarstw domowych, które wybierają lokalizację swojego przyszłego domu.

4. MODELOWANIE POPYTU I PODAŻY NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI

Podstawą funkcjonowania rynku nieruchomości jest mechanizm rynkowy oparty na zależnościach pomiędzy trzema elementami: podażą, popytem i ceną. Podaż przedstawia ilość oferowanych dóbr do transakcji na danym rynku i w konkretnym czasie, ale na nieokreślonym poziomie cenowym. Popyt oznacza poparte siłą nabywczą zapotrzebowanie na dane dobro w określonym czasie niezależnie od ceny. Z kolei cena to określenie oczekiwanej, oferowanej lub płaconej kwoty za dane dobro (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 79-80). Wymienione składowe rynku stale na siebie oddziałują stąd też teorie i badania popytu, podaży i cen sięgają najmniej XVII wieku. TAYLOR (1957, 1958 s. 37, 45) oraz GÓRSKI i SIERPIŃSKI (1979) w swoich pracach opisali główne koncepcje teoretyczne oraz przywołali tytuły istotniejszych prac.

Stwierdzenie wystąpienia konieczności oddzielenia wpływu popytu i podaży na wysokość cen rynkowych, której wyrazem było stworzenie koncepcji modelu równowagi rynkowej (SMITH 1776), stanowiło zalążek rozwoju pierwszego nurtu teorii wartości i cen opartych na fundamencie czynników obiektywnych (koszty, praca, popyt, podaż) (SUCHECKI 2006 s. 1). Według WALRAS (1874) badanie relacji pomiędzy popytem i podażą, przy cenie gwarantującej ich równość i prowadzącej do określenia równowagi, stanowi główny cel ekonomii. COURNOT (1838) na podstawie statystycznych zależności pomiędzy ceną, popytem i podażą wprowadził matematyczną teorię wymiany polegającą na uwzględnieniu w funkcjach popytu i podaży określonych dóbr również cen innych dóbr. Z kolei prace u schyłku XIX w. MARSHALL'A (1890) skupione były wokół metody analizy równowag cząstkowych polegającej na badaniu popytu, podaży i ceny w odizolowanych warunkach. Przyczynił się wprowadzeniu do analizy ekonomicznej mierników elastyczności, w tym miernika cenowej elastyczności popytu oraz miernika elastyczności podaży w stosunku do ceny. Istotnym wkładem w zdynamizowanie rozważań ekonomicznych było dostrzeżenie wpływu czynnika czasu na charakter równowagi popytu i podaży (SUCHECKI 2006 s. 19, MARSHALL 1890).

4.1. Kształtowanie się popytu i podaży na rynku nieruchomości

Wszystkie rozważania nad elementami rynku i występujących relacji pomiędzy nimi doprowadziły do wniosku, iż popyt wyrażany jest za pomocą funkcji ceny i szeregu czynników pozacenowych, które obejmują np. dochody i preferencje nabywców, sytuację rynkową i demograficzną, prognozowane ich zmiany oraz inne elementy rozstrzygające o atrakcyjności inwestowania w nieruchomości w porównaniu do innych perspektyw.

Stałość czynników pozacenowych powoduje, iż funkcja popytu opiera się tylko na cenie odpowiednio nabycia prawa własności lub wynajęcia powierzchni nieruchomości. Na podstawie prawa popytu wzrost cen nieruchomości skutkuje spadkiem popytu (por. BLAUG 1995 s. 211-228), a spadek cen prowadzi do jego wzrostu zapotrzebowania. Z kolei utrzymujące się stałe ceny mimo oczekiwanego i uzasadnionego gospodarczo wzrostu mogą wpłynąć pozytywnie na wysokość popytu na nieruchomości (CABAN 1991 s. 70-73). Popyt na nieruchomości cechuje się ponadto małą substytucyjnością, silną intensywnością ujawniania się (popyt potencjalny), małą elastycznością cenową oraz znaczną rozbieżnością pomiędzy popytem potencjalnym, a efektywnym. W teorii ekonomii oprócz elastyczności cenowej popytu rozważana jest również elastyczność dochodowa rozumiana jako stosunek relatywnej zmiany rozmiarów popytu na dane dobro do względnej zmiany dochodów. Oznacza to, że spadek ceny jednostkowej mieszkania powoduje wzrost zainteresowania nieruchomościami o większej powierzchni, a wzrost ceny $1m^2$ wywoła sytuację odwrotną – spadek dochodów realnych i jednocześnie wzrost popytu na mieszkania o mniejszym metrażu (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 81).

Elastyczność dochodowa jest różna w zależności od rodzajów nieruchomości. Zapotrzebowanie na nieruchomości komercyjne wynika z popytu na dobra i usługi oferowane na innych rynkach, co w głównej mierze stanowi odwzorowanie koniunktury gospodarczej. W przypadku mieszkań wysokość popytu jest zjawiskiem znacznie bardziej złożonym. Naturalnie wielkość popytu uwarunkowana jest głównie dochodami nabywców, ale wpływa na nią również zmienność potrzeb mieszkaniowych w czasie i w przestrzeni, procesy demograficzne, wysokość stóp procentowych i dostępność kredytów oraz polityka mieszkaniowa państwa (ŁASZEK, AUGUSTYNIAK, WIDŁAK 2009). Nie zmienia to jednak faktu, iż największym stałym wydatkiem w rodzinnym budżecie są z reguły kredyty mieszkaniowe. Stąd też, oczywiście przy uwzględnieniu opóźnienia czasowego, popyt mieszkaniowy jest niezwykle podatny na obecne i prognozowane zmiany w dochodach gospodarstw domowych (ŁASZEK 2004 s. 24-25). W przypadku wzrostu dochodów maleje popyt na zużyte technicznie i funkcjonalnie mieszkania – elastyczność dochodowa popytu staje się ujemna (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 83).

Niski koszt nabycia i utrzymania mieszkania zmniejsza wagę oddziaływania elastyczności dochodowej popytu i odwrotnie – wzrost ceny mieszkania potęguje jego siłę. Efekt dochodowy ma zasadniczy wpływ na dochody uzyskiwane z nieruchomości, a pośrednio również na ich wartość. Większa elastyczność dochodowa zaowocuje wyższym potencjałem jej wzrostu na etapie ożywienia gospodarczego, ale jednocześnie

będzie bardziej podatna na niekorzystne zmiany na rynku nieruchomości (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 83).

Funkcja podaży przedstawia się analogicznie do funkcji popytu, bowiem oparta jest na cenie i czynnikach pozacenowych. W przypadku podaży czynniki pozacenowe reprezentowane są głównie przez koszty produkcji, utrzymania nieruchomości oraz rentowność produkcji dóbr substytucyjnych. Stałe ceny rynkowe nieruchomości oraz obniżone ceny czynników produkcji mogą pozytywnie wpłynąć na poziom podaży, z kolei zmniejszenie zysków deweloperów z uwagi na wzrost kosztów wytworzenia obiektów budowlanych może doprowadzić do zahamowania inwestycji budowlanych na pierwotnym rynku nieruchomości. Wzrost podaży na rynku wtórnym jest najczęściej konsekwencją zwiększających się kosztów utrzymania drogich nieruchomości w fazie ich eksploatacji. W dłuższych przedziałach czasu podaż zależy od ilości nieruchomości, jednakże w krótkim okresie największy wpływ na jego wysokość ma poziom aktywności gospodarczej i wydatków konsumpcyjnych (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 85).

Rynek najmu cechuje się nieco odmienną tendencją w kształtowaniu się podaży nieruchomości. Na rynku uwarunkowanym liczbą najemców wzrost popytu powoduje spadek liczby lokali gotowych do wynajęcia. Wzrost podaży może nastąpić w momencie przesunięcia zainteresowania najemców na nowe i nowoczesne nieruchomości. Czynnikiem stabilizującym podaż nieruchomości przeznaczonych do wynajmu są długoterminowe umowy zawierane z najemcami (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 84-85).

Podaż, zarówno jak i popyt, charakteryzuje się pewnym opóźnieniem czasowym w stosunku do zmiany ceny. Siłę dostosowania się do zmian odzwierciedla współczynnik elastyczności cenowej. W przypadku nieruchomości występuje szczególnie niska elastyczność, a przy krótkich okresach czasu podaż staje się nawet zupełnie nieelastyczna. Trudności przy szybkiej reakcji podaży na zmiany cen jest złożoną kwestią bowiem wynika z absorbującego ogrom czasu i finansów statusu procesu inwestycyjnego oraz możliwości szybkiego jego rozpoczęcia lub zakończenia. Odległe wyższe stany podaży są efektem wcześniej podejmowanych decyzji budowlanych, zaś wzrost w przestrzeni krótkoterminowej może wynikać z efektywniejszego wykorzystania dysponowanej powierzchni oraz zmiany dotychczasowych funkcji nieruchomości. Należy jednak wspomnieć, iż elastyczność cenowa popytu jest na wyższym poziomie niż w przypadku podaży, ponieważ znacznie łatwiej i szybciej jest zareagować poszczególnym jednostkom na zmiany stóp procentowych, form kredytowania czy ulg podatkowych niż firmom deweloperskim (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 85-86).

Na rynku nieruchomości podobnie jak w innych dziedzinach występują pewne odstępstwa od zdiagnozowanych reguł. Jednym z nich jest tzw. paradoks Veblena stanowiący o wzroście popytu przy rosnących cenach. Sytuacja ta może mieć miejsce w kontekście zakupu luksusowych nieruchomości, które dla pewnej grupy ludzi oznaczają kolejny prestiżowy atrybut. W przypadku relatywnie silnego wzrostu cen nieruchomości może nastąpić również wzrost popytu na mieszkania o mniejszych metrażach – takie sytuacje zaliczają się do kategorii paradoksu Giffena. Funkcjonują ponadto takie określenia jak efekt inflacyjny, który określa wyższy poziom popytu przy wzroście cen z uwagi na oczekiwaną inflację oraz efekt spekulacyjny, który określa dokonywanie zakupu w nadziei przyszłej odsprzedaży z zyskiem (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 83-86).

Elastyczność podaży w przypadku nieruchomości jest dodatkowo skomplikowana z uwagi na dwie składowe nieruchomości: grunt i budynek, które wykazują się odmienną elastycznością. Obiekty budowlane uznawane za elastyczne w porównaniu do stałego zasobu gruntu (por. EVANS 2004), podlegają zużyciu technicznemu, funkcjonalnemu i środowiskowemu. Na tej podstawie elastyczność podaży zależy od proporcji pomiędzy udziałem zabudowań i gruntu w kształtowaniu się wartości nieruchomości (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 85).

4.2. Modele popytu i podaży na rynku nieruchomości

Znaczący wzrost lub spadek cen nieruchomości jest silnym impulsem do konstruowania modeli makro i mikroekonomicznych opartych na wyżej sklasyfikowanych czynnikach zewnętrznych i wewnętrznych rynku nieruchomości. Wysuwane na ich podstawie wnioski mają za zadanie wyjaśnienie przyczyn i prognozowanie skutków analizowanej sytuacji na rynku. Modelowaniem czy to strony podażowej czy popytowej zajmowali się BAJARI, CHAN, KRUEGER i MILLER (2008), MUTH (1969), ROSE-ACKERMAN (1975 s. 85-103), ROSE-ACKERMAN (1977 s. 150-169) oraz CHOW (1957).

Chow rozważał popyt na stałe dobra konsumpcyjne (w tym nieruchomości) analogicznie jak popyt na dobra nietrwałe i usługi, czyli wykorzystując model częściowego dopasowania. Zakłada się w nim, iż rzeczywista zmiana podaży jest jedynie częścią „docelowej", która rozumiana jest jako wartość równowagi w równaniu popytu i podaży, a której najistotniejszymi zmiennymi niezależnymi są m.in. dochód i cena. Model ten został skonstruowany dla chińskiego rynku nieruchomości (CHOW, NIU 2010)

i w następstwie również dla rynku polskiego (DRACHAL 2014. s. 41-44). Dla innych krajów również były konstruowane podobne modele do modelu przedstawionego powyżej, jednakże część z nich była jednak użyta w trochę odmiennym kontekście (patrz ASHWORTH, PARKER 1997 s. 225-246, MEEN 2001 s. 1-23, QINGYU 2010). W modelu dostosowanego do polskich warunków popyt na nieruchomości mierzono powierzchnią mieszkaniową oddaną do użytkowania i przypadającą na 1 mieszkańca w regionie. Założono przy tym, że wpływ na to ma poziom przeciętnego wynagrodzenia i średnie ceny transakcyjne w regionie. Mierzenie podaży nieruchomości wyglądało analogicznie do popytu z tą różnicą, że w tym przypadku założenie opierało się na wpływie kosztów budowy i średnich cen transakcyjnych.

Równanie liniowej funkcji popytu i podaży przedstawiało się następująco:

$$d_t = a_0 + a_1 \times y_t + a_2 \times p_t \qquad \text{– funkcja popytu} \qquad (4.1)$$

$$s_t = b_0 + b_1 \times c_t + b_2 \times p_t \qquad \text{– funkcja podaży} \qquad (4.2)$$

gdzie:

c – koszty budowy,

t – indeks czasu,

y – poziom przeciętnego wynagrodzenia,

p – średnie ceny transakcyjne w regionie,

$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ – nieznane współczynniki,

Jednak przy założeniu równowagi podażowo-popytowej powyższe równania mogą przerodzić się do postaci równań na średnie ceny transakcyjne i powierzchnię mieszkaniową:

$$q_t = f_0 + f_1 \times y_t + f_2 \times c_t \qquad \text{– średnie ceny transakcyjne} \qquad (4.3)$$

$$p_t = g_0 + g_1 \times y_t + g_2 \times c_t \qquad \text{– powierzchnia mieszkaniowa} \qquad (4.4)$$

gdzie:

$f_0, f_1, f_2, g_0, g_1, g_2$ – nieznane współczynniki do wyznaczenia metodą regresji liniowej,

pozostałe oznaczenia jw.

W pracy Drachala zastosowano również oprócz modelu opartego na wzorach nr (4.3) i (4.4) model o zlogarytmowanej transformacji danych. Miało to swoje uzasadnienie w kontekście badania funkcji popytu i podaży (HILL, GRIFFITHS, LIM 2011):

$$\ln q_t = f_0 + f_1 \times \ln y_t + f_2 \times \ln c_t \quad \text{– średnie ceny transakcyjne} \quad (4.5)$$

$$\ln p_t = g_0 + g_1 \times \ln y_t + g_2 \times \ln c_t \quad \text{– powierzchnia mieszkaniowa} \quad (4.6)$$

Po zmodyfikowaniu powyższych modeli na podstawie założenia o częściowym dopasowaniu przedstawiają się one następująco:

$$q_t - q_{(t-1)} = k \times (q_t^* - q_t) \quad \text{– średnie ceny transakcyjne} \quad (4.7)$$

$$p_t - p_{(t-1)} = l \times (p_t^* - p_t) \quad \text{– powierzchnia mieszkaniowa} \quad (4.8)$$

$$q_t = k_0 + k_1 \times y_t + k_2 \times c_t + k_3 \times q_{t-1} \quad \text{– średnie ceny transakcyjne} \quad (4.9)$$

$$p_t = l_0 + l_1 \times y_t + l_2 \times c_t + l_3 \times p_{t-1} \quad \text{– powierzchnia mieszkaniowa} \quad (4.10)$$

$$\ln q_t = k_0 + k_1 \times \ln y_t + k_2 \times \ln c_t + k_3 \times \ln q_{t-1} \quad \text{– średnie ceny transakcyjne} \quad (4.11)$$

$$\ln p_t = l_0 + l_1 \times \ln y_t + l_2 \times \ln c_t + l_3 \times \ln p_{t-1} \quad \text{– powierzchnia mieszkaniowa} \quad (4.12)$$

przy czym:

q_t^* – ilość w równowadze, dana równaniem (4.3),

p_t^* – cena w równowadze, dana równaniem (4.4),

k, l – współczynniki oznaczające stopień dopasowania do równowagi,

k_0, k_1, k_2, k_3, l_0, l_1, l_2, l_3 – nieznane współczynniki, których wartości są zależne od wartości współczynników w równaniach (4.3), (4.4), (4.7) i (4.8),

pozostałe oznaczenia jw.

W efekcie tego zabiegu rzeczywista zmiana cen i ilości w jednym okresie jest jedynie pewną częścią różnicy pomiędzy poziomem równowagowym cen i ilości danych równaniami (4.3) i (4.4) a wartościami cen i ilości w okresie wyjściowym.

Niestety zastosowany klasyczny model popytu i podaży i częściowego dopasowania nie wyjaśnił przyczyn kształtowania się cen na polskim rynku nieruchomości (DRACHAL 2014 s. 41-44).

Jednak na uwagę zasługuje szczególnie praca BAJARI, CHAN, KRUEGER i MILLER (2008), która polegała na estymacji i symulacji dynamicznego modelu strukturalnego popytu mieszkaniowego przy niestabilnym rynku mieszkaniowym. W modelu tym nie było możliwości scharakteryzowania optymalnych decyzji za pomocą równań Eulera i oszacowania parametrów strukturalnych przez zastosowanie metody GMM jak u HANSENA i SINGLETONA (1982 s. 1269-1286). Nie znaleziono również szansy na

zastosowanie algorytmu zagnieżdżonych punktów stałych (RUST 1994 s. 3081-3143) do oszacowania modelu. Ostatecznie do oszacowania parametrów strukturalnych na podstawie danych z „Panel Study of Income Dynamics" (panelowe badanie dynamiki dochodów amerykańskich rodzin uwzględniające czynniki ekonomiczne, społeczne i zdrowotne) użyto metody wieloetapowej zaproponowanej przez BAJARI, BENKARD i LEVIN (2007 s. 1331-1370). W modelu tym założono, iż konsumenci maksymalizują oczekiwaną zdyskontowaną użyteczność w całym okresie użytkowania mieszkania i towaru złożonego. Model ten oddaje rzeczywiste cechy rynku mieszkaniowego obejmujące dodatkowe koszty związane z kupnem i sprzedażą nieruchomości oraz ograniczenia kredytowe wynikające z wymaganego minimalnego wkładu własnego. Przeprowadzona symulacja obejmowała reakcję gospodarstw domowych z USA na negatywne zmiany w dochodach, załamanie cen mieszkań, rosnące oprocentowanie kredytów hipotecznych i zaostrzenie kryteriów kredytowych. Ostatecznie model ten przedstawia się następująco (szerzej BAJARI, CHAN, KRUEGER, MILLER 2008):

$$U\left(\{c_t, h_t\}_{t=0}^{T}\right) = E_0\left[\sum_{t=1}^{T}\beta^{t-1}u\left(c_t, g\left(h_t\right)\right) + \gamma\beta^{T}\log(b_T)\right] \tag{4.13}$$

gdzie:

T – okres życia gospodarstwa domowego,

c_t – wydatki konsumpcyjne na dobra nietrwałe wybierane przez gospodarstwa domowe w okresie t,

h_t – wielkość rzeczywistych zasobów mieszkaniowych gospodarstwa domowego na początku okresu t,

h_{t+1} – wielkość zasobów mieszkania wybieranych obecnie na przyszłość,

$g(h_t) = gh_t$ – przepływ usług z zasobów mieszkaniowych gospodarstwa domowego, gdzie $g > 0$ jest parametrem (zakłada się, że g=0,075 jako przybliżona wartość szacunkowych kosztów mieszkania dostępna w literaturze przedmiotu),

β – standardowy współczynnik dyskontujący czas,

γ – mierzy stopień altruizmu polegający na pozostawieniu spadku b_T pod koniec życia,

E_0 – oczekiwania przyjmowane w odniesieniu do procesów stochastycznych napędzających dochód z pracy i ceny domów.

Uzyskane wyniki jasno wskazują, iż zmiana warunków na rynku mieszkaniowym nie wpływa znacząco na konsumpcję większości gospodarstw domowych, ponieważ przeprowadzają się one średnio dwa do trzech razy przed osiągnięciem optymalnego dla siebie lokum. Istotny jest w tym przypadku wiek członków gospodarstwa domowego – przy młodych gospodarstwach domowych regres w poziomie uzyskiwanych dochodów spowalnia proces osiągnięcia docelowego mieszkania, ale przy jednocześnie taniejących nieruchomościach znowu proces ten nabiera tempa. Starsze gospodarstwa domowe z optymalnymi dla siebie już mieszkaniami negatywne wstrząsy absorbują zmniejszając konsumpcję środków nietrwałych i kapitału własnego. Dowiedziono również, iż ograniczenia finansowe, koszty dostosowawcze i dokładność oszacowań parametrów funkcji użyteczności mają znaczący wpływ na częstotliwość dostosowań zasobów mieszkaniowych i zwrot z inwestycji mieszkaniowych.

5. PRZESTRZEŃ W IDENTYFIKACJI ZJAWISK NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI

5.1. Znaczenie przestrzeni i identyfikacji struktury przestrzennej w badaniach naukowych i na rynku nieruchomości

Przestrzeń stanowi obok czasu podstawową cechę materii, a z uwagi na położenie każdego zjawiska w określonej przestrzeni stanowi również podstawową zmienną w badaniach naukowych. W matematyce jako niezwykle proprzestrzennej dziedzinie funkcjonują rozbieżne ujęcia przestrzeni, jak na przykład przestrzeń Banacha, Euklidesa, funkcyjna i tym podobne. Z kolei w biologii wskazanie miejsca bytowania określonego gatunku w przestrzeni jest równie istotne, jak jego opis. Psychologia zaś zajmuje się między innymi przestrzenią osobistą, socjologia dotyczy przestrzeni społecznej, a politologia analizuje wyniki wyborów w kontekście podziału, terytorialnego (KOPCZEWSKA 2006 s. 9).

W zakresie ekonomii zależności przestrzenne przez długi czas miały marginalne znaczenie, a nawet często były przypisywane geografii ekonomicznej. Wpływ na to miało niewątpliwie przekonanie uczonych w powszechność praw ekonomicznych oraz brak metod badawczych do obalenia tej fundamentalnej wówczas teorii (KOPCZEWSKA 2006 s. 9). Analiza ekonomiczna ani w skali regionalnej czy lokalnej ani w skali globalnej rzadko uwzględniała przestrzeń. W teorii konsumenta i w teorii producenta zakładano, że lokalizacja nabywcy i położenie producenta/sprzedawcy nie są sprecyzowane, a przez to nie posiadają oni współrzędnych mogących dostarczyć jakichkolwiek danych przestrzennych. Podobnie prezentuje się teoria cen, według której popyt i podaż dotyczą rynku o nieokreślonym zasięgu, położeniu i formie. Teoria równowagi dotyczy tego samego rodzaju analizy i obowiązują ją te same ograniczenia przy badaniu współzależności pomiędzy równowagami cząstkowymi oraz ich właściwościami i uwarunkowaniami. Dodatkowo przy równowadze globalnej w wyniku generalizacji elementów składowych ze struktur regionalnych i lokalnych mogą zostać zatarte występujące nierównowagi cząstkowe. W rezultacie, we wszystkich dokonywanych analizach na ramach tradycyjnej ekonomii, przestrzeń nie odgrywała żadnej szczególnej roli. Funkcjonowało wówczas fundamentalne założenie o zgromadzeniu wszystkich dóbr i podmiotów w jednym miejscu. Choć wprawdzie istniała możliwość sformułowania unikalnych praw ekonomicznych, które byłyby prawidłowe jednocześnie przy wprowadzeniu przestrzeni, jak i bez niej, to jednak funkcjonowało przekonanie, że

efektem tego byłyby jedynie dokładniejsze ustalenia ostatecznych wyników niezależnych od przestrzeni i jej implikacji. W rzeczywistości przestrzeń nie jest jednak neutralna, a uwzględnienie jej nie wnosi drobnych poprawek tylko zmienia całokształt (PONSARD 1988 s. 9-10).

Prawo popytu i podaży wyjaśniające proces kształtowania się poziomu równowagi ceny jednostkowej funkcjonuje tylko wówczas, gdy ogół transakcji, popyt i podaż dotyczą pojedynczego, określonego miejsca w przestrzeni. Wprowadzenie do analizy kolejnych lokalizacji spowodowałoby pojawienie się potrzeby odejścia od wniosków wynikających z nieprzestrzennego prawa popytu i podaży. Prawdopodobnie wyodrębnione zostałyby poszczególne rynki zlokalizowane w pewnej odległości od siebie i różniące się zachowaniem konsumentów i sprzedawców mających wpływ na ukształtowanie się jednolitego poziomu cenowego. Z dużym prawdopodobieństwem ceny na poszczególnych rynkach byłyby uzależnione od miejsca pojawienia się popytu i podaży oraz powstałym wówczas dystansem mającym bezpośrednie odzwierciedlenie w kosztach transportu i problemach z nim związanymi. Analiza wystąpienia jednakowego poziomu cen mogłaby zatem odbywać się na zasadach FOB (ang. Free On Board – dostarczony na statek) i CAF (ang. Currency Adjustment Factor – współczynnik korekty walutowej) (PONSARD 1988 s. 10).

Włączenie przestrzeni do zwykłej analizy ekonomicznej może mieć miejsce przy założeniu słuszności zaproponowanej przez DEBREU (1959) definicji towaru przedstawiającej go jako materialny i niematerialny produkt o licznych cechach, odróżniających go od pozostałych artykułów uwzględniających również miejsce i czas, w którym jest on dostępny. Rozpatrywanie gospodarki przy pomocy dualistycznej koncepcji towaru i ceny mogłoby zintegrować czas i przestrzeń, jednakże pojęcie wartości towaru znacznie umniejsza rangę tego założenia. Wartość towaru pozyskanego bezpośrednio od producenta z dyskontem może stanowić przyszłą wartość danego produktu. To powszechne stwierdzenie bazuje na aksjomacie deprecjonowania przyszłości stanowiącym jednocześnie jego podstawę teoretyczną i uzasadnienie. Z kolei uzyskanie lokalnej wartości produktu na podstawie towaru znajdującego się w innym miejscu za pomocą wskazanego przez Debreu kursu wymiany nie oddaje sensu wskazanego aksjomatu w przypadku przestrzeni, bowiem nie ma pewności co do jego niepodważalności. Co więcej teoria Debreu oparta jest na zwykłym kursie wymiany walut i na zasadzie podziału politycznego świata, w której poszczególne państwa sprowadzone są do postaci punktowej, ponieważ na całym ich terytorium obowiązuje w danym czasie

niemalże jednolity przelicznik walut. Ponadto kurs wymiany Debreu nie oddaje charakteru klasycznej stopy procentowej, a zaproponowana definicja towaru nie rozwiązuje kwestii jasnego określenia udziału przestrzeni w kształtowaniu jego wartości (PONSARD 1988 s. 11-12).

Rynek nieruchomości jest przestrzennym zjawiskiem ekonomicznym, a wobec tego nie można go rozpatrywać w oderwaniu od przestrzeni. Co więcej nieruchomości jako przedmioty inwestycji są bardzo specyficzne z uwagi na posiadane cechy fizyczne, ekonomiczne i instytucjonalne. Wśród cech fizycznych nieruchomościom przypisuje się niewątpliwie złożoność fizyczną, stałość w miejscu, trwałość, heterogeniczność oraz niepodzielność. Jednakże właściwie to stałość przestrzenna stanowi największy wkład w wyznaczanie wartości danej nieruchomości bowiem nabywca wraz z nieruchomością nabywa również miejsce, w którym ono się znajduje. Co więcej KIEL i ZABEL (2008 s. 175-190) przytaczają od dawna powtarzane stwierdzenie, iż istnieją trzy determinanty wysokości cen nieruchomości, a mianowicie lokalizacja, lokalizacja i jeszcze raz lokalizacja.

Sama przestrzeń, w kontekście której rozpatrywane są nieruchomości, jest szerokim pojęciem posiadającym liczne powiązania, które uniemożliwiają przedstawienie kompletnej definicji (CHOJNICKI 1999 s. 167-174). Dla KOTARBIŃSKIEGO (1961) pojęcie przestrzeni należy nawet do kategorii semantycznej, ponieważ podyktowana ekonomią słowa stanowi nazwę pozorną objawiającą się w skrótowym zastępowaniu informacji o obiektach. W Słowniku PWN przedstawiono kilka ogólnych pojęć przestrzeni m.in. jako trójwymiarowego i nieograniczonego obszaru, w którym mają miejsce wszystkie zjawiska fizyczne lub jako ograniczonej części takiego obszaru, jako odległości pomiędzy wybranymi obiektami lub ostatecznie jako ogół zachodzących zjawisk (www.sjp.pwn.pl/szukaj/przestrzeń.html 20.10.2019r.). Według LISOWSKIEGO (2014 s. 7-18) przestrzeń ma trzy podstawowe znaczenia w geografii:

- przedmiot poznania (np. przestrzeń geograficzna, obszar, system terytorialny, administracyjny, region),
- instrument pomiaru relacji (rozmieszczenia i oddziaływania),
- zasób oddziałujący na działania społeczne.

Z kolei MYNARSKI (1992) jest zdania, że przestrzeń dzieli się na fizyczną, geograficzną i intelektualną. Część fizyczna stanowi miejsce bytu materialnego oraz określona jest przez trzy prostopadłe i ekwiwalentne wymiary, tudzież w tym przypadku również współrzędne (szerokość, długość, wysokość). Z kolei przestrzeń geograficzna to

obszar życia biologicznego i ruchu materii, w którym z uwagi na zmienność warunków przyrodniczych nie występuje ekwiwalentność współrzędnych. Ostatnia z wymienionych rodzajów przestrzeni, intelektualna, obejmuje obszar procesów myślowych i przetwarzania informacji. Poprzez przypisywanie poszczególnym nośnikom materialno-energetycznym świata rzeczywistego konkretnych treści abstrakcyjnych połączona jest z przestrzenią geograficzną i fizyczną. Przestrzeni intelektualnej nie można sprowadzić do trójwymiarowych ram, ponieważ liczba wymiarów zależna jest od liczby wskazanych charakterystyk analizowanego obiektu. Charakterystyki te dzielą się na trzy główne kategorie: fizyczne (cechy), funkcjonalne (właściwości) oraz strukturalne (własności).

Rynek nieruchomości, jako obiekt badań, stanowi obszar występowania relacji pomiędzy podmiotami i przedmiotami w nim uczestniczącymi, które to są identyfikowane za pomocą wskazanych powyżej charakterystyk. Kluczowe, wobec tego jest określenie struktury przestrzennej, jako skończonego i uporządkowanego zbioru możliwych do posiadania cech oraz stanowiącej uogólnienie transformacji rzeczywistych obiektów w abstrakcyjne (por. DAVIES 1992). Przekształcenie to odbywa się najczęściej za pośrednictwem skalowania wielowymiarowego polegającego na przypisywaniu każdemu obiektowi, stanowiącemu określony punkt w przestrzeni, współrzędnych odpowiadających wartościom charakterystyk tych obiektów (MYNARSKI 1992).

Identyfikacja struktury przestrzennej opiera się na cechach niezależnych, których ortogonalne współrzędne tworzą geometryczny obraz w postaci przestrzeni ortogonalnej o współrzędnych prostokątnych. W przypadku cech zależnych występuje zniekształcenie owej struktury i spłaszczenie obszaru identyfikowalności w wyniku czego elementy usytuowane w niniejszym obszarze są obarczone nadmiarem informacji, zaś elementy położone poza nim cechuje niedostatek informacji. Utworzenie prawidłowej struktury przestrzennej, bliskiej trójwymiarowej przestrzeni realnej o nieekwiwalentnych współrzędnych, polega na zredukowaniu liczby zmiennych zależnych na korzyść mniejszej liczby zmiennych niezależnych. Uzyskanie ekwiwalentnych współrzędnych i ujednolicenie rang interpretacyjnych poszczególnych wymiarów przestrzeni ma miejsce w wyniku rotacji ortogonalnej, czyli lepszym odzwierciedleniu ortogonalnej przestrzeni cech w osiach czynnikowych. Ostatecznie sprowadza się to do przemiany nieoznaczonych czynników głównych na czynniki lepiej oddające wspólne wpływy reprezentowanych cech (MYNARSKI 1992). Zrozumienie zachodzących relacji pomiędzy

poszczególnymi przestrzeniami jest istotne z uwagi na prawidłową identyfikację struktur przestrzennych.

5.2. Statystyka i ekonometria przestrzenna

Przestrzenny charakter związków i zależności na rynku nieruchomości jest uwzględniony między innymi w metodach i modelach ekonometrii przestrzennej. Przyjmuje się, że za czasów publikacji MORANA (1948 s. 243-251), GEARY'EGO (1954 s. 115-146) i WHITTLE'A (1954, 1963), czyli w latach 50-tych XIX wieku, powstała dziedzina badań z zakresu statystyki i ekonometrii przestrzennej. W 1974 r. Paelinck na posiedzeniu Holenderskiego Towarzystwa Statystycznego jako pierwszy wprowadził pojęcie ekonometrii przestrzennej, która łączy metody ekonometrii, ekonomii i geografii. Paelinck wskazał wówczas na istotne znaczenie modelowania przestrzennego zmiennych ekonomicznych (HORDIJK, PAELINCK 1976 s. 175-198) i podkreślał, że na poszczególne jednostki przestrzenne wpływają uwarunkowania ekonomiczne, społeczne i polityczne innych jednostek. Stąd też uwzględnienie aspektu przestrzeni w modelowaniu ekonometrycznym pozwala uzyskać dodatkowe informacje na temat systemów ekonomicznych (PAELINCK, KLASSEM 1979).

Oficjalnym początkiem ekonometrii przestrzennej było jednak dokonanie przełomu w ekonomii przez TOBLERA (1970) za sprawą zaproponowanego prawa geografii ekonomicznej: „Everything is related to everything else, but near things are more releated than distant thing". W tamtym okresie owe stwierdzenie było dosyć banalne w wielu dziedzinach, jednakże w ekonomii wywołało cichą rewolucję burzącą ogólne przekonanie o niezależności rozwoju gospodarczego. Z biegiem czasu Nowa Geografia Ekonomiczna (NGE) stanowiła teoretyczny fundament nowych badań uwzgledniających czynniki przestrzenne, w tym przestrzennych modeli rozwoju, jako formy połączenia teorii lokalizacji i teorii handlu. Wskazane modele służą do analizy kumulacji aktywności w aglomeracjach, skali i kosztów transportu, lokalizacji firm, potencjału regionów oraz zmian rozkładu aktywności gospodarczej w ujęciu przestrzennym wynikających z oddziaływania względnych sił decentralizacyjnych i koncentralizacyjnych (KOPCZEWSKA 2006 s. 9).

Lata osiemdziesiąte XX w. nadały ekonometrii przestrzennej status dziedziny nauki, która odpowiada za wyjaśnienie przestrzennych zjawisk i procesów gospodarczych za pomocą metod ekonometrycznych. Zadaniem ekonometrii przestrzennej stało się zatem wprowadzenie efektów przestrzennych do modeli ekonometrycznych, ich estymacja oraz

prognozowanie przestrzenne (ANSELIN 1988b). Z czasem zaczęto również testować niestacjonarność i kointegrację danych przestrzenno-czasowych (BALTAGI 2003). W efekcie tego metody ekonometrii przestrzennej posiadają obecnie szeroki obszar zastosowań w najnowszych kierunkach badań ekonomicznych i stanowią „podzbiór metod ekonometrycznych dotyczących aspektów przestrzennych obecnych w obserwacjach przekrojowych i przestrzenno-czasowych. Zmienne odnoszące się do lokalizacji, odległości i rozmieszczenia (topologii) są wyraźnie uwzględnione w specyfikacji modeli, estymacji, testowaniu oraz predykcji" (patrz ANSELIN 2009 s. 3-4).

PAELINCK i KLAASSEN (1979 s. 14-22) celem wyszczególnienia specjalnych uwarunkowań badań empirycznych z wykorzystaniem danych przestrzennych określili pięć podstawowych zasad analiz i konstrukcji modeli przestrzennych (zob. także ANCOT, KUIPER, PAELINCK 1990 s. 141-155). Wg nich badania te powinny uwzględniać (SUCHECKI 2010 s. 17):

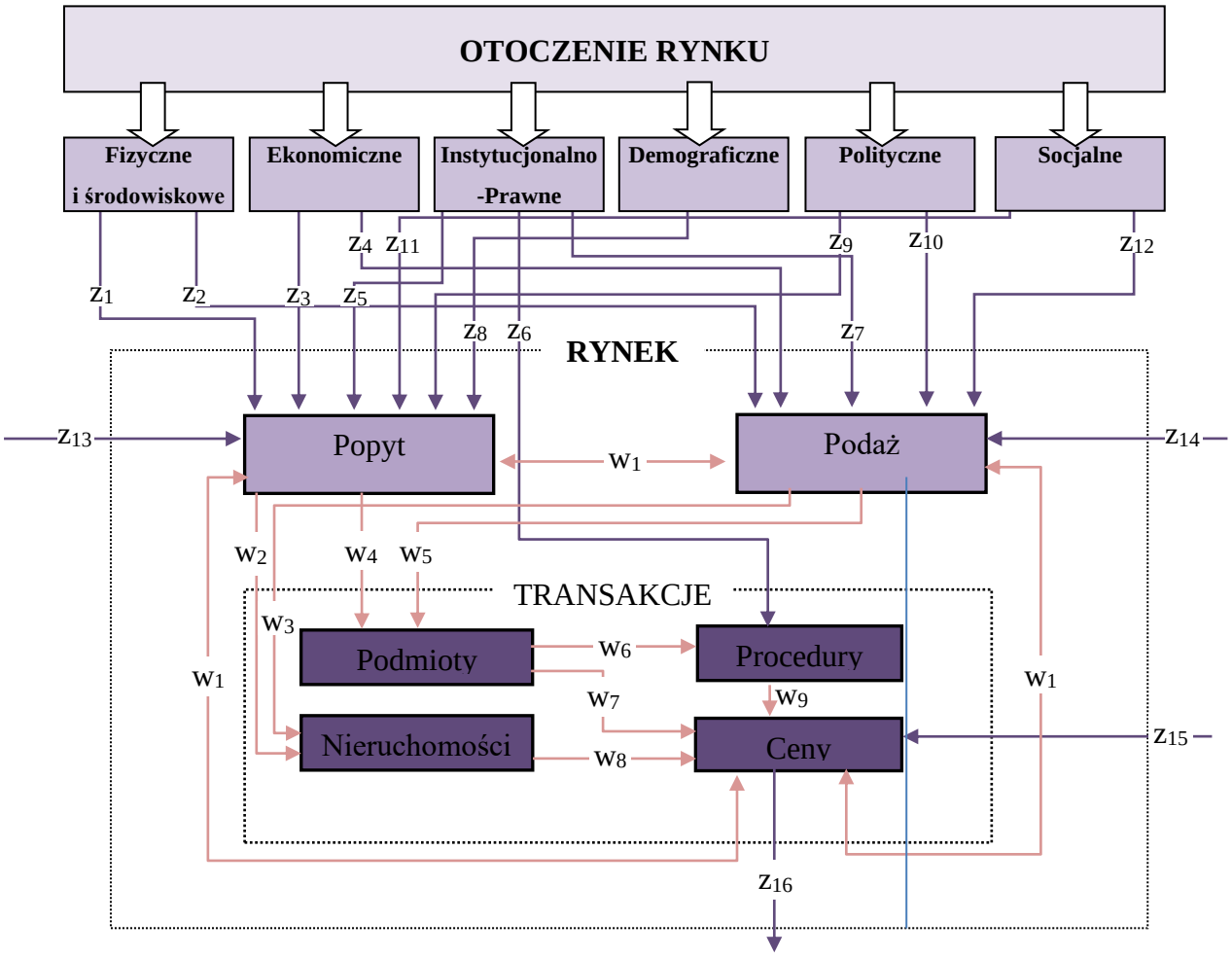
1) współzależność przestrzenną zmiennych endogenicznych,
2) asymetrię i heterogeniczność relacji w przestrzeni,
3) allotopię (istotny wpływ czynników objaśniających z innych lokalizacji przestrzennych),
4) odmienne funkcje ex ante i ex post (dla odróżnienia zjawisk instalacji i funkcjonowania),
5) charakterystyki przestrzeni – współrzędne obszarów i punktów, miary odległości i natężenia dla zmiennych zlokalizowanych.

Oprócz wskazanych powyżej zasad badania prowadzone w ramach ekonometrii przestrzennej uwzględniają również problemy kierunków i siły oddziaływań poszczególnych obszarów (zasada izotropowości i anizotropowości). W efekcie sprowadza się to do stwierdzenia, iż struktura danych przestrzennych jest zbyt skomplikowana, aby móc analizować je za pomocą klasycznych metod ilościowych. Celowe jest zatem zastosowanie specjalistycznych metod umożliwiających wprowadzenie efektów przestrzennych do modelu ekonometrycznego (autokorelacja i heterogeniczność przestrzenna, asymetria, allotopia, anizotropia) (SUCHECKI 2010 s. 18).

6. OPRACOWANIE MODELU OPISOWEGO PROCESÓW WARTOŚCIOTWÓRCZYCH

Przedstawienie każdego systemu w formie modelu (matematycznego, ewentualnie statystycznego) poprzedza zdefiniowanie występujących rodzajów powiązań pomiędzy wyróżnionymi elementami oraz wyrażenie ich za pomocą funkcji matematycznej. Jednakże forma semantyczna większości parametrów określających rynek niejednokrotnie blokuje zastosowanie aparatu matematycznego oraz przyczynia się do poszukiwania innych i często niesprawdzonych rozwiązań.

Ujęcie modelowe systemu powiązań (zewnętrznych $z_1,\ldots,z_{16}$ i wewnętrznych $w_1, \ldots, w_9$) rynku lokalnego na przykładzie nieruchomości mieszkaniowych i uwzględniającego opisane w powyższych podrozdziałach podział czynników zewnętrznych wpływających na system rynku nieruchomości (KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 189-191) oraz podział samego rynku może przedstawiać się następująco (rysunek 6.1):



Rysunek 6.1 Model systemu lokalnego rynku nieruchomości

Źródło: opracowanie własne na podst. CELLMER 1999

1. Powiązania zewnętrzne

z_1 : otoczenie fizyczno-środowiskowe – popyt na nieruchomości

Niebagatelny wpływ na zainteresowanie danymi nieruchomościami mają występujące uwarunkowania fizyczno-środowiskowe obejmujące m.in. mikroklimat (temperatura, kierunek wiatru, nasłonecznienie), skażenie środowiska, lokalizację i ukształtowanie terenu, dostępność komunikacyjną, położenie względem stron świata, estetykę otoczenia, zasobność bogactw naturalnych czy wielkość i stan zagospodarowania działki lub stan techniczny, rodzaj zastosowanych technologii i rok budowy budynku (UHRUSKA 2008 s. 35-46). Pomijając wskazane determinanty, największe znaczenie spośród czynników fizyczno-środowiskowych przypisuje się jednak podatności obszaru na klęski żywiołowe, np. powodzie, osuwanie się mas ziemnych itp.

z_2 : otoczenie fizyczno-środowiskowe – podaż nieruchomości

Niewątpliwie ograniczenia fizyczno-środowiskowe w postaci terenów nienadających się do zainwestowania lub wymagających kosztowych zmian (wody, obszary podmokłe i o zbyt dużym nachyleniu terenu), terenów już zagospodarowanych i wprowadzających szereg ograniczeń w kształtowaniu przestrzeni sąsiadującej (linie elektroenergetyczne, tereny kolejowe, drogi, obszary wojskowe), obszarów zbyt cennych przyrodniczo (obszary objęte formami ochrony przyrody) czy obszarów narażonych na zniszczenie (tereny zalewowe i narażone na niebezpieczeństwo powodzi, tereny osuwiskowe) wpływają w znaczący sposób na możliwość dostosowania podaży nieruchomości do sytuacji na danym rynku lokalnym. Podaż nieruchomości jest silnie uzależniona od prowadzonej gospodarki przestrzennej, która z kolei ma na celu wprowadzenie i utrzymanie ładu przestrzennego.

z_3 : otoczenie ekonomiczne – popyt na nieruchomości

Kondycja ekonomiczna danego obszaru rynku określa wiodącą na nim działalność gospodarczą co przekłada się bezpośrednio na wielkość i strukturę zatrudnienia, a pośrednio na dochody zamieszkującej ten obszar ludności. Popyt w odróżnieniu od potrzeb nieruchomościowych poparty jest siłą nabywczą (OKRĘGLICKA 2011 s. 361-374), która związana jest z poziomem dochodów, ich strukturą i zróżnicowaniem w gospodarstwach domowych (TROJANEK 2009 s. 9-16). Intensywnie rozwijające się regiony sygnalizują występowanie zapotrzebowania na przestrzeń mieszkalną, a obszary o niskim poziomie ekonomicznym i nieposiadające potencjału rozwojowego nie zgłaszają popytu na nieruchomości mieszkaniowe (KUCHARSKA-STASIAK 1997).

z_4 : otoczenie ekonomiczne – podaż nieruchomości

Uwarunkowania ekonomiczne obejmują siły wpływające na wielkość popytu i podaży nieruchomości oraz proporcje pomiędzy nimi. Otoczenie to cechuje się najistotniejszym wpływem na wysokość cen nieruchomości mieszkaniowych. Wśród tych czynników wskazuje się głównie dynamikę rozwoju gospodarczego (ŻELAZOWSKI 2011 s. 98-106), ale również koszty materiałów, siły roboczej oraz wysokość oprocentowania kredytu i dostępne formy kredytowania.

z_5 : otoczenie instytucjonalno-prawne – popyt

Regulacje prawne wpływają na dostępność i koszt kredytu hipotecznego chociażby poprzez stopniowe zaostrzenie przez Komisję Nadzoru Finansowego wymogów udzielania hipotek i podnoszenia wysokości minimalnego wkładu własnego na zakup mieszkania. Ponadto przepisy mogą określać system ulg podatkowych, podatków i opłat, ochronę własności i formy władania nieruchomościami, a przede wszystkim mogą determinować swobodę w obrocie nieruchomościami – czyli kto i na jakich zasadach może nabywać nieruchomości. Miejscowe plany zagospodarowania przestrzennego jako akt prawa miejscowego przypisany gminom określa dopuszczalny rodzaj zabudowy na danym terenie.

z_6 : otoczenie instytucjonalno-prawne – procedury transakcji

Przepisy prawa, w tym m.in. Kodeks cywilny czy ustawa o gospodarce nieruchomościami, regulują procedury obrotu nieruchomościami. Stąd też swoboda dokonywania transakcji, ograniczenia w przepływie kapitału, ochrona prawa własności i transakcji, system podatkowy oraz inne zasady i warunki mające wpływ na przebieg procesu transakcji rynkowej i nierynkowej są silnie skorelowane z obowiązującymi zapisami prawa, regulującymi zasady całej gospodarki przestrzennej w Polsce.

z_7 : otoczenie instytucjonalno-prawne – podaż nieruchomości

Przepisy prawne, na podstawie których jest prowadzona i nadzorowana przez administrację państwową i jednostki samorządu terytorialnego polityka mieszkaniowa (LIS 2008 s. 16) nadają „ogólny kierunek i metody działania stosowane przez państwo lub inne podmioty publiczne, organizacje publiczne i społeczne do osiągnięcia określonych celów w dziedzinie mieszkalnictwa i zaspokajania potrzeb mieszkaniowych” (ANDRZEJEWSKI 1979 s. 25). Oznacza to, iż państwo określa ogólne ramy polityki mieszkaniowej, wytycza drogi rozwoju i metody osiągania poprawy sytuacji mieszkaniowej, a rola administracji rządowej sprowadzona jest do pozycji

pasywnej polegającej w głównej mierze na przekazywaniu środków finansowych jednostkom samorządu terytorialnego (SURÓWKA 2013 s. 156). Wprowadzane regulacje prawne wpływają również na wysokość podatków, mechanizmy działania instytucji oraz dostępność i koszt kredytów budowlanych, co ma bezpośredni wpływ m. in. na rentowność i tempo przyrostu inwestycji mieszkaniowych (CELLMER 1999).

z_8 : otoczenie demograficzne – popyt na nieruchomości

W przeprowadzanych badaniach naukowych niejednokrotnie dowiedziono silnego wpływu sytuacji demograficznej na popyt na nieruchomości. Obejmuje to zarówno liczbę ludności (FELDERER, HELMENSTEIN, LEE, SCHNIDT-DENGLER 1998), przyzwyczajenia i strukturę zatrudnienia (KUCHARSKA-STASIAK 1997), jak i potencjał demograficzny (FORYŚ 2011), na który składają się m.in. struktura wiekowa, ilość zawieranych małżeństw i migracje ludności (RÓŻAŃSKA-PUTEK 2014 s. 41-47).

z_9 : otoczenie polityczne – popyt na nieruchomości

Działania administracji rządowej, zasadniczo ściśle powiązane z polskim ustawodawstwem, mogą przyczynić się do zwiększenia lub zmniejszenia popytu na nieruchomości. Wprowadzanie w życie programów ułatwiających nabycie pierwszego mieszkania lub domu między innymi poprzez udzielanie dofinansowań wkładu własnego w momencie wypłaty kredytu hipotecznego bezspornie przekłada się na wzrost popytu na nieruchomości. Z kolei pozostałe działania rządu mające wpływ na stan gospodark i sytuacje ekonomiczne obywateli już mogą wywołać spadek zapotrzebowania na nieruchomości.

z_{10} : otoczenie polityczne – podaż nieruchomości

Podaż nieruchomości jest efektem synergii: struktury istniejącego zasobu oraz zwyżek i redukcji nowych inwestycji (BRZESKI 1994). Polityka mieszkaniowa, jako jedna z polityk mikroekonomicznych państwa, polega na zagwarantowaniu funkcjonowania rynku mieszkaniowego i wyrównywaniu ewentualnie powstałych zakłóceń i niesprawności. Stanowisko władz w tym zakresie ma niewątpliwie wpływ na ceny oraz ilość i jakość zasobu mieszkaniowego (BOROWSKI 2015 s. 183-195). Lokalna polityka przestrzenna ma swój wyraz m.in. w stanie infrastruktury technicznej, wprowadzonym usprawnieniom administracyjnym obsługi inwestorów, dbałości o jakość życia mieszkańców, a przede wszystkim w obowiązujących miejscowych planach zagospodarowania przestrzennego (ŻELAZOWSKI 2011 s. 98-106), jako przestrzennych regulacji przyrostu i spadku ilości inwestycji (BUCZEK, CELLMER, CYMERMAN 1997).

z_{11} : otoczenie socjalne – popyt na nieruchomości

Jednym z czynników warunkujących podjęcie decyzji o zakupie nieruchomości są uwarunkowania społeczne. Zaliczają się do nich osobiste preferencje, styl życia, wzory zachowania, obecna moda (TROJANEK 2009 s. 9-16) (np. na niewielkie mieszkania), bezpieczeństwo okolicy, obsługa nieruchomości oraz otoczenie (UHRUSKA 2008 s. 35-46), które oceniane jest pod względem własnych przyzwyczajeń (obejmujące np. bliskość do miejsca pracy) i dostępności preferowanych form spędzania czasu wolnego (np. siłownie, baseny, boiska, skwery, centra handlowe itp.). Niemniej jednak bliskość i dostępność żłobków i szkół wśród rodzin z dziećmi często stanowić będzie główny czynnik wpływający na zapadające decyzje o nabyciu nieruchomości.

z_{12} : otoczenie socjalne – podaż nieruchomości

Skomplikowany nierzadko proces analizy rynku i preferencji nabywców nieruchomości, poprzedzający podjęcie trafnej decyzji biznesowej, uwzględnia rentowność nowej inwestycji czy sprzedaży już istniejącej nieruchomości. Na to składa się m.in. wybór grupy docelowej, obecny trend, bezpieczeństwo okolicy, czy otoczenie. Wszystkie te czynniki mają wpływ na szybkość sprzedaży, wysokość ceny i jednocześnie osiągnięty zysk, a tym samym również na wielkość podaży nieruchomości na danym rynku lokalnym.

z_{13} / z_{14} / z_{15} : inne czynniki zewnętrzne – popyt na nieruchomości / podaż nieruchomości / ceny

Istotną rolę w kształtowaniu się popytu, podaży i cen nieruchomości niewątpliwie odgrywają wymienione i sklasyfikowane powyżej czynniki, ale również inne takie jak np. prywatyzacja przedsiębiorstw państwowych czy też reprywatyzacja nieruchomości odebranych z naruszeniem przepisów prawa. Czynniki wpływające na rynek nieruchomości były przedmiotem wielu badań naukowych, jednakże stale zmieniające się uwarunkowania i niezbadane dotychczas relacje pomiędzy otoczeniem a samym rynkiem nieruchomości nie zawsze są przewidywalne i należało wobec tego wyodrębnić specjalną kategorię dedykowaną nieznanym bądź niedającym się sklasyfikować czynnikom. Przykładem są tu chociażby transakcyjne ceny nieruchomości będące wynikiem pewnych ludzkich zachowań, zdobytej wiedzy oraz oceny wartości użytkowej dokonywanej przez uczestników transakcji. Choć generalnie zachowania te są możliwe do podporządkowania określonym wzorcom to jednak nie zawsze są one przewidywalne.

W efekcie uzyskiwane są często znacząco rozbieżne ceny porównywalnych nieruchomości na słabo rozwiniętych rynkach lokalnych.

z_{16} : ceny – otoczenie rynku

Rynek nieruchomości jako system otwarty może wywierać również istotny wpływ na czynniki zewnętrzne. Tytułem przykładu są zbyt wysokie lub zbyt niskie ceny nieruchomości mogące wpływać na ruchy migracyjne ludności, potencjał gospodarczy danego obszaru i podejmowane decyzje inwestycyjne (GRIMES, AITKEN 2010) oraz na podejmowanie kroków prawnych przez odpowiednie służby i administrację (np. przeciwdziałanie spekulacji, interwencje urzędów monopolowych) oraz na sposób zagospodarowania obszaru rynku lokalnego (GAT, BAR-TOV 1998). Ponadto znaczący wzrost cen nieruchomości może stymulować rozwój działalności gospodarczej oraz spowodować zwiększenie się popytu na kredyty hipoteczne (BRISSIMIS, VLASSOPOULOS 2009 s. 146-164).

2. Powiązania wewnętrzne

w_1 : ceny – popyt na nieruchomości – podaż nieruchomości

Zgodnie z prawami rynku popyt, podaż i cena oddziałują na siebie tworząc stałe, powtarzające się relacje (WRZOSEK 1994, KUCHARSKA-STASIAK 2016 s. 80) i wprawdzie DOMAŃSKI (1993) proponuje zachowanie pewnej ostrożności w formułowaniu praw popytu i podaży dla rynku nieruchomości, to jednak należy przyjąć, iż zmiany cen na ogół powodują zmiany popytu i podaży (WRZOSEK 1994), a rynkowa gra popytu i podaży kształtuje ceny nieruchomości (JADACH-SEPIOŁO 2014).

w_2 : popyt – rodzaje nieruchomości występujące w obrocie

Popyt na niejednolitym rynku nieruchomości (KUCHARSKA-STASIAK 1997, CZYŻYCKI 2004, CHU, SING 2007 s. 327-345) może dotyczyć konkretnych rodzajów i typów nieruchomości, stąd też może on przyczyniać się do częstości ich ukazywania się w obrocie nieruchomościami.

w_3 : podaż – rodzaje nieruchomości występujące w obrocie

Ustawodawca podzielił nieruchomości na trzy kategorie: gruntowe, budynkowe i lokalowe (art. 46 *Kodeksu cywilnego*). Wśród pierwszych z nich rozróżniamy, posiłkując się użytkami gruntowymi wskazanymi w przepisach z zakresu ewidencji gruntów i budynków: grunty rolne, leśne oraz zadrzewione i zakrzewione, grunty zabudowane i zurbanizowane (tereny mieszkaniowe, przemysłowe itd.), grunty pod wodami i tereny różne (§8 ust. 1 i §9 Rozporządzenia *w sprawie ewidencji gruntów*

i budynków). Budynki zgodnie z Klasyfikacją PKOB (Rozporządzenie *w sprawie Polskiej Klasyfikacji Obiektów Budowlanych (PKOB)*) dzielą się na mieszkalne i niemieszkalne (np. komercyjne) co jest poniekąd zgodne z podziałem gruntów zabudowanych i zurbanizowanych. Ustawa o własności lokali (art. 1 Ustawy *o własności lokali*) z kolei rozróżnia dwa rodzaje lokali stanowiących odrębne nieruchomości i są nimi lokale mieszkalne i lokale o innym przeznaczeniu (lokale użytkowe). Przedstawione rodzaje nieruchomości, z zastrzeżeniem wyjątków wynikających z ustaw, mogą być przedmiotem obrotu i transakcji na rynku (art. 13 Ustawy *o gospodarce nieruchomościami*). Wg KUCHARSKIEJ-STASIAK (2006) wyróżnia się rynki: nieruchomości mieszkaniowych, komercyjnych, przemysłowych, rolnych oraz specjalnego przeznaczenia jednak, należy wskazać, iż nieruchomościami najczęściej występującymi na rynku są nieruchomości mieszkaniowe, komercyjne oraz grunty rolne.

w_4 : popyt – podmioty występujące na rynku nieruchomości

Możliwość segmentacji rynku nieruchomości na grupy nabywców oczekujących różnych rodzajów i typów nieruchomości niesie za sobą bezdyskusyjne powiązanie podmiotów występujących na rynku z popytem na nieruchomości (KOTLER 1994). W efekcie tego popyt na poszczególne nieruchomości może być kształtowany przez pewną grupę nabywców.

w_5 : podaż – podmioty występujące na rynku nieruchomości.

O wprowadzeniu danej nieruchomości na rynek wtórny bądź pierwotny lub o jej likwidacji decydują podmioty nimi zarządzające (osoby fizyczne/prawne lub osoby prywatne/jednostki samorządu terytorialnego/Skarb Państwa w trwałym zarządzie lub w zwykłym użytkowaniu przez osoby prawne), stąd też występują silne relacje pomiędzy tymi elementami na rynku.

w_6 : podmioty występujące na rynku nieruchomości – procedury transakcji

Organy administracji rządowej i samorządowej oraz przedsiębiorstwa państwowe odpowiadają za organizowanie przetargów na sprzedaż nieruchomości.

w_7 : podmioty występujące na rynku nieruchomości – ceny nieruchomości

Wysokość cen nieruchomości zależy w znacznej mierze od wyników negocjacji pomiędzy podmiotami transakcji jednak, co do zasady, każdy podmiot dąży do osiągnięcia maksymalnych zysków (strona sprzedająca) lub minimalnych nakładów (strona kupująca).

w_8 : nieruchomości występujące w obrocie – ceny

Głównymi czynnikami przesądzającymi odnośnie wysokości cen nieruchomości na rynku lokalnym są rodzaj, lokalizacja i posiadane cechy nieruchomości (ECKERT 1990, KŁOPOCIŃSKI 1995, KUCHARSKA-STASIAK 2006 s. 263, NALEPKA, TOMAL 2016 s. 11-18, TROJANEK 2015). Konwergencją cen na rynku lokali mieszkalnych w Polsce zajmowali się m.in. TROJANEK R., GŁUSZAK, KUFEL, TANAS, TROJANEK M. (2022). Czynniki te zostały szczegółowo opisane w rozdziale 3.2. niniejszej rozprawy.

w_9 : procedury transakcji – ceny

Na wysokość ceny danej nieruchomości może mieć wpływ procedura w jakiej jest zbywana – czy to w formie przetargowej, bezprzetargowej, czy innej np. w formie licytacji komorniczej. Forma dopuszczalnych procedur obrotu nieruchomościami definiowana jest przez funkcjonujące w danym czasie przepisy prawne, które zostały opisane w oddzielnej kategorii występujących powiązań na rynku.

7. MODELOWANIE PRZESTRZENNE ZJAWISK RYNKOWYCH

7.1. Zjawisko autokorelacji przestrzennej na rynku nieruchomości

Ostatnie trzy dekady przyniosły imponujące rezultaty pod kątem uwzględniania aspektów przestrzennych w teoriach ekonomicznych. Jednakże brak rozwiniętej metodyki badań przestrzennych, szczególnie w początkowych latach, wstrzymywał pełną weryfikację empiryczną badań teoretycznych. Do lat 70-tych w ramach nowo utworzonego działu metod ilościowych – ekonometrii i statystyki przestrzennej powstały publikacje m.in. MORANA (1948 s. 243-251), GEARY'EGO (1954 s. 115-146) i WHITTLE'A (1954, 1963). Po tym okresie nastąpiło ożywienie badań nad analizami przestrzennymi mającymi wyraz w pracach CLIFFA i ORDA (1973), HORDIJKA (1974 s. 117-140) oraz PAELINCKA i KLASSEMA (1979). Poruszano wówczas temat autokorelacji przestrzennej w kontekście statystyki i modelowania ekonometrycznego (KOPCZEWSKA 2006 s. 9).

Zjawisko autokorelacji przestrzennej jest niezbędnym elementem analizy danych przestrzennych i zaliczany jest do grupy metod ilościowych. Badanie autokorelacji umożliwia poznanie przestrzennej struktury zależności jednostek oraz interakcji pomiędzy wartościami danej zmiennej w różnych lokalizacjach. Występowanie autokorelacji przestrzennej świadczy więc o wywieranym wpływie danego zjawiska z określonej jednostki przestrzennej na zwiększenie lub zmniejszenie prawdopodobieństwa wystąpienia tego samego zjawiska w jednostkach sąsiednich (BIVAND 1980 s. 23-38). Zjawisko autokorelacji przestrzennej jest konsekwencją występujących zależności przestrzennych, a wobec tego można je powiązać z Pierwszym Prawem Geografii Toblera, opisanym w poprzednich rozdziałach. Pierwszą przyczyną występujących zależności przestrzennych jest ścisły związek analizowanych danych z administracyjnymi jednostkami odniesienia. Taki stan nie oddaje prawidłowości większości zjawisk, ponieważ wskazane granice są jedynie umowne i zazwyczaj nie wpływają na aktywność ludzką i występujące uwarunkowania. Ponadto społeczno-ekonomiczna działalność w ujęciu przestrzennym kształtowana jest przez lokalizacje i dzielące dystanse, co znajduje swoje odzwierciedlenie w obowiązujących koncepcjach i teoriach geografii np. hierarchia miejsc, dyfuzja innowacji i postaw, bieguny wzrostu (LESAGE 1999 s. 279). Istotność zależności przestrzennych oraz możliwości obliczenia autokorelacji przestrzennej została podkreślona w polskiej literaturze geograficznej m.in. u BIVAND (1980 s. 23-38), CZYŻ (1978 s. 89) i RATAJCZAK (1980 s. 140).

Wykonywanie analiz uwzględniających zjawisko autokorelacji przestrzennej jest możliwe tylko po określeniu wag przestrzennych, które w formie grafu lub macierzy reprezentują występujące relacje przestrzenne (ANSELIN 1988b). Zapis macierzowy rozpoczyna się od utworzenia macierzy sąsiedztwa przedstawiającej relacje pomiędzy jej elementami za pomocą wartości binarnych (0-brak sąsiedztwa, 1-spełniony warunek sąsiedztwa), które najczęściej są jeszcze standaryzowane wierszami w taki sposób, aby suma w każdym wierszu równała się 1. Wagi te określa się na kilka sposobów (ANSELIN, BERA 1998 s. 237-289):

- określenie styczności - wspólna granica wyrażona przez styczność liniową lub punktową;
- określenie dystansu - odległość fizyczna, liczba k-najbliższych sąsiadów;
- inne – np. dystans społeczny, ekonomiczny.

Określenie wag na podstawie styczności może uwzględniać rząd tej wagi – np. wagi drugiego rzędu przypisywane są jednostkom sąsiednim do jednostki stycznej do jednostki odniesienia. W przypadku dystansu fizycznego lub transportowego do jednostek sąsiadujących zakwalifikowane są wszystkie jednostki znajdujące się we wskazanej odległości. Zazwyczaj wtedy elementy macierzy wag W stanowią odwrotność odległości pomiędzy jednostkami, a zatem żaden z elementów macierzy nie jest równy wartości 0. Zastosowanie takiej macierzy byłoby kompatybilne z pierwszym prawem geografii Toblera. Sposób polegający na selekcji opartej na k-najbliższych sąsiadów jest specyficzną odmianą wskazanej wcześniej metody, a zastosowanie jej powoduje uzyskanie identycznej liczby jednostek o jednakowej wadze sąsiadujących dla każdej jednostki (JANC 2006 s. 76-83).

Wybór metody określenia wag przestrzennych zależy w znacznej mierze od istoty i rodzaju problemu oraz od innych informacji nieuwzględnionych w zbiorze danych, dotyczących na przykład lokalnych uwarunkowań (LESAGE 1999 s. 279). Etap ten wpływa zasadniczo na efekty pracy i uzyskane wyniki, a mimo to obecnie nie funkcjonują ogólnie przyjęte wytyczne dotyczące doboru wag, a jedynie kilka wskazówek zaproponowanych przez GETIS i ALDSTADT (2004 s. 90-104) do uwzględnienia przy sporządzaniu macierzy wag: wybór mało skomplikowanych rodzajów wag, preferowanie mniejszej ilości sąsiadów (macierz niedoszacowana) i badanie dużej liczby jednostek przestrzennych.

Statystyka I Morana jest jedną z popularnych miar stosowanych do określania siły i charakteru autokorelacji przestrzennej. Umożliwia ona wskazanie podobieństw i różnic

pomiędzy jednostkami przestrzennymi w ujęciu ogólnym. Na podstawie uzyskanych wyników można otrzymać punktowy wykres rozkładu zmiennych, wskazać, jako jego pochodną, zgrupowania jednostek o podobnych wartościach (tzw. klastry) oraz wskazać obiekty odróżniające się od reszty (tzw. outliers) i niestabilności przestrzennej (ANSELIN 1995 s. 93-115, ANSELIN 1996a, ANSELIN 1996b s. 111-125). Wysokie i niskie wartości są określane po wcześniejszej standaryzacji względem wartości średniej. Statystyka ta przedstawia się następująco:

$$I = \frac{n}{W} \times \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{7.1}$$

przy czym:

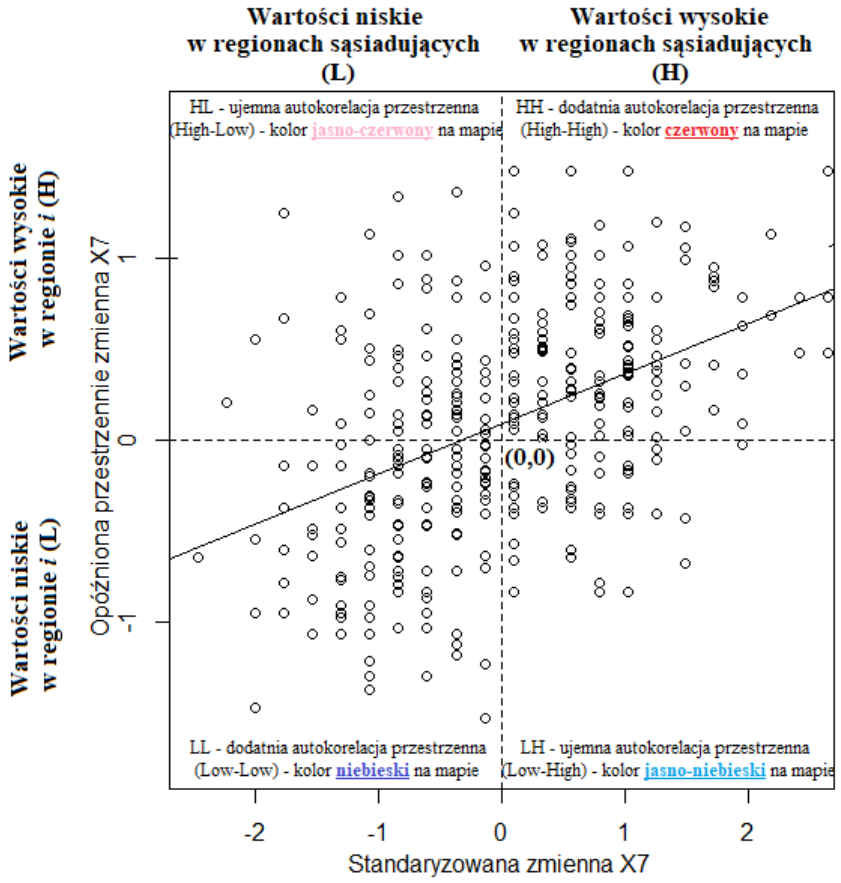
w_{ij} – waga połączeń pomiędzy jednostką i a j,

W – macierz wag (suma wszystkich jej elementów),

$x_i x_j$ – wartości zmiennych w jednostce przestrzennej i oraz j,

$\bar{x}$ – średnia arytmetyczna wartości zmiennej dla wszystkich jednostek.

Wykres rozkładu zmiennych uzyskany w wyniku zastosowania statystyki Morana I ukazuje analizowaną zmienną standaryzowaną na osi x, a na osi y badaną zmienną standaryzowaną opóźnioną przestrzennie. Związki przestrzenne jednostek są przedstawione w podziale na obszary od punktu 0,0. Kwadraty High-High i Low-Low ukazują związki przestrzenne jednostek o zbliżonych wartościach, a kwadraty High-Low i Low-High obrazują nietypowe obserwacje w odniesieniu do tendencji globalnej. Uwzględniona na wykresie linia regresji swoim nachyleniem odzwierciedla globalną statystykę Morana I w oparciu o macierz wag standaryzowanych rzędami do jedynki (KOPCZEWSKA 2011). Rozmieszczenie opisanych kwadratów na wykresie wraz z ich interpretacją i odniesieniem do map przedstawia poniższy rysunek 7.1.



Rysunek 7.1 Zależności pomiędzy regionem a sąsiadami na wykresie punktowym statystyki Morana I

Źródło: opracowanie własne

Identyfikacja występujących układów przestrzennych również może odbywać się z wykorzystaniem statystyk dedykowanych określaniu autokorelacji przestrzennej. Powszechnie stosowane są statystyki, które na podstawie propozycji ANSELINA (1995 s. 93-115) określane są mianem LISA (Local Indicators of Spatial Association), a które po spełnieniu założonych kryteriów każdorazowo określają stopień znaczenia przestrzennego skupienia zbliżonych wartości w sąsiedztwie analizowanej jednostki przestrzennej, a suma LISA ogółu obserwacji jest współmierna do globalnego wskaźnika przestrzennej zależności. Statystyki LISA dają możliwość wskazania podobieństwa danej jednostki przestrzennej do jednostek sąsiednich oraz określenia poziomu istotności statystycznej tej relacji. Statystyki LISA znalazły szerokie zastosowanie w badaniach przestrzennych, w tym do analizy rozkładu gęstości zaludnienia i zatrudnionych w aglomeracji Dijon (BAUMONT, ERTUR, LE GALLO 2004 s. 146-176), zróżnicowania przestrzennego PKB Europy Zachodniej (LE GALLO, ERTUR 2003 s. 175-201), struktury przestrzennej wyników wyborów w USA (JANIKAS, REY 2005 s. 46-64) czy do określenia

dynamik zmian ludności w północnej Kanadzie (PETROV, DOBROSKOK 2005 s. 65-70) i do rozmieszczenia przestrzennego PKB i przyznanych funduszy unijnych w państwach członkowskich (DALL'ERBA 2005 s. 121-148).

Pozostałe statystyki dedykowane określeniu autokorelacji przestrzenne obejmują m.in. statystykę c Geary'ego, statystykę J.C. (join-count), statystykę G i G* czy statystykę O (zob. RATAJCZAK 1980 s. 140, LUDWICZAK 1991 s. 97-121, FLORAX, NIJKAMP 2003 s. 28, KOPCZEWSKA 2006 s. 161). Lokalnymi wskaźnikami zależności przestrzennych są lokalne wersje statystyk *I Morana*, *G* i *G** oraz Gearey'ego (ANSELIN 1995 s. 93-115, ORD, GETIS 1995 s. 286-306, KOPCZEWSKA 2006 s. 161).

7.2. Modele regresji przestrzennej (SAR, SLM)

Kolejnym wskaźnikiem rozmieszczenia przestrzennego jest zjawisko regresji, które dostarcza kompleksowych informacji o poziomie stale występujących związków i uwarunkowań analizowanych danych. W literaturze terminem regresji określa się szacowanie relacji pomiędzy podlegającym wpływom zmiennymi objaśnianymi, a zmiennymi objaśniającymi, które kształtują owe zmienne objaśniane. Odbywa się to z użyciem szerokiego wachlarza metod modelowania relacji między poszczególnymi zmiennymi zależnymi, a jedno- lub wieloelementowymi zmiennymi niezależnymi. Wobec tego model regresji jest funkcją przydzielenia średnich wartości zmiennych egzogenicznych z innych lokalizacji, konkretnym wartościom zmiennych endogenicznych z analizowanego obszaru (KISIAŁA 2013 s. 219-242 za SOBCZYK 2010). W geografii społeczno-ekonomicznej analiza regresji jest powszechną i często stosowaną metodą, a według NOWOSIELSKIEJ (1977 s. 16-45) stosowane one są do empirycznej weryfikacji hipotez, jako model predykcji czy jako technika wyszukiwania parametrów równania.

W praktyce najczęściej stosuje się model regresji liniowej, którego ogólna postać strukturalna przedstawia się następująco:

$$y = \beta_0 + \beta X + \varepsilon \tag{7.2}$$

gdzie:

y – zmienna zależna,

X – zmienna niezależna,

β_0, β – parametry strukturalne funkcji regresji,

ε – składnik losowy (błąd modelu, zakłócenie losowe).

Analiza wpływu dwóch lub więcej zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą określana jest mianem regresji wielorakiej. Model tej regresji ma postać:

$$y = \propto + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + ... + \beta_k x + \varepsilon \tag{7.3}$$

gdzie:

$x_1, x_2, ..., x_k$ – zmienne niezależne,

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_k$ – parametry strukturalne funkcji regresji,

pozostałe oznaczenia jw.

Powyższe równania stanowią, że na wartość zmiennej zależnej ma wpływ zmienna niezależna lub kombinacja liniowa zmiennych niezależnych oraz składnik losowy (ε), zwany także zakłóceniem lub błędem modelu. Zasadnicze znaczenie w określeniu zmiennej zależnej mają zmienne niezależne, a błąd modelu pojmowany jest w kontekście zmiennej losowej, która stanowi połączenie wpływu nieuwzględnionych w modelu drugorzędnych i przypadkowych czynników, możliwych błędów dokonanych przy pomiarach zmiennych czy też popełnionych przy określaniu postaci analitycznej modelu (GORYL, KUKUŁA, WALKOSZ 2009). Nieobserwowalność błędu modelu sprawia, iż jest on oszacowaną resztą z regresji, która stanowi różnicę pomiędzy obserwowanymi wielkościami zmiennej zależnej (y_i) a uzyskanymi z równania regresji ($\hat{y}_i$) (NOWOSIELSKA 1977 s. 16-45, PARYSEK, WOJTASIEWICZ 1979). Parametry strukturalne funkcji regresji ($\beta_1, \beta_2, ..., \beta_k$) to średnia zmiana wartości zmiennej objaśnianej, gdy wartość zmiennej objaśniającej przypisanej do tego konkretnego parametru wzrośnie o jednostkę, a pozostałe zmienne objaśniające pozostaną niezmienione. Parametr β_0 oznacza spodziewany poziom zmiennej objaśnianej w momencie kiedy wszystkie zmienne objaśniające miałyby wartość zero (GUZIK 2008). W literaturze przedmiotu można spotkać również stwierdzenie, iż rzeczowy wyraz wolny β_0 nie zawsze może być interpretowany w racjonalny sposób (por. GUZIK 2008, SOBCZYK 2010, PUŁASKA-TURYNA 2011).

Parametry strukturalne funkcji regresji są nieznane, a ich estymacja odbywa się na podstawie empirycznych wartości zmiennej zależnej i zmiennych niezależnych dla n obserwacji. Najczęściej do tego stosuje się klasyczny model regresji najmniejszych kwadratów (MNK). Polega on na odszukaniu takich wartości współczynników (parametrów) regresji, żeby suma kwadratów reszt była jak najmniejsza (ZELIAŚ 2000,

PUŁASKA-TURYNA 2011). Sprowadza się to do znalezienia prostej linii regresji spełniającej warunek minimalnej wartości odchyleń (BLALOCK 1975 s. 510). W idealnej sytuacji, gdy wszystkie reszty wynoszą 0, dane odpowiadają równaniu regresji (YULE, KENDALL 1958 s. 683).

$$U = \sum e_i^2 \qquad e_i = y_i - \hat{y}_i \tag{7.4}$$

gdzie:

U – suma kwadratów reszt,

e_i – reszta z regresji dla jednostki i,

y_i – wartość rzeczywista dla jednostki i,

$\hat{y}_i$ – wartość dla jednostki i wyestymowana na podstawie modelu regresji.

W modelu MNK zakłada się, że procesy i zjawiska są przestrzennie niezależne, a zatem brak jest powiązań między nimi. Ta hipoteza jest jednak niezgodna z prawem geografii Toblera, która stanowi, iż modele i analizy danych powinny uwzględniać zależności przestrzenne zarówno zmiennych objaśnianych, ale również składnika losowego (ROGERSON 2001, SUCHECKI 2010). Zignorowanie w badaniu autokorelacji przestrzennej wpływa na niedoszacowanie ocen parametrów funkcji regresji, niewielką istotność testu siły i kierunku powiązania (LONGLEY, GOODCHILD, MAGUIRE, RHIND 2008) oraz na powstanie zagrożenia uzyskania błędnych wyników wnioskowania statystycznego. Zatem występowanie efektów przestrzennych danych empirycznych zmniejsza przydatność MNK, a zwiększa użyteczność modeli regresji przestrzennych. Obligatoryjność wykorzystywania innych niż MNK metod szacowania parametrów regresji w kontekście danych przestrzennych podkreśla BIVAND (1980 s. 23-38).

Aspekt przestrzenny stanowi istotną część badań rynku nieruchomości choć jego uwzględnienie w modelu odwzorowującym rzeczywistość nie jest prostym zadaniem. Większość zjawisk wynikających z procesów gospodarowania nieruchomościami jest ze sobą wyraźnie powiązana, a siła tych relacji może być określona za pomocą analiz statystycznych. Początkowo największą rolę odgrywały modele regresji wielorakiej i ich przekształcenia (ISAKSON 1998 s. 177-190, BENJAMIN, RANDALL, BUTTERY, SIRMANS 2004 s. 65-77, SIRMANS, MACPHERSON, ZIETZ 2005 s. 3-46, BITNER 2007 s. 59-66, CZAJA, DĄBROWSKI 2008 s. 21-31, SAWIŁOW 2010 s. 21-32). Jednakże choć w teorii modele te stanowią bardzo poręczne narzędzia analizy cen transakcyjnych to z uwagi na problemy związane ze spełnieniem szeregu wymogów formalnych stawianych na etapie budowy

modelu nie są zbyt często stosowane w praktyce (HOZER 2001 s. 13-14). Wykorzystanie tych modeli do prognozowania cen transakcyjnych nieruchomości musi zostać poprzedzone weryfikacją merytoryczną i statystyczną. Najczęściej w tym celu dokonuje się weryfikacji hipotezy o braku współliniowości zmiennych objaśniających modelu oraz na analizie reszt i wykorzystaniu jako mierników dopasowania m,in.: współczynnika determinacji, skorygowanego współczynnika determinacji, średniego błędu kwadratowego lub średniego, względnego błędu estymacji. Jednakże metody te nie przedstawiają potrzebnego i kompletnego kryterium oceny jakości modelu, a jedynie umożliwiają porównywanie ze są różnych modeli. Podobnie wygląda sytuacja w przypadku testów *F* i *t*, które z kolei sprawdzają tylko zależność między ceną nieruchomości, a atrybutami oraz nie przedstawiają zwięzłej informacji o jakości dopasowania modelu (BITNER 2007 s. 59-66). Problemy wykorzystania modeli regresji wielorakiej do analizy rynku nieruchomości dostrzegli również MARK i GOLDBERG (1988 s. 89-109), LIS (2005 s. 161-174), ADAMCZEWSKI (2006) oraz BARAŃSKA (2010) (zob. WANG, WOLVERTON 2002),

Najczęściej spośród licznych modeli przestrzennych, poszerzonych dodatkowo o szereg modyfikacji, wykorzystywane są podstawowe modele regresji uwzględniające efekty przestrzenne: model opóźnienia przestrzennego i model błędu przestrzennego (ANSELIN 1988b, ANSELIN 2003, FLORAX, NIJKAMP 2003 s. 28).

Podstawą modelu opóźnienia przestrzennego (SLM – spatial lag model), zwanego również modelem autoregresji przestrzennej (SAR – spatial autoregressive models), jest zależność przestrzenna zmiennych zależnych (ANSELIN 1988b, ANSELIN 2003, ROGERSON 2001, KOSSOWSKI 2010 s. 9-26). Jego składową jest opóźniona przestrzennie zmienna objaśniana (endogeniczna) *Wy*, a sam model w notacji macierzowej wygląda następująco:

$$y = \rho Wy + X\beta + \varepsilon \qquad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I) \tag{7.5}$$

gdzie:

X – macierz zmiennych objaśniających,

β – wektor współczynników (parametrów modelu),

$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ – wektor błędów modelu,

Wy – opóźniona przestrzennie zmienna objaśniana,

ρ – współczynnik autokorelacji przestrzennej.

Opóźnienie przestrzenne zmiennej objaśnianej określa efekt przestrzennej interakcji z wykorzystaniem średniej ważonej dla obszarów sąsiadujących. W modelu przestrzennym autoregresja wymusza dokonanie innej interpretacji parametrów niż w modelu regresji liniowej (SUCHECKI 2010 s. 244). Określany w modelu opóźnienia przestrzennego wpływ bezpośredni oznacza oddziaływanie procesu objaśniającego w lokalizacji *i* na proces objaśniany w tej samej lokalizacji, zaś wpływ pośredni stanowi oddziaływanie na proces objaśniany w innych lokalizacjach (PIETRZAK 2011 s. 486-487). Co więcej, w kontekście modeli opóźnienia przestrzennego zamiast współczynników regresji powinno się interpretować miary bezpośredniego i pośredniego wpływu. Parametr β odwzorowuje krótkoterminowy wpływ zmiennej niezależnej w obszarze „*i"* na zmienną zależną w obszarze „*i"*. Należy jednak uwzględnić też, wynikający z wpływu zmiennej zależnej w obszarze *„i"*, wpływ pośredni zmiennej niezależnej w obszarze „*i"* na zmienną zależną w obszarze „*j"*, a w rezultacie również na zmienną zależną w obszarze „*i"*. Występują więc także i sprzężenia zwrotne (ZHUKOW 2010 s. 16). „Często wartości parametrów oszacowanych przy wykorzystaniu modeli przestrzennych są niższe niż w modelach liniowych, co wynika z tego, że część ich wartości w modelu liniowym była efektem wpływu innych jednostek terytorialnych" (WOJNICKA-SYCZ 2016).

Model błędu przestrzennego (SEM – spatial error model) umożliwia uwzględnienie ogólnego schematu liniowego zależności przestrzennych składnika losowego (ROGERSON 2001, KOPCZEWSKA 2010 s. 26-40). Składową modelu zakładającego autokorelację przestrzenną reszt jest błąd opóźniony przestrzennie $W\xi$ (średni błąd z lokalizacji sąsiedzkich). W postaci macierzowej model ten przedstawia się następująco:

$$y = X\beta + \xi \tag{7.6}$$

$$\xi = \lambda W\xi + \varepsilon \qquad \varepsilon \sim N(0,\sigma^2 I) \tag{7.7}$$

gdzie:

ξ – niezależny błąd modelu (oryginalny składnik losowy ε jest funkcją „czystego" składnika losowego spełniającego założenia klasyczne $\varepsilon \sim N(0,\sigma^2 I)$,

λ – współczynnik autokorelacji przestrzennej,

pozostałe oznaczenia jw.

Modele regresji uwzględniające efekty przestrzenne (model opóźnienia przestrzennego i/lub model błędu przestrzennego) stosowane były między innymi do

wyznaczenia zmian we wzroście PKB w państwach UE (BRÄUNINGER, NIEBUHR 2005 s. 21), określenia związku innowacyjności z intensywnością badań naukowych w USA (ACS, ANSELIN, VARGA 2002. s. 1069-1085) oraz do wskazania oddziaływania sieci społecznych i zaufania na poziom przestępczości w Chicago (BROWNING, FEINBERG, DIETZ 2004 s. 503-534).

W przedstawionych modelach regresji zamiast Metody Najmniejszych Kwadratów (MNK) wykorzystuje się Metodę Największej Wiarygodności (MNW). Powodem tego jest wielokierunkowa cecha zależności przestrzennych, która blokuje możliwość stosowania MNK oraz ogranicza możliwość wykorzystania większej części standardowych metod stosowanych w ekonometrii (ANSELIN 1988a s. 1-17). Wynika to z wpływu autokorelacji na heteroskedastyczność, która wyklucza spełnienie jednej z podstawowych zasad MNK. Z kolei procedura MNW, w odróżnieniu od MNK, może być stosowania do nieliniowych estymacji oraz w przypadku braku homoskedastyczności. Założeniem MNW jest znalezienie takich wartości parametrów równania funkcji regresji, przy których występuje maksymalna gęstość lub wartość prawdopodobieństwa. W praktyce przekłada się to na stosowanie logarytmu funkcji wiarygodności. Uwzględnienie wag przestrzennych w MNW pozwala na zastosowanie jej do estymacji modeli przestrzennych (JANC 2009). Tematem tym szerzej zajęli się LESAGE (1999 s. 279) oraz SMIRNOV i ANSELIN (2001 s. 301-319). Zgodnie z tym, w modelu opóźnienia przestrzennego maksymalizuje się prawdopodobieństwo funkcji:

$$lnL = -\left(\frac{n}{2}\right)ln(2\pi) - \left(\frac{n}{2}\right)ln\sigma^2 + ln|I - \rho W| - \left(\frac{1}{2}\sigma^2\right)(y - \rho Wy - X\beta)'(y - \rho Wy - X\beta) \qquad (7.8)$$

a dla modelu błędu przestrzennego:

$$lnL = -\left(\frac{n}{2}\right)ln(2\pi) - \left(\frac{n}{2}\right)ln\sigma^2 + ln|I - \rho W| - \left(\frac{1}{2}\sigma^2\right)(y - X\beta)'(I - \lambda W)'(I - \lambda W)(y - X\beta) \qquad (7.9)$$

gdzie:

π – prawdopodobieństwo *a posteriori*.

Istnieją różne metody wyboru i specyfikacji właściwego modelu najlepiej dopasowanego do danego zagadnienia. W przypadku modeli przestrzennych funkcjonuje stosunkowo prosta procedura wyboru modelu funkcji regresji przestrzennej przebiegająca zgodnie z schematem (ANSELIN 2006, SUCHECKI 2010, KOPCZEWSKA 2011):

1. Estymacja modelu liniowego regresji najmniejszych kwadratów (MNK).

2. Diagnostyka modelu ze względu na występowanie autokorelacji przestrzennej składnika losowego z wykorzystaniem testu I Morana, zgodnie ze wzorem:

$$I = \frac{n}{S_0} \cdot \frac{u^T W u}{u^T u} \tag{7.10}$$

gdzie:

n – liczba rozważanych regionów,

u – n -wymiarowy kolumnowy wektor reszt modelu wyznaczonego MNK,

S_0 – suma elementów macierzy wag, $S_0 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}$,

W – macierz wag $[w_{ij}]$, $i = 1,\ldots, n$, $j = 1,\ldots, n$, o elementach postaci:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \textit{gdy obiekty i oraz j mają wspólną granicę,} \\ 0, & \textit{gdy obiekty i oraz j nie mają wspólnej granicy,} \\ 0, & \textit{dla elementów diagonalnych,} \end{cases} \tag{7.11}$$

Test ten umożliwia weryfikację następujących hipotez:

H_0 : brak autokorelacji przestrzennej reszt.

H_1 : występowanie autokorelacji przestrzennej reszt.

Potwierdzenie hipotezy o występowaniu autokorelacji reszt nie jest jednoznaczne z koniecznością stosowania modeli przestrzennych, ponieważ przyczyną takiej sytuacji może być przykładowo estymowanie zależności nieliniowej modelem liniowym. W takim przypadku można zbadać reszty modelu oszacowanego na zmiennych logarytmach (CLIFF, ORD 1970 s. 269-292) i w momencie, gdy autokorelacja wciąż występuje wówczas może to oznaczać, iż zostały pominięte istotne zmienne w modelu. Ostatecznie, uzyskanie wyniku o braku losowości rozmieszczenia reszt po zastosowaniu graficznego przedstawienia i przeanalizowania ich rozkładu potwierdzi istnienie innych czynników nieuwzględnionych w badaniu, a wpływających na kształtowanie się zmiennej zależnej. Warto zaznaczyć, iż analiza reszt dokonana w podziale na wartości ujemne i dodatnie pozwala zidentyfikować obszary, dla których model przeszacowuje (reszty ujemne) i nie doszacowuje wartości badanego zjawiska (reszty dodatnie).

3. Przeprowadzenie opartych na resztach MNK zwykłych i odpornych testów diagnostycznych mnożnika Lagrange'a (LM) (szerzej: ANSELIN 1988a s. 1-17, ANSELIN, BERA, FLORAX, YOON 1996 s. 77-104, BREUSCH, PAGAN 1980 s. 239-253), które umożliwią wyspecyfikowanie modelu przestrzennego korzystniej opisującego dane

zjawisko. W zwykłym teście statystyka LM dla modelu błędu przestrzennego LM_{ERROR} o rozkładzie asymptotycznym $\chi^2(1)$ przedstawia się następująco:

$$LM_{ERROR} = \frac{1}{T_1}\left(\frac{u^T W u}{\hat{\sigma}^2}\right)^2 \tag{7.12}$$

gdzie:

$\hat{\sigma}$ – oszacowany błąd standardowy,

T_1 – parametr wyrażony wzorem $T_1 = tr\left[\left(W^T + W\right)W\right]$,

pozostałe oznaczenia jw.

Za pomocą statystyki danej wzorem (7.12) możliwa jest weryfikacja hipotezy o istotności współczynnika λ $\left(H_0: \lambda = 0, H_1: \lambda \neq 0\right)$.

Statystyka testowa LM dla modelu opóźnienia przestrzennego LM_{LAG} również charakteryzuje się asymptotycznym rozkładem normalnym χ^2 z jednym stopniem swobody i przyjmuje postać:

$$LM_{LAG} = \frac{1}{T_2}\left(\frac{u^T W u}{\hat{\sigma}^2}\right)^2 \tag{7.13}$$

gdzie:

$$T_2 = T_1 + \frac{\left(WX\hat{\beta}\right)^T M \left(WX\hat{\beta}\right)}{\hat{\sigma}^2} \tag{7.14}$$

$$M = I - X\left(X^T X\right)^{-1} X^T \tag{7.15}$$

oraz

$\hat{\beta}$ – oszacowany wektor współczynników,

pozostałe oznaczenia jw.

Powyższa statystyka umożliwia z kolei zweryfikowanie hipotezy o istotności współczynnika $\rho\left(H_0: \rho = 0, H_1: \rho \neq 0\right)$.

Według strategii hybrydowej wybór odpowiedniego modelu przestrzennego uzależniony jest od uzyskania wyższej wartości statystyki LM. Jeżeli $LM_{ERROR} > LM_{LAG}$ wówczas wyznacza się model błędu przestrzennego, a w przeciwnym razie będzie to model opóźnienia przestrzennego. Brak uzyskania

jednoznacznej informacji ze zwykłych testów powoduje konieczność wykonania testów odpornych, dla których funkcjonuje taka sama zasada wyciągania wniosków. Więcej informacji na temat testów odpornych można odszukać w literaturze przedmiotu, np. w publikacji SUCHECKIEGO (2010).

4. Wykonanie uzupełniających testów diagnostycznych, w tym m.in. ilorazu wiarygodności LR i testu Walda oraz porównanie uzyskanych wówczas wartości statystyk z wartościami statystyk LM. Uznaje się, iż prawidłowa specyfikacja modelu jest wtedy, gdy występują poniższe zależności:

- dla modelu błędu przestrzennego: $Wald(\lambda) \geq LR_{ERROR} \geq LM_{ERROR}$,
- dla modelu opóźnienia przestrzennego: $Wald(\rho) \geq LR_{LAG} \geq LM_{LAG}$.

Jak wyżej, wszystkie zbudowane modele należy zweryfikować w zakresie istotności statystycznej zmiennych objaśniających, odpowiedniego dopasowania modelu do posiadanych danych empirycznych oraz w kontekście założeń rozkładu i autokorelacji przestrzennej zmiennej losowej (KISIAŁA 2013 s. 219-242). Na szczególną uwagę zasługuje tutaj sprawdzenie poprawności struktury autokorelacji przestrzennej, która we współczesnych badaniach jest nierzadko marginalizowana na rzecz większego oddania się problemom analiz i modelowania zjawisk przestrzennych. W modelowaniu tym często technicznie eliminuje się problem autokorelacji przestrzennej z modelu ekonometrycznego, podczas gdy wg OLEJNIK (2013 s. 381-393) autokorelacja przestrzenna może stanowić dodatkowe źródło informacji i ułatwia modelowanie rzeczywiste zjawisk przestrzennych. Takie stanowisko potrzebuje jednak wiarygodnych narzędzi do testowania i weryfikacji poprawności wyboru modelu przestrzennego. W swojej pracy OLEJNIK (2013 s. 381-393) obszernie przybliżyła wybrane metody, również w tym te omówione wyżej, umożliwiające selekcję modeli najkorzystniej opisujących zjawiska o charakterze przestrzennym. Więcej w zakresie weryfikacji modeli pisali również JANC (2009), ROGERSON (2006 s. 304), RATAJCZAK (1980 s. 140) i KABATH z RYKIEL (2003 s. 143-153).

7.3. Modele regresji ważonej geograficznie (GWR)

Standardowe modele, których założeniem jest stałość procesu kształtowania się cen i wartości w przestrzeni geograficznej, naturalnie bezpośrednio nie uwzględniają przypuszczalnych interakcji przestrzennych (KULCZYCKI, LIGAS 2007 s. 59-68), a istotność ich parametrów nie jest przez to zależna od struktury przestrzennej analizowanego zjawiska, co może spowodować wysunięcie błędnych wniosków

(CHARLTON, FOTHERINGHAM 2009), zwłaszcza przy założeniu o przestrzennym zróżnicowaniu danego zjawiska.

Rozwiązaniem problemu uwzględnienia zależności przestrzennych w modelach regresyjnych może być przypisanie wag obserwacjom, których przestrzenne położenie może hipotetycznie bardziej oddziaływać na badane zjawisko niż pozostałe. Takie podejście nosi miano regresji ważonej geograficznie, inaczej GWR (Geographically Weighted Regression), która wywodzi się z regresji nieparametrycznej (MEI, WANG, ZHANG 2006 s. 587-598) i stanowi rozszerzenie klasycznego modelu regresji liniowej. Istotą modeli GWR jest założenie, że parametry modelu są możliwe do oszacowania za pomocą lokalnych regresji liniowych w każdej lokalizacji, w której istnieją dane pomiarowe. Nierzadko relacje przestrzenne pomiędzy badanymi obiektami wykazują cechy zgodne z zasadą Toblera stanowiącą, iż sąsiednie elementy są do siebie bardziej podobne niż elementy od siebie oddalone (TOBLER 1970 s. 234-240). Na tej podstawie można wyestymować parametry modelu w jakimkolwiek punkcie przestrzeni po założeniu, że dane z punktów bliskich badanemu będą miały odpowiednio większą wagę niż punkty dalsze (CHARLTON, FOTHERINGHAM 2009). Metoda ta sprawdza się szczególnie do dużych i złożonych zbiorów danych oraz do określenia poziomu lokalnych zróżnicowań wielu zmiennych w jednym czasie (ILNICKI, JANC, KRYZA, SZYMANOWSKI 2011 s. 253-268). Równanie standardowego modelu GWR dla wielu zmiennych objaśniających przedstawia się następująco (FOTHERINGHAM, BRUNSDON, CHARLTON 2002):

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i)\, x_k + \varepsilon_i \tag{7.16}$$

gdzie:

(u_i, v_i) – współrzędne lokalizacji,

pozostałe oznaczenia jw.

Estymacja parametrów modelu GWR przebiega podobnie do modeli klasycznych z tą różnicą, że w modelu GWR, jak już wcześniej wspomniano, uwzględnia się wagi obserwacji zależne od lokalizacji:

$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = (X^T W(u_i, v_i) X)^{-1} X^T W(u_i, v_i) y \tag{7.17}$$

przy czym $W(u_i, v_i)$ oznacza macierz wag oznaczających funkcję dystansu pomiędzy lokalizacją o współrzędnych (u_i, v_i), a lokalizacją każdego punktu, w którym istnieją dane pomiarowe. W GWR macierz sąsiedztwa może przybrać formę stałą bądź zmienną. Macierz stała stosowana jest głównie w przypadku równomiernego rozłożenia punktów pomiarowych w badanej przestrzeni i określana jest największym promieniem ich poszukiwań, na podstawie których wyznaczany jest model lokalny. Zastosowanie macierzy stałej przy nieregularnej sieci punktów skutkowałoby dużą wariancją lokalnych estymatorów (przy małej gęstości) lub zasłonieniu lokalnej zmienności interpolowanego obiektu (przy dużej gęstości). Macierz zmienna cechuje się stałą liczbą punktów wykorzystywanych do kalibracji modelu oraz dopasowuje się do przestrzennego rozmieszczenia obserwacji (FOTHERINGHAM, BRUNSDON, CHARLTON 2002).

Owa macierz przyjmuje postać diagonalną:

$$W(u_i,\ v_i) = \begin{bmatrix} w_{i1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{i2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{in} \end{bmatrix} \tag{7.18}$$

w której elementy mogą być przedstawione na różne sposoby. Najczęściej do ich wyznaczenia używa się funkcji zbliżonych kształtem do rozkładu Gaussa np. w postaci funkcji jądrowej bi^2 (ang. bi-square kernel function) (CHARLTON, FOTHERINGHAM 2009):

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(d_{ij} / h_i\right)^2\right)^2 & \text{if } d_{ij} \le h \\ 0, & \text{if } d_{ij} > h \end{cases} \tag{7.19}$$

gdzie

d_{ij} – dystans między lokalizacją i oraz j,

h – tzw. parametr opóźnienia (bandwidth).

Parametr opóźnienia wskazuje na obszar, z którego do obliczeń będą przyjmowane obserwacje $\left(w_j(u_i, vi) = 0\ dla\ d_{ij} > h\right)$. Im parametr ten jest większy tym wyniki GWR są bardziej zbliżone do globalnego modelu regresji wielorakiej. W praktyce, do jego wyznaczenia wykorzystuje się nieeuklidesową metrykę odległości (LU, CHARLTON, FOTHERINGHAM 2011 s. 92-97).

Efektem zastosowania modelu GWR jest uzyskanie wielu powierzchni określonych przez estymowane parametry. Zmienność przestrzenna wartości tych parametrów świadczy o lokalnym zróżnicowanym wpływie zmiennych objaśnianych na zmienną objaśniającą, a przez to na przestrzenną heterogeniczność badanego zagadnienia (CHARLTON, FOTHERINGHAM 2009).

W GWR przeprowadza się testy istotności parametrów strukturalnych modelu za pośrednictwem statystyki F i statystyki t (RENCHER 2000), a do oceny dopasowania modelu do danych stosuje się macierz dopasowania S (ang. hat matrix), która pomnożona przez wartości empiryczne zmiennej objaśnianej, daje wartości teoretyczne (BRUNSDON, FOTHERINGHAM, CHARLTON 2000):

$$\hat{y} = Sy, \qquad S = X(X^T W(u_i, v_i) X)^{-1} X^T W(u_i, v_i) \tag{7.20}$$

W modelu globalnym suma elementów na głównej przekątnej macierzy S oznacza liczbę parametrów, zaś wyznaczenie efektywnej liczby parametrów zależy od liczby zmiennych objaśniających i parametru opóźnienia, a przedstawia się to następująco:

$$2tr(S) - tr(S^T S) \tag{7.21}$$

Ocena dopasowania modelu najczęściej odbywa się jednak z wykorzystaniem skorygowanego kryterium informacyjnego (corrected Akaike Information Criterion), które wyrażone jest następującą formułą (AKAIKE 1973 s. 267-281):

$$AIC_C = 2n\ln(\hat{\sigma}) + n\ln(2\pi) + n\left(\frac{n + tr(S)}{n - 2 - tr(S)}\right) \tag{7.22}$$

gdzie n jest liczbą obserwacji w zbiorze danych, natomiast $\hat{\sigma}$ stanowi estymator odchylenia standardowego reszt.

Kryterium AICc stosowane jest szczególnie w przypadku, gdy porównuje się modele z różną liczbą zmiennych objaśniających (BRUNSDON, FOTHERINGHAM, CHARLTON 2000) lub do wyznaczenia optymalnego parametru opóźnienia (bandwidth).

W celu testowania globalnej liniowej regresji formułuje się następującą hipotezę zerową:

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k \text{ dla każdego } k = 0,\ 1,\ 2, \ldots, p \text{ and } i = 1,\ 2, \ldots, n \tag{7.23}$$

wskazującą, że nie ma znaczącej różnicy między globalnym modelem regresji a GWR. Statystyka testowa ma wówczas następującą postać (LEUNG, MEI, ZHANG 2000 s. 9-32):

$$F = \frac{\underline{\left[(I-H)-(I-S)^T(I-S)\right]y^T}}{\underline{\frac{\tau_1}{y^T(I-H)^T(I-H)y}}} \qquad (7.24)$$
$$(n-p-1)$$

gdzie

$$S = \begin{pmatrix} x_1^T\left(X^TW(u_1,v_1)X\right)^{-1}X^TW(u_1,v_1) \\ x_2^T\left(X^TW(u_2,v_2)X\right)^{-1}X^TW(u_2,v_2) \\ \vdots \\ x_n^T\left(X^TW(u_n,v_n)X\right)^{-1}X^TW(u_n,v_n) \end{pmatrix} \qquad (7.25)$$

oraz

$$\tau_i = tr\left(\left[(I-H)-(I-S)^T(I-S)\right]^i\right),\ i = 1,\ 2, \text{ i } H = X\left(X^TX\right)^{-1}X^T \qquad (7.26)$$

Liczba stopni swobody przy określaniu wartości krytycznej dla statystyki F wynosi odpowiednio $df_1 = \frac{\tau_1^2}{\tau_2}$ oraz $df_2 = (n-p-1)$.

Przy testowaniu istotności lokalnych parametrów modelu stawia się następującą hipotezę zerową:

$$H_0 : \beta_k(u_i,v_i) = 0 \text{ dla każdego } k = 0,\ 1,\ 2,\ldots,p \text{ and } i = 1,\ 2,\ldots,n \qquad (7.27)$$

Statystyka testowa ma następującą postać:

$$T = \frac{\hat{\beta}_k}{\hat{\sigma}\sqrt{c_{kk}}} \qquad (7.28)$$

gdzie

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{y^T(I-S)^T(I-S)y}{\delta_1} \qquad (7.29)$$

oraz

$$\delta_i = tr\left(\left[(I-S)^T(I-S)\right]^i\right), \qquad i = 1,\ 2 \qquad (7.30)$$

natomiast c_{kk} jest k elementem macierzy diagonalnej CC^T gdzie:

$$C = \left(X^T W\left(u_i, v_i\right) X \right)^{-1} X^T W\left(u_i, v_i\right) \tag{7.31}$$

Wartość krytyczną statystyki t określa się dla liczby stopni swobody równej $df_1 = \frac{\delta_1^2}{\delta_2}$.

Regresja ważona geograficznie znalazła liczne zastosowanie w badaniach naukowych, zwłaszcza w geografii społeczno-ekonomicznej, w tym np. do analizy zróżnicowania cen nieruchomości w miastach (BITTER, MULLIGAN, DALL'ERBA 2007, KULCZYCKI, LIGAS 2007 s. 59-68), uwarunkowań poziomu przestępczości (WHEELER, WALLER 2009 s. 1-22, CAHILL, MULLIGAN 2007 s. 174-193, MALCZEWSKI, POETZ 2005 s. 516-529), geografii elektoralnej w skali miasta (CALVO, ESCOLAR 2003 s. 189-204) i państwa (BRUNSDON, FOTHERINGHAM, CHARLTON 2007 s. 376-396) oraz do badania konwergencji regionalnej (ECKEY, KOSFELD, TÜRCK 2007 s. 45-64) czy też uzyskiwanych efektów prowadzonej edukacji (FOTHERINGHAM, CHARLTON, BRUNSDON 2001 s. 43-66). Metoda GWR w każdym z przedstawionych przypadków umożliwiła lepsze poznanie relacji pomiędzy grupami cech, a co ważniejsze, pozwoliła również zwizualizować ich zróżnicowanie przestrzenne. Nadanie wymiaru przestrzennego procesowi tworzenia modeli jest bardzo istotne w kontekście dokładnego przedstawienia i zgłębienia wymiaru przestrzennego zjawisk, ale to wizualizacja na mapie uzyskanych wyników GWR stanowi główne i najlepiej przyswajalne źródło informacji o tworzeniu się zjawisk posiadających atrybut przestrzeni (ILNICKI, JANC, KRYZA, SZYMANOWSKI 2011 s. 253-268).

7.4. Modele hierarchiczne (HLM, HSAR)

Kluczowym założeniem stanowiącym podstawę analizy regresji i innych metod badawczych opartych na ogólnym modelu liniowym jest niewątpliwie niezależność obserwacji. W analizie regresji niezależność ta jest stosunkowo prosta do wykazania, ponieważ wystarczy pokazać brak współzależności między wynikami resztowymi (różnica między pomierzonymi, a przewidywanymi przez model wartościami zmiennej zależnej). Sytuacje, w których zachodzi wysokie prawdopodobieństwo wystąpienia zależności obserwacji, dzielone są zwykle na trzy grupy w zależności od źródła ewentualnego zagrożenia (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233):

- I kategoria - występowanie systematycznych zmian istotnych właściwości obiektów badania lub nawet samej procedury badawczej;

- II kategoria - dokonywanie wielokrotnych pomiarów rozłożonych w czasie i dotyczących tego samego obiektu lub grupy obiektów (tzw. zależność serii (ang. serial dependency), typowa dla badań podłużnych);
- III kategoria - zbieranie materiału empirycznego z określonych grup obiektów (ang. clustering).

Problemy z niezależnością zjawisk ukazane w I kategorii są źródłem wariancji o nieznanej wielkości, której kontrola w modelu analitycznym jest praktycznie niemożliwa. Wykluczenie powstania owej komplikacji jest możliwe jednak poprzez staranniejszy dobór próby lub dokonanie korekt procedury badawczej. Z kolei rozwiązaniem zagrożeń ujętych w kategorii II i III jest metoda analityczna o nazwie hierarchiczna (wielopoziomowa) analiza danych (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).

W typowej analizie regresji MNK stosuje się trzy podejścia do zgrupowanych obserwacji i ich pochodnych (tabela 7.1).

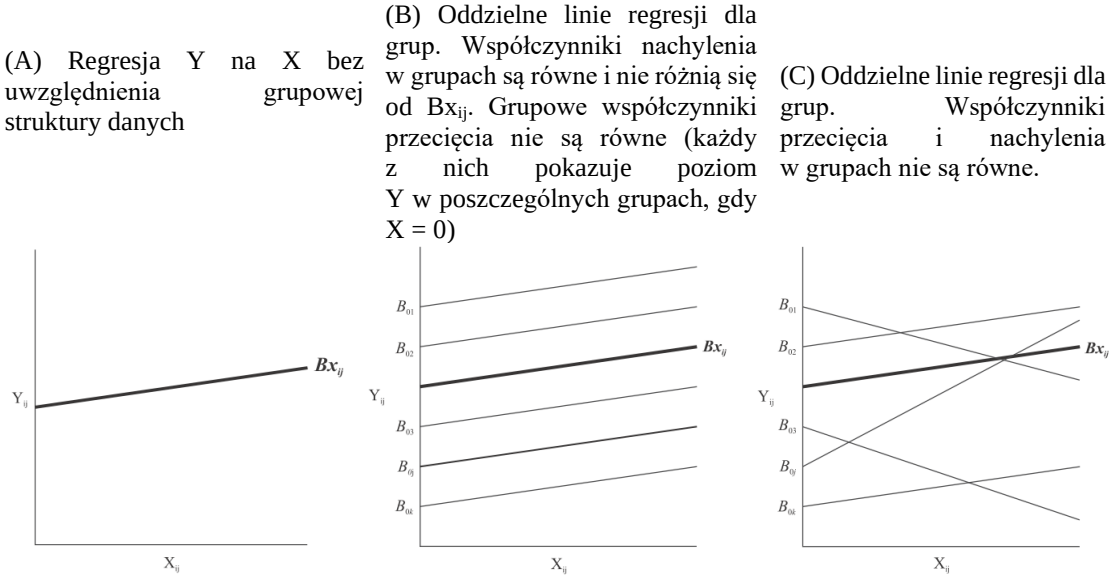
Tabela 7.1 Metody analizy danych w strukturze grupowej

Podejście	Analiza
I - Dezagregacja	Ignorowanie i nieanalizowanie struktury grupowej danych – **skutek w postaci estymacji równań z innymi współczynnikami regresji**
II - Agregacja	Agregacja danych na poziomie grupy (jednostki analizy). Równanie regresji przedstawia zależności między średnimi wartościami predyktorów w grupach, a średnimi grupowymi zmiennej objaśnianej. Zastosowanie takiej metody może powodować ryzyko wyciągnięcia zupełnie błędnych wniosków z poziomu równań przeznaczonych dla zgrupowanych danych o cechach pojedynczych obserwacji (COHEN, COHEN, WEST, AIKEN 2003) – **skutek w postaci estymacji równań z innymi współczynnikami regresji**
III – Model efektów stałych	Regresja zmiennej objaśnianej na zmienne objaśniające ukazujące indywidualny poziom danych. Celem zidentyfikowania przynależności obserwacji do poszczególnych grup w modelu równocześnie uwzględnia się tzw. zmienne zero-jedynkowe (ang. dummy codes) zbioru g-1 (g – liczba grup). W efekcie uzyskuje się współczynnik nachylenia dla predyktora X reprezentujący średnią ważoną wartości współczynnika regresji ze wszystkich grup obserwacyjnych (efekt łącznej regresji wewnątrzklasowej (ang. pooled within-class regression)).

Źródło: opracowanie własne na podst. RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233

Podejście oparte na kodowaniu zmiennych zero-jedynkowych, przedstawione na rysunku 7.2B, pozwala śledzić efekt predyktora na zmienną grupującą po wykluczeniu różnic wynikających ze średnich grupowych. Do tego czasu przyjmuje się, że siła zależności między X i Y wyrażona współczynnikiem nachylenia jest stała, a linie regresji poszczególnych grup różnią się tylko wartością współczynnika przecięcia, co wynika z różnic między średnimi grupowymi zmiennej Y. Metoda kodowania pozwala również

na uwzględnienie w równaniu regresji także dodatkowych zmiennych instrumentalnych oraz umożliwia modelowanie związków interakcyjnych pomiędzy zmienną zależną, a zmienną niezależną. rysunek 7.2C obrazuje wyznaczone dla poszczególnych grup linie regresji Y na X, które różnią się wielkością stałej oraz wielkością i kierunkiem współczynnika nachylenia (Bx_{ij}). Metoda kodowania zero-jedynkowego wykorzystana do usunięcia problemu „klasteringu" pozwala znaleźć tę część wariancji zmiennej objaśnianej, która wynika z różnic międzygrupowych i zgodnie z nomenklaturą określa się ją modelem efektów stałych (klasyczna analiza regresji oparta na metodzie MNK jest nazywana modelem regresji dla efektów stałych (ang. fixed effects coefficient regression model)) (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).



Rysunek 7.2 Współczynniki regresji w modelu efektów stałych i modelu efektów losowych

Źródło: RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233

Zastosowanie klasycznej analizy regresji do danych o zgrupowanej strukturze może prowadzić do wysunięcia całkowicie błędnych wniosków. Najbardziej efektywną i popularną alternatywą jest w tym przypadku podejście zaproponowane w modelu regresji dla efektów losowych (ang. random effects coefficient regression model), które różni się od podejścia w modelu klasycznym pewnymi założeniami obejmującymi współczynniki regresji i struktury skorelowania poszczególnych obserwacji. Ponadto model efektów losowych pozwalający na wielopoziomową analizę danych obejmującą wyznaczenie zmiennych na poziomie analizy jednostkowej i grupowej nazywa się

hierarchicznym modelem liniowym (ang. hierarchical linear modeling) (BRYK, RAUDENBUSH 1992, GOLDSTEIN 1995, HOX 2002, KREFT, DE LEEUW 1998).

Do zgrupowanych danych, na przykład według kryterium przestrzennego, teoretycznie można opracować i wyestymować tyle modeli ile tworzonych jest grup w zbiorze danych, jednak wykorzystanie modeli z losowymi współczynnikami i losowym wyrazem wolnym (tj. modeli wielopoziomowych, hierarchicznych) stanowi bardziej praktyczne podejście do modelowania zależności między cechami. Model ten jest również pewnym ustępstwem pomiędzy estymowaniem wszystkich cech oddzielnie w każdej grupie oraz bez uwzględniania ich grupowania. Pozwala on wyznaczyć także poziom i źródło zróżnicowania zmiennej zależnej powstające z grupowania cech na konkretnych szczeblach hierarchii. Ma to miejsce zwłaszcza dzięki jednoczesnemu uwzględnieniu relacji zmiennych niezależnych z poziomu pierwszego/indywidualnego oraz poziomów wyższych/grupowych (WĘZIAK 2007 s. 1-12 por. WOLTMAN, FELDSTAIN, MACKAY, ROCCHI 2012 s. 52-69).

Wykorzystanie przy zgrupowanych danych tradycyjnej analizy regresji niesie za sobą zniekształcenie błędów standardowych współczynników regresji. Przekłada się to bezpośrednio na zbyt wąskie przedziały ufności współczynników, co w efekcie skutkuje przeszacowaniem wartości testów istotności statystycznej. Im mniejsza heterogeniczność wyników w grupach, tym większe ryzyko, że wystąpi zjawisko tzw. inflacji poziomu alfa. Ma ono miejsce wtedy, gdy rzeczywisty poziom kluczowego błędu (prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy zerowej, gdy jest ona prawdziwa) przekracza tradycyjnie przyjęty poziom krytyczny (zazwyczaj $p < 0,05$ lub $p < 0,01$) (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233). Oznacza to, iż możliwe jest uzyskanie nieprawdziwych, choć statystycznie istotnych efektów (HOX 2010). Stąd też przyjmuje się, że prawidłowe jest stosowanie analizy wielopoziomowej do wszystkich pogrupowanych danych o hierarchicznej strukturze, nawet przy niskich wartościach współczynnika ICC (NEZLEK 2012 s. 219-241). Według analizy MUTHÉNA (MUTHÉN 1997 s. 453-480) nawet właśnie relatywnie niski współczynnik korelacji wewnątrzgrupowej przy wysokiej liczebności grupy może już wywołać znacząco różne wyniki z losowania prostego i zespołowego.

Wykorzystanie modelu hierarchicznego ma jednak sens tylko, gdy grupowanie oddziałuje na relacje pomiędzy cechami. Z tego względu stosuje się model zerowy (inaczej pusty) uwzględniający same zmienne zależne (7.32) oraz oblicza się współczynnik korelacji wewnątrzgrupowej (ang. intra-class correlation – ICC).

$$y_{ij} = \gamma_{00} + U_{0j} + r_{ij} \tag{7.32}$$

z czego:

y_{ij} – wartość zmiennej objaśnianej dla i-tego respondenta z j-tej grupy ($i = 1,\ldots N_i$, $j = 1,\ldots, K$),

γ_{00} – średnia wartość zmiennej y (tzw. średnia globalna),

U_{0j} – składnik losowy na poziomie grupowym,

r_{ij} – składnik losowy na poziomie indywidualnym.

Czynniki stałe, nazywane również zmiennymi grupującymi tudzież niezależnymi/objaśniającymi o efekcie stałym, stanowią zmienne kategoryczne, jakościowe bądź też zmienne klasyfikacji zawierające wszystkie zgrupowane dane będące przedmiotem badania. Z kolei czynniki losowe identyfikują dany klaster wybierany losowo dla badanego zakresu (BIECEK 2013, GRABOWSKI 2015).

Współczynnik ICC przedstawia udział zmienności międzygrupowej w zmienności globalnej zmiennej grupującej (SNIJDERS, BOSKER 1999), sprawdza współzależności między obserwacjami przyporządkowanymi do grup wydzielonych na każdym z wyższych poziomów analizy (HOX 2010) oraz pozwala określić poziom zgrupowania danych (BRYK, RAUDENBUSH 1992, HOX 2002) i stopień wzajemnego podobieństwa obserwacji przynależnych do tej samej kategorii w porównaniu do podobieństwa obserwacji zaliczonych do różnych grup. ICC ukazuje proporcję całkowitej wariancji zmiennej zależnej wyjaśnianą przez przynależność grupową obserwacji. Równanie współczynnika ICC przedstawia się następująco (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233):

$$ICC = \left(\frac{\tau_{00}}{\tau_{00} + \sigma^2} \right) \tag{7.33}$$

przy czym

τ_{00} – wariancja międzygrupowa,

σ^2 – wariancja wewnątrz grup.

Do określenia korelacji wewnątrzklasowej wykorzystuje się wartości zmiennej zależnej z poszczególnych grup, a do wyliczenia ICC wystarczy wtedy model jednoczynnikowej analizy wariancji dla jednokrotnych pomiarów (ANOVA). Zakres współczynnika ICC waha się w przedziale od 0 do 1, przy czym im uzyskana wartość jest

wyższa, tym wyższy jest poziom współzależności obserwacji. Przy ICC równym 0 grupy zupełnie się od siebie nie różnią w kontekście poziomu analizowanej zmiennej, a zatem nie ma potrzeby stosować analizę wielopoziomową, ponieważ zachowana została zgodność z założeniami ogólnego modelu liniowego. Jednak nawet niewielka wartość ICC (mniejsza jak 0,01 czy 0,05) powoduje diametralny wzrost inflacji poziomu α oraz prawdopodobieństwa odrzucenia hipotezy zerowej i zastosowania podejścia wielopoziomowego (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).

Model regresji efektów losowych jest bardziej skomplikowany od modelu opartego na MNK, ponieważ nieodłącznym składnikiem analiz dokonywanych na jego ramach jest grupowa struktura danych oraz indywidualne i grupowe zależności pomiędzy zmiennymi. Wyróżnia się trzy rodzaje równań (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233):

1) I poziom (mikro) – jedno równanie dla każdej grupy w zbiorze danych;
2) II poziom (makro) – opisuje grupową, czasem wielopoziomową strukturę danych;
3) III poziom (model mieszany z ang. the mixed model equation) – równanie dla połączonych efektów pierwszego i drugiego poziomu.

Zapis matematyczny modelu hierarchicznego jest dość mocno rozbudowany, jednak w tekście przedstawiono notację powszechnie funkcjonującą w literaturze przedmiotu (RAUDENBUSH, BRYK 2002 za COHEN, COHEN, WEST, AIKEN 2003), gdzie indeks dolny w równaniu, zawierający zapis „ij”, oznacza dowolną obserwację „i” w dowolnej grupie „j”. Dla uproszczenia przedstawiono również wzory uwzględniające tylko jedną zmienną niezależną na każdym poziomie i jeden subpoziom na poziomie makro, podczas gdy w rzeczywistości może wystąpić ich dowolna ilość (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).

Na poziomie mikro równanie regresji przedstawia się następująco (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233):

$$y_{ij} = B_{1j} x_{ij} + B_{0j} + r_{ij} \tag{7.34}$$

Przy założeniu, że analizowane grupy są losową próbą ze zbioru wszystkich grup, stałe i współczynniki B z poziomu I są jednocześnie zmiennymi losowymi modelu efektów losowych. Oznacza to, iż każdy model hierarchiczny tworzy kompletną serię analiz regresji, po jednej dla każdej z grup i z ich własnymi współczynnikami. Stosownie do tego podstawą pojedynczej analizy regresji dla efektów losowych są rozkłady grupowe

współczynników B_{1j} oraz B_{0j}, które zgodnie z przyjętym założeniem mają postać zmiennych losowych (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).

Z kolei równanie poziomu makro modelu efektów losowych przedstawia relacje grupowych estymatorów B_{1j} oraz B_{0j} wraz z ich odpowiednikami dla całego zbioru estymowanymi w modelu efektów stałych. Przyjmuje się, że wartości stałej B_{0j} z pierwszego poziomu dla obserwowanych grup przedstawiają rozkład losowy stałej w populacji Υ_{00}, a wartości współczynników B_{1j} z poziomu mikro dla tych samych grup mają losowy rozkład wokół populacyjnego współczynnika nachylenia Υ_{10}. Ukazują to równania dla poziomu makro (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233):

$$B_{0j} = \Upsilon_{00} + u_{0j} \qquad \text{– poziom 2 dla współczynnika przecięcia} \tag{7.35}$$

$$B_{1j} = \Upsilon_{10} + u_{1j} \qquad \text{– poziom 2 dla współczynnika nachylenia} \tag{7.36}$$

Z powyższego równania (7.35) wynika, iż na grupową wartość B_{0j} składają się wartość stałej w populacji (Υ_{00}) i losowy element u_{0j} pokazujący odchylenie B_{0j} od Υ_{00} ($u_{0j} = B_{0j} - \Upsilon_{00}$). Analogicznie przedstawia się równanie (7.36). Dodanie poziomu makro sprawia, iż uwzględnia się grupową strukturę zmiennych. Jeśli wariancja współczynników grupowych wynosi 0, wówczas model dla efektów losowych i model dla efektów stałych są sobie równe (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).

Równanie regresji modelu wielopoziomowego jest układem równań objaśniających zmienne endogeniczne na poszczególnych partiach hierarchii (HOX, MAAS 2005, HOX 2002). Po podstawieniu współczynników z wzorów (7.35) i (7.36) do wzoru z poziomu mikro (7.34) otrzymuje się równanie tzw. modelu mieszanego:

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \left(\Upsilon_{00} + u_{0j}\right) + \left(\Upsilon_{10} + u_{1j}\right) x_{ij} + r_{ij} \\ y_{ij} &= \Upsilon_{00} + u_{0j} + \Upsilon_{10} x_{ij} + u_{1j} x_{ij} + r_{ij} \\ y_{ij} &= \Upsilon_{00} + \Upsilon_{10} x_{ij} + \left(u_{0j} + u_{1j} x_{ij} + r_{ij}\right) \end{aligned} \tag{7.37}$$

Ukazana w równaniu modelu mieszanego (7.37) regresja zmiennej objaśnianej Y na zmienną objaśniającą z poziomu mikro jest w postaci odpowiadającej współczynnikom w populacji. Wariancja reszt regresji stanowi połączenie składników błędów pochodzących z obu poziomów analizy – mikro (r_{ij}) i makro (u_{0j} i $u_{1j} x_{ij}$). Wartości reszt

r_{ij} interpretuje się jako różnicę pomiędzy obserwowaną i przewidywaną wartością zmiennej zależnej Y (tak jak w modelu klasycznym), zaś wartości u_{0j} i u_{1j} jako różnice pomiędzy grupowymi i populacyjnymi wielkościami współczynników, odpowiednio, nachylenia i przecięcia. Wartości współczynników γ_{00} i $\gamma_{10}x_{ij}$, uzyskane z analizy regresji dla efektów losowych pojedynczej zmiennej niezależnej x, mogą być bardzo zbliżone do wartości współczynników B_0 i B_1 z klasycznej analizy regresji dla efektów stałych. Można jednak przewidzieć, że błąd standardowy towarzyszący γ_{00} i $\gamma_{10}x_{ij}$ będzie wyższy, niż analogiczny błąd standardowy uzyskany ze zdezagregowanej analizy regresji. Co więcej, różnica ta będzie rosła adekwatnie do wzrostu wariancji grupowych B_{0j} i B_{1j} (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).

Warto zauważyć również, że możliwe jest uzyskanie wariancji efektów losowych równej 0. Ma to miejsce między innymi wtedy, gdy współczynniki przecięcia wykazują istotne różnice międzygrupowe, a nachylenie współczynników B zachowuje międzygrupową stałość (por. rysunek 7.2 (B)). Wówczas wariancję efektów stałych można traktować w formie efektu losowego, a z kolei wariancję współczynników B już jako efekt stały. Taki model jest identyczny z klasyczną analizą regresji dla efektów stałych, w której różnice pomiędzy średnimi grupowymi przedstawiają wektory zmiennych instrumentalnych (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).

Modele liniowe o efektach mieszanych są połączeniem efektów/części losowych z efektami/częściami stałymi (BIECEK 2013, BRYK, RAUDENBUSH 1992, PINHEIRO, BATES 2000). Częstość analizowania danych o poziomej strukturze hierarchicznej z wykorzystaniem modeli mieszanych sprawiła, iż uważa się je za część modeli hierarchicznych. Dane, które wykorzystywane są do estymacji modelu mieszanego obejmują tylko konkretne grupy dla wybranego czynnika losowego, a jednak celem analizy jest wnioskowanie o całym zbiorze za pomocą wybranych klastrów czynnika losowego, określanego za pośrednictwem predyktorów o efektach losowych (GRABOWSKI 2015).

Model analizy regresji z efektami losowymi w przeciwieństwie do klasycznej analizy regresji zawiera również składowe wariancji, wśród których w modelach hierarchicznych wyszczególnia się trzy niezależne źródła losowej wariancji błędu, które indeksowane są jako σ^2, τ_{00} i τ_{11} (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233):

1) wartości reszt r_{ij} zmiennej zależnej Y z poziomu pierwszego;

2) wartość u_{0j} określającą różnice pomiędzy grupowymi i populacyjnymi wielkościami współczynników przecięcia;
3) wartość u_{1j} pokazującą ilościowe różnice między grupowymi i populacyjnymi wielkościami współczynników nachylenia.

Forma estymowania parametrów stanowi również istotną różnicę pomiędzy klasycznym modelem efektów stałych, a modelem efektów losowych. W pierwszym z nich estymację parametrów wykonuje się z użyciem metody MNK, zaś w drugim estymatory współczynników uzyskuje się za pomocą tzw. metody największej wiarygodności (ang. maximum likelihood estimation, ML) lub powiązanej z nią metody ograniczonej największej wiarygodności (REML). Podstawą tych metod jest iteracyjna procedura szacowania składowych wariancji i efektów stałych, a rozpoczyna się ona od określenia początkowego zbioru parametrów próby, które będą początkiem estymacji kolejnego zbioru zastępującego z kolei zbiór wartości początkowych (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233).

Odnosząc się do czynników przestrzennych kształtujących rynek nieruchomości, które są wyjątkowo trudne do uwzględnienia w modelach matematycznych (BRZEZICKA, WIŚNIEWSKI, FIGURSKA 2018, KULESZA, BEŁEJ 2015), za ich pośrednictwem możliwa jest tylko częściowa analiza relacji wpływających na zdarzenia mające miejsce na rynku np. na pojawienie się transakcji nieruchomości w konkretnej lokalizacji i o określonych atrybutach i cenie.

Specyfika rynku nieruchomości wynika z występowania relacji przestrzennych nie tylko na poziomie indywidualnym, ale również na poziomie grupowym. Poziom indywidualny mogą tworzyć wartości poszczególnych nieruchomości lub obiekty punktowe o znanych właściwościach i współrzędnych geograficznych, zaś poziom grupowy stanowiłby podział tychże nieruchomości na jednostki terytorialne, w których występują. Niezbędne jest zatem uwzględnienie efektów przestrzennych właściwych dla specyfiki rynku nieruchomości (CELLMER, KOBYLIŃSKA, BEŁEJ 2019).

Heterogeniczność i zależność przestrzenna, o których mowa, są jednym z powodów przez które stosowanie modelowania hierarchicznego wyszłoby z korzyścią dla jakości budowanego modelu i poprawności otrzymanych z niego wyników. Źródeł ciągłej bądź dyskretnej heterogeniczności rozkładu danego zjawiska można dopatrywać się w braku przestrzennej stacjonarności, która przejawia się w niejednorodności i/lub niestabilności relacji pomiędzy zjawiskami w przestrzeni (ANSELIN 1988b, LESAGE 2010, KRAUSE,

BITTER 2012). Niejednokrotnie już wskazywano, że niekontrolowana heterogeniczność w kontekście danych przestrzennych może wywołać negatywne konsekwencje objawiające się m.in. w postaci błędnych wniosków na temat badanych zależności. Niestabilność parametrów mogąca wystąpić w modelu regresji może być dyskretną bądź ciągłą zmianą, przy czym jeżeli wartości parametrów ulegają zmianie razem ze zmianą położenia danego obiektu i są funkcjonalnie powiązane z lokalizacją wówczas niestabilność parametru ma charakter ciągły. Jest to też dość powszechne zjawisko w modelach regresji hedonicznej cen i wartości nieruchomości (OSLAND 2010).

Jeszcze innym przejawem heterogeniczności przestrzennej jest heteroskedastyczność składnika losowego, którego grupowanie wartości najczęściej wynika z nieuwzględnienia istotnej zmiennej niezależnej lub wskutek błędów w specyfikacji modelu. Trudno oczekiwać, że w przypadku danych zlokalizowanych przestrzennie rozkład cech w przestrzeni geograficznej będzie równomierny i regularny oraz że identyfikacja i kwantyfikacja wszystkich czynników odpowiedzialnych za istniejące nieprawidłowości i niejednorodności będzie prostym zadaniem. Wobec tego modele estymowane na danych przestrzennych nierzadko wykazują się brakiem jednorodności składnika losowego (LESAGE 2010, BHAT 1995, GREENE, HENSHER 2007). Interakcje przestrzenne dla danych przestrzennych mogą dotyczyć zmiennych endogenicznych, wówczas występuje autoregresja przestrzenna, zmiennych objaśniających bądź składnika losowego i wtedy ma miejsce autokorelacja przestrzenna składnika losowego modelu. W zależności od rodzaju występujących interakcji przestrzennych najczęściej stosuje się model opóźnienia przestrzennego lub model błędu przestrzennego (ANSELIN 1999, WILHELMSSON 2002, PÁEZ, SCOTT 2004, ARBIA 2006). Pominięcie występujących relacji przestrzennych w modelu wielopoziomowym powoduje przeszacowanie zróżnicowania międzygrupowego oraz w efekcie również wysunięcie błędnych wniosków na temat wielkości heterogeniczności danego zjawiska oraz braku występowania autokorelacji przestrzennej analizowanych procesów.

Tradycyjne ekonometryczne modele przestrzenne traktują występowanie interakcji przestrzennych jako relacje pomiędzy parami obserwacji i oraz i' tworzącymi tylko jeden poziom analizy danego zjawiska (HALLECK VEGA, ELHORST 2015). Modele hierarchiczne umożliwiają stworzenie kilku poziomów analizy, przy czym pierwszy na ogół stanowi poziom obserwacji, a kolejne są tworzone poprzez agregację danych zlokalizowanych geograficznie, przy czym interakcje przestrzenne mogą występować na jednym bądź kilku poziomach analizy (FOTHERINGHAM, O'KELLY 1989, DIGGLE,

HEAGERTY, LIANG, ZEGER 2002, DONG, HARRIS 2015). Hierarchiczny model autoregresji przestrzennej, umożliwiający analizę skomplikowanych form heterogeniczności, stanowi alternatywę dla dotychczas stosowanych metod i modeli, opartych na przestrzennym modelowaniu rynku nieruchomości, które ukierunkowane były przeważnie na identyfikację i interpretację zależności między obiektami. Interakcje przestrzenne zazwyczaj rozpatrywano wówczas na indywidualnym poziomie i bez uwzględniania efektów grupowych, czyli powiązań pomiędzy średnimi przypadkowych grup (DONG, HARRIS 2015).

Dodatkowym problemem, jaki najczęściej ma miejsce w kontekście analiz rynku nieruchomości, jest wysuwanie wniosków, dotyczących większych obszarów czy układów bezpośrednio sąsiadujących z analizowaną jednostką, na podstawie przestrzeni, która została ograniczona do badania, choć ocena większej struktury przestrzennej byłaby z pewnością bardziej wartościowa. W praktyce oznacza to, że poziom aktywności na rynku oraz cen i wartości nieruchomości będzie pochodną ocen cząstkowych właściwych jednostek przestrzennych, a zatem będzie odzwierciedlał intuicyjnie rozumianą hierarchię przestrzenną. Wobec tego modelowanie wielopoziomowe wydaje się stanowić odpowiednią metodę modelowania cen i aktywności rynku nieruchomości. Wynika to również z możliwości zarządzania heterogenicznością jednocześnie na kilku poziomach agregacji przestrzennej i bez konieczności wprowadzania do analizy kilkunastu zmiennych binarnych oraz redukcji stopni swobody (BIVAND, SHA, OSLAND, THORSEN 2017). W związku z tym, zróżnicowanie między jednostkami terytorialnymi z wyższego poziomu podlega korekcie o zróżnicowanie zaobserwowane na niższych poziomach hierarchii przestrzennej.

Kolejną korzyścią z zastosowania analizy wielopoziomowej jest perspektywa uwzględnienia zmiennych kontekstowych, czyli takich zmiennych, które są dostępne tylko na wyższych poziomach agregacji od poziomu, na którym zmienna zależna jest rozpatrywana. Oczywiście jest to również możliwe używając powszechnego estymatora OLS, jednak wtedy można oczekiwać wyników obciążonych (GOLDSTEIN 2011).

W związku z powyższym, uwzględnienie hierarchii i przestrzennej heterogeniczności w jednym modelu jest podstawą wielopoziomowego modelowania przestrzennego (BALTAGI, FINGLETON, PIROTTE 2014, DONG, HARRIS, JONES, YU 2015, CORRADO, FINGLETON 2012). Hierarchiczne modele autoregresji przestrzennej (HSAR) zostały bardzo szczegółowo opisane w literaturze m.in. u DONG, HARRIS, JONES, YU

(2015) i DONG, HARRIS (2015), a ogólny wzór przedstawia się następująco (DONG, HARRIS 2015, ŁASZKIEWICZ, DONG, HARRIS 2014):

$$\begin{gathered} \mathrm{Y}=\acute{n}\mathrm{WY}+\beta\mathrm{X}+\Delta\theta+\varepsilon \\ \theta=\lambda M\theta+u \\ \varepsilon \sim N(0,\sigma_{\varepsilon}^{2})\ ,\ u \sim N(0,\sigma_{u}^{2}) \end{gathered} \tag{7.38}$$

gdzie:

Y - wektor $N\times 1$ zmiennej zależnej,

ń, λ - parametry relacji przestrzennych,

W - przestrzenna macierz wag na poziomie indywidualnym,

β - wektor parametrów,

X - macierz zmiennych objaśnianych,

Δ - macierz przedstawiająca klasyfikację podmiotów i do obiektów j,

θ - wektor efektów losowych dla terminu bezwzględnego,

u - wektor losowych efektów grupowych,

ε - wektor składowej losowej,

M - przestrzenna macierz wag na poziomie grupy.

Jeżeli parametry relacji przestrzennych ń, λ będą równe 0 wówczas otrzymany model będzie równy dwupoziomowemu modelowi HLM z losowym terminem bezwzględnym. Wtedy do estymacji parametrów modeli możliwe jest wykorzystanie metod bayesowskich z odpowiednio wyznaczoną funkcją wiarygodności. Funkcja ta opisana jest na poniższym równaniu 7.39 (DONG, HARRIS 2015):

$$\begin{gathered} L(Y|\acute{n},\lambda,\beta,\theta,\sigma_{u}^{2},\sigma_{\varepsilon}^{2})=(2\pi\sigma_{\varepsilon}^{2})^{-\frac{N}{2}}\left|I_{N}-\acute{n}W\right|\exp\left(-\frac{e'e}{2\sigma_{\varepsilon}^{2}}\right) \\ e=Y-\rho WY-X\beta-\Delta\theta \end{gathered} \tag{7.39}$$

Wnioskowanie statystyczne na temat danego parametru odbywa się a posteriori rozkładu tego właśnie parametru. Paradygmat bayesowski stanowi, że rozkład posteriori $\theta^{*}=\left\{\acute{n},\lambda,\beta,\theta,\sigma_{u}^{2},\sigma_{\varepsilon}^{2}\right\}$ jest współmierny do iloczynów danych i wcześniejszych rozkładów (LESAGE 2010). Dla k-elementu wektoru parametrów β zakłada się rozkład normalny o oczekiwanej wartości M_{β} oraz macierz diagonalną macierzy wariancji-

kowariancji T_β. Stąd też następna dystrybucja parametrów β przedstawia się następująco (DONG, HARRIS 2015, ŁASZKIEWICZ, DONG, HARRIS 2014):

$$\begin{gathered} P(\beta|Y,ń,\lambda,\theta,\sigma_u^2,\sigma_\varepsilon^2) \sim N(M_\beta,T_\beta) \\ T_\beta = \left[\left(\sigma_\varepsilon^2\right)^{-1} X'X + T_0^{-1}\right]^{-1} \\ M_\beta = T_\beta\left[\left(\sigma_\varepsilon^2\right)^{-1} X'(Y - ńWY - \Delta\theta) + T_0^{-1}M_0\right] \end{gathered} \tag{7.40}$$

Rozkład późniejszych efektów losowych θ wygląda następująco:

$$\begin{gathered} P(\theta|Y,ń,\lambda,\beta,\sigma_u^2,\sigma_\varepsilon^2) \sim N(M_\theta,T_\theta) \\ T_\theta = \left[\left(\sigma_\varepsilon^2\right)^{-1}\Delta'\Delta + \left(\sigma_u^2\right)^{-1}(I_j - \lambda M)'(I_j - \lambda M)\right]^{-1} \\ M_\theta = T_\theta\left[\left(\sigma_\varepsilon^2\right)^{-1}\Delta'(Y - ńWY - X\beta)\right] \end{gathered} \tag{7.41}$$

Z kolei rozkład późniejszego składnika losowego σ_ε może zostać przedstawiony w następujący sposób:

$$\begin{gathered} P(\sigma_\varepsilon^2|Y,ń,\lambda,\beta,\theta,\sigma_u^2) \sim IG(a_\varepsilon,b_\varepsilon) \\ a_\varepsilon = \frac{N}{2} + a_0,\ b_\varepsilon = \frac{e'e}{2} + b_0,\ e = Y - \rho WY - X\beta - \Delta\theta \end{gathered} \tag{7.42}$$

przy czym $IG(a_\varepsilon,b_\varepsilon)$ stanowi odwrócony rozkład gamma z parametrem kształtu a_ε i parametrem skali b_ε. Rozkład późniejszej wariancji efektu losowego σ_u^2 przyjmuje postać:

$$\begin{gathered} P(\sigma_u^2|Y,ń,\lambda,\beta,\theta,\sigma_\varepsilon^2) \sim IG(a_u,b_u) \\ c_u = \frac{J}{2} + c_0,\ d_u = \frac{\theta'(I_j - \lambda M)'(I_j - \lambda M)\theta}{2} + d_0 \end{gathered} \tag{7.43}$$

Posiadając wiedzę o późniejszych rozkładach przeprowadza się losowe pobieranie próby. Generowanie losowego próbkowania odbywa się za pomocą metody algorytmów Monte Carlo łańcuchami Markowa (MCMC – Markov Chain Monte Carlo), a oznaczanie próby tą metodą pozwala za wykorzystanie do próbkowania metody algorytmów Gibbsa (GELMAN, CARLIN, STERN, RUBIN 2003).

Z uwagi na to, że późniejszego rozkładu parametru ń nie można aproksymować za pomocą żadnych znanych rozkładów i przez to zastosowanie algorytmów Gibbsa nie jest możliwe, wówczas do wyznaczenia próby stosuje się metodę odwrotnej funkcji rozkładu, która sprowadza się do numerycznego całkowania rozkładu gęstości wyrażonego wzorem 7.44 (DONG, HARRIS 2015):

$$Logf(\rho) = \log\left|I_N - ń W\right| + \frac{S(\rho)'S(\rho)}{2\sigma_\varepsilon^2} + C \tag{7.44}$$

Przy czym współczynnik C jest stały, natomiast:

$$\begin{aligned} S(\rho) &= e_0 - ń e_d - e_u \\ e_0 &= Y - X\left[(X'X)^{-1}X'Y\right] \\ e_d &= WY - X\left[(X'X)^{-1}X'WY\right] \\ e_u &= \Delta\theta - X\left[(X'X)^{-1}X'\Delta\theta\right] \end{aligned} \tag{7.45}$$

W analogiczny sposób wyznaczany jest rozkład parametru relacji przestrzennych z poziomu grupy:

$$Logf(\lambda) = \log\left|I_J - \lambda M\right| + \frac{\theta'(I_J - \lambda M)'(I_J - \lambda M)\theta}{2\sigma_u^2} \tag{7.46}$$

Szerzej na temat hierarchicznych modeli autoregresji przestrzennej oraz zasad ich estymacji przedstawiono w publikacji DONG, HARRIS (2015) oraz ŁASZKIEWICZ, DONG, HARRIS (2014).

Te techniki statystyczne są więc serią analiz regresji dla każdej z grup posiadających własne współczynniki (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233), a że nie wymaga większych założeń w przeciwieństwie do innych i bardziej rygorystycznych metod jest stosunkowo dość powszechna w niemalże wszystkich dziedzinach nauki (OSBORNE 2000 s. 1-3). Modele hierarchiczne są niezwykle użyteczne do planowania i zarządzania działaniami przedsiębiorstwa (COCHRANE, HEATLEY 1996), analizy danych pobieranych z czujników wizualnych wykorzystywanych w opiece zdrowotnej czy do samochodów autonomicznych (SPEHR 2015), podejmowania racjonalnych decyzji i szacowania ryzyka zarówno z danych jakościowych jak i ilościowych (CHAN, WANG 2013), do analizy struktur inżynierskich (BUCALEM, BATHE 2011) i struktur genowych (BENTSEN,

KLEMETSDAL 1991) oraz do wielu innych zagadnień. Z kolei przykłady zastosowania hierarchicznych modeli autoregresji przestrzennej do badań z zakresu rynku nieruchomości opisane zostały w pracach DONG, HARRIS (2015), PÁEZ, SCOTT (2004) oraz BIVAND, SHA, OSLAND, THORSEN (2017), CHASCO, LE GALLO (2012) i BRUNAUER, LANG, UMLAUF (2013).

W badaniach zjawisk społeczno-gospodarczych zdarzają się takie zagadnienia, których analiza wręcz musi uwzględniać nie tylko dane pochodzące z różnych obserwacji, ale również fakt, iż przynależą one do określonych grup/kategorii mogących być zdefiniowanych m.in. przez przynależność przestrzenną (ŁAGUNA 2018 s. 377-394). Co więcej, kiedy obserwacje są od siebie zależne i gdy obserwacje z jednego poziomu zawierają się („zagnieżdżają") (NEZLEK 2012 s. 219-241) w poziomie kolejnym, mówi się, iż tworzą one właśnie wielopoziomową strukturę danych kategorii (ŁAGUNA 2018 s. 377-394).

W kontekście nieruchomości, szczególnie pogrupowanych według wykazanych potrzeb badawczych, zgodnie z posiadanymi cechami lokalizacyjnymi, fizycznymi czy prawnymi oraz występującymi między nimi relacjami, naturalnie uchylone zostają założenia o niezależności i tożsamości rozkładów tychże cech. Wskutek tego przy badaniu za pomocą klasycznych metod pojawia się heteroskedastyczność i/lub autokorelacja składników losowych (por. HOX 2002, SNIJDERS, BOSKER 1999). Rzadkość występowania prostych struktur jednozmiennowych, mnogość rozpatrywanych i uzależnionych wzajemnie cech, a także wymóg niezależności obserwacji powoduje trudności, a czasem wręcz brak możliwości zastosowania prostego modelu regresji i pozostałych metod badawczych wykorzystujących modele liniowe (RADKIEWICZ, ZIELIŃSKI 2010 s. 217-233). W takich sytuacjach nieobciążone estymatory parametrów regresji tracą swoją efektywność, a ich błędy standardowe zmieniają się na ujemnie obciążone (MAAS, HOX 2004 s. 427-440).

Ponadto występujące problemy w budowaniu funkcjonalnych zależności cen nieruchomości od posiadanych przez nie atrybutów (EKELAND, HECKMAN, NESHEIM 2004 s. 60-109) oraz hierarchiczna struktura informacji funkcjonalnych i przestrzennych dostarczanych z rynku nieruchomości (BRUNAUER, LANG, UMLAUF 2010) sprawiają, iż zastosowanie modeli mieszanych umożliwiających uwzględnienie efektów losowych dla poszczególnych grup nieruchomości oraz interakcji między zmiennymi (EKELAND, HECKMAN, NESHEIM 2004 s. 60-109) jest niezwykle atrakcyjne. Dużo bardziej efektywnie jest zbudować jeden model regresji dla poszczególnych grup w zamian

budowania kilku modeli i wykorzystywania w każdym z nich zmiennych binarnych (BRUNAUER, LANG, UMLAUF 2010, BROWN, UYAR 2004 s. 15-23).

7.5. Modele panelowe, przestrzenne modele panelowe (PDM, SpPDM)

Modele ekonometryczne mogą być tworzone na podstawie szeregów przekrojowych (model statyczny - dane przekrojowe opisują reguły kształtowania się zmiennej w danej jednostce czasu), a także i na podstawie prób czasowych (model dynamiczny - zmienna zależna jest procesem stochastycznym określającym zmiany zjawiska w różnych okresach czasu) (MUSZYŃSKA 2006).

W badaniach naukowych celem zwiększenia wielkości próby często łączone są dane przekrojowe z danymi w postaci szeregów czasowych, tworząc wówczas tzw. próbę przekrojowo-czasową, tudzież próbę wymieszaną (WELFE 1977 s. 82). Takie połączenie (ang. pooling) jest dopuszczalne jedynie, gdy wykorzystywane dane dotyczą całej analizowanej populacji lub jej wyłonionej losowo próby. Próby wymieszane dają informacje statystyczne na temat każdej jednostki badania w danym przedziale czasu. Uzyskane dzięki temu dane są wystarczająco liczne, spełniają wymóg względnej jednorodności i pozwalają na dynamiczne analizy zjawisk ekonomicznych (GRABIŃSKI, MALINA, ZELIAŚ 1990 s. 79). Dostarczana większa ilość informacji dotyczących badanego zjawiska istotnie upraszcza wskazanie występujących relacji oraz dokonanie ich prawidłowej oceny. Co więcej, wykorzystanie w analizie prób wymieszanych pozwala na wykonanie bardziej wnikliwej i szczegółowej analizy, która byłaby niemożliwa do przeprowadzenia z wykorzystaniem typowych danych przekrojowych lub szeregów czasowych (BALTAGI 2001 s. 7, DAŃSKA-BORSIAK 2011).

Wykorzystanie prób wymieszanych w modelach ekonometrycznych sprzyja również uzyskaniu wielu korzyści w zakresie estymacji parametrów strukturalnych. Jeżeli analizowane dane powstają w oparciu o zbliżone procesy ekonomiczne i można do nich zastosować ten sam model wówczas jedną ze wspomnianych korzyści jest estymacja danych opisujących wszystkie badane obiekty zamiast estymacji oddzielnie dla każdej jednostki (DAŃSKA 1995 s. 3). Ponadto za sprawą liczniejszych prób zwiększana jest dyspersja zmiennych i liczby stopni swobody, zmniejszana współliniowość (DAŃSKA-BORSIAK 2011) oraz możliwa jest estymacja większej grupy parametrów strukturalnych modelu, które pozwalają uzyskać lepszą dokładność otrzymanych szacunków i łatwiejszą weryfikację statystyczną (MUSZYŃSKA 2006).

Szczególnym przypadkiem danych przekrojowo-czasowych są dane panelowe będące obserwacjami statystycznymi ustalonej grupy analizowanych jednostek w kilku następujących po sobie okresach czasu (DAŃSKA-BORSIAK 2011). Dostarczane obserwacje sekwencyjne dla wybranych jednostek w kolejnych okresach czasu pozwalają nie tylko rozróżnić efekty indywidualne od efektów wynikających z czynników zewnętrznych, ale również kontrolować wpływ wewnętrznego, indywidualnego zróżnicowania jednostek (CIECIELĄG, TOMASZEWSKI 2003 s. 5). Ponadto modele budowane na danych panelowych charakteryzują się również zasadniczym wpływem czynnika czasu na zmienną zależną za pomocą stosowanych opóźnionych wartości wybranych regresorów (MIROTA, NEHREBECKA 2017). Więcej korzyści ze stosowania modeli wykorzystujących dane panelowe oraz trudności wywołanych przez dwuwymiarowe dane można znaleźć m.in. w pracy HSIAO (2003) oraz BALTAGI (2008 s. 6-10).

Różnice między danymi panelowymi, a danymi przekrojowo-czasowymi są jednak tak subtelne, że nierzadko ich nazwy są zamiennie stosowane (np. GRUSZCZYŃSKI 2002), pomimo iż powinny zostać wyraźnie rozdzielone (MUSZYŃSKA 2006). Choć zarówno dane panelowe, jak i próby wymieszane, posiadają cechy próby przekrojowej oraz przymioty szeregu czasowego, to jednak dane panelowe służą przeważnie analizom przekrojowym. Nie bez przyczyny próby panelowe są jednocześnie charakterystycznie szerokie i krótkie, a integralną czy nawet główną częścią analizy jest heterogeniczność jednostek (GREENE 2000 s. 557), bowiem nadmiernie długi okres analizy może sprawić, iż próba nie będzie już reprezentatywna. Dlatego też prawidłowe dane panelowe cechują się tym, iż „liczba obserwowanych obiektów jest bardzo duża w stosunku do liczby punktów w czasie" (DAŃSKA 2000 s. 7).

Wykorzystywanie danych panelowych w modelach ekonometrycznych umożliwia zagregowane ujęcie zróżnicowania jednostek i zmienności czasowej poszczególnych obiektów. Choć estymacja modeli na zagregowanych danych nierzadko przyczynia się do rozmycia teoretycznych cech zależności ekonomicznych to jednak użycie danych panelowych pozwala na „estymację parametrów modeli behawioralnych, które łatwiej interpretować w ramach teorii ekonomii" (MUSZYŃSKA 2006).

Modele tworzone na bazie danych panelowych stanowią tzw. grupę modeli z dekompozycją, wśród których rozróżnia się modele jednoczynnikowe (jednokierunkowe) oraz modele dwuczynnikowe (dwukierunkowe lub modele z dekompozycją jednocześnie przestrzenną i czasową) (MUSZYŃSKA 2006).

Założeniem modeli jednokierunkowych jest występowanie różnic pomiędzy pojedynczymi lub zgrupowanymi jednostkami badania, które dla wybranego podmiotu są niezmienne w czasie. Model ten przedstawia się następująco (MUSZYŃSKA 2006):

$$y_{it} = \alpha + X'_{it}\,\beta + u_{it} \tag{7.47}$$

$$u_{it} = \mu_i + \nu_{it} \tag{7.48}$$

przy czym:

X_{it} – wektor obserwacji na zmiennych egzogenicznych,

$\alpha,\ \beta$ – parametry strukturalne modelu,

u_{it} – losowy składnik modelu,

μ_i – nieobserwowalny, niepodlegający zmianom w czasie i nieuwzględniony w równaniu regresji efekt indywidualny (grupowy) właściwy dla danej jednostki badania,

ν_{it} – pozostała, czysto losowa część składnika losowego,

$i = 1,\ldots,N$ – kolejne obiekty,

$t = 1,\ldots,T$ – kolejne jednostki czasu.

Efekty indywidualne można traktować jako wielkości losowe bądź jako zmienne nielosowe, a zatem można wyodrębnić wśród modeli jednokierunkowych modele efektów zmiennych bądź modele efektów stałych. Modele z efektami zmiennymi bazują na koncepcji, że efekty grupowe mają charakter parametrów zmiennych o znanym rozkładzie. Takie założenie sprawia, iż modele te nazywane są modelami ze składnikami błędu bądź też modelami z dekompozycją składnika losowego. W drugim przypadku zakłada się, iż efekty grupowe mają cechy stałych parametrów, a przez to w literaturze modele z efektami stałymi określa się również mianem modeli ze sztucznymi zmiennymi bądź też modeli z dekompozycją wyrazu wolnego (MUSZYŃSKA 2006).

Podstawą budowy modeli dwukierunkowych jest założenie o istnieniu zarówno efektów grupowych, jak i efektów czasowych. Oznacza to, iż wszystkie analizowane jednostki obarczone są tym samym zaburzeniem losowym w jednym czasie. Równanie na model dwuczynnikowy jest analogiczny do równania na model jednoczynnikowy, z tą różnicą że składnik losowy rozkłada się na trzy elementy:

$$u_{it} = \mu_i + \lambda_t + \nu_{it} \tag{7.49}$$

przy czym:

λ_t – nieobserwowalny, stały dla wszystkich jednostek badania i nieuwzględniony w równaniu regresji efekt specyficzny dla czasu.

Również w kontekście modeli dwukierunkowych w zależności od założenia dotyczącego efektów grupowych i czasowych wyodrębnia się modele efektów zmiennych i modele efektów stałych.

Specyfikacja modeli panelowych daje możliwość dostrzeżenia różnic pomiędzy poszczególnymi okresami czasu dla tego samego podmiotu oraz między podmiotami w tym samym czasie. Jednak wybór właściwej procedury estymacji nie zależy od stopnia dekompozycji, a od założeń dotyczących stałości bądź losowości efektów czasowych i grupowych (MUSZYŃSKA 2006). Zazwyczaj modele z efektami stałymi wykorzystywane są do danych charakteryzujących się małą liczbą jednostek i długim okresem badania czyli w sytuacjach, gdy różnice między jednostkami będą odzwierciedlone w różnicach w wyrazie wolnym. Modele te będą odpowiednie do procesów i wysuwanych wniosków skoncentrowanych wyłącznie na wybranej grupie badanych jednostek (BALTAGI 2001 s. 7). Funkcjonuje przy tym założenie, iż różnice między badanymi podmiotami są reprezentowane przez inne wartości stałej oraz że inne są również wartości oceny wyrazu wolnego dla każdego z nich. W efekcie uwzględniony jest wpływ wszystkich czynników stałych w czasie i charakterystycznych dla danego podmiotu analizy. Model taki ma zastosowanie jedynie do badanych, a nie do dodatkowych i spoza próby, jednostek (GREENE 2000 s. 557).

Jeżeli natomiast zakłada się, że realizacją zmiennej losowej o znanym rozkładzie jest efekt grupowy oraz że elementy do badania stanowią losową, ale i reprezentatywną część większej populacji, a wysuwane wnioski można odnieść do całej populacji wówczas model z dekompozycją składnika losowego jest bardziej użyteczny (BALTAGI 2001 s. 7).

W literaturze przedmiotu funkcjonuje przekonanie, iż modele z efektami losowymi są zazwyczaj bardziej przydatne, niż modele z efektami stałymi, ponieważ do oszacowania parametrów wykorzystuje się zarówno różnice między grupami, jak również i różnice między okresami. Uzasadnia się to również tym, że uwzględnienie sztucznych zmiennych w modelu wywołuje znaczną utratę stopni swobody, a efekty grupowe, podobnie do składnika losowego, są pewnym wyrazem nieznajomości budującego model, stąd też powinny one być również traktowane jako element losowy (DAŃSKA 2000 s. 7). Modele efektów stałych mają jednak jedną kluczową zaletę, bowiem odwrotnie do modeli efektów losowych, dzięki uznaniu korelacji efektów indywidualnych z pozostałymi

regresorami eliminuje się ryzyko utraty zgodności estymatora ze względu na pominięte zmienne (GREENE 2000 s. 557).

Analiza danych panelowych jest realizowana poprzez estymację klasyczną metodą najmniejszych kwadratów (KMNK) modelu efektów stałych bądź efektów losowych (GRUSZCZYŃSKI 2002). Ten rodzaj estymacji modelu wykorzystującego dane panelowe stosowany jest w przypadku, gdy wszystkie obiekty są homogeniczne, a odchylenia wartości empirycznych od hipotetycznych zmiennej zależnej wynikają jedynie ze składnika losowego (FRANC-DĄBROWSKA 2009 s. 31-40). Użycie tej estymacji jest jednak możliwe tylko jeśli nie występuje efekt indywidualny, a wykorzystywana baza danych stanowi zbiór danych przekrojowych. Model, który podlega estymacji KMNK przedstawia się następująco (KUFEL 2007 s. 164-169):

$$y_{it} = x_{it}\beta + v_{it} \tag{7.50}$$

gdzie:

y_{it} – zmienna objaśniana,

x_{it} – zmienna objaśniająca (w ogólności wektor zmiennych objaśniających),

β – wektor o wymiarze N parametrów strukturalnych modelu,

v_{it} – łączny błąd losowy, składający się z części czysto losowej ε_{it} oraz efektu indywidualnego u_i odnoszącego się do konkretnej i -tej jednostki panelu ($v_{it} = \varepsilon_{it} + u_i$).

Modele panelowe z efektami stałymi są kolejną metodą analizy danych i eliminują ustalone efekty indywidualne i okresowe poprzez uśrednienie modelu za pomocą czasu - indeks t (KUFEL 2007 s. 164-169). Przyjmuje on następującą postać:

$$y_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^{k} \beta_{kit} x_{kit} + \varepsilon_{it} \tag{7.51}$$

Przyjmuje się, że parametr α_i jest indywidualnym dla poszczególnych jednostek wyrazem wolnym, którego oszacowanie obejmuje wpływ wszystkich charakterystyk nieuwzględnionych w wektorze zmiennych jawnych.

Z kolei w modelu panelowym z efektami losowymi każdej jednostce przypisuje się pewną zmienną losową, która wywołuje efekt indywidualny w danym okresie czasu. Ostatecznie efekty indywidualne nie są traktowane w formie parametrów, a model przyjmuje następującą postać:

$$y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^{k} \beta_{kit} x_{kit} + \upsilon_{it} \tag{7.52}$$

Przy tym modelu zakłada się, że zmienne objaśniające i składniki losowe oraz ich efekty indywidualne są niezależne dla wszystkich jednostek i. Wówczas przyjęcie, że wyrazy wolne są stałe powoduje, iż otrzymywany składnik losowy odzwierciedla rozbieżności pomiędzy obiektami i okresami. W odwrotnej sytuacji stanowiącej o zmienności współczynnika w stosunku do różnych okresów i obiektów otrzymywany jest model dwuczynnikowy.

Estymacja GLS (UMNK) wymaga oszacowania wariancji odnoszącej się do zmian w obrębie każdej jednostki przekrojowej (σ_ε^2) oraz wariancji zmienności między jednostkami (σ_υ^2) zwanych odpowiednio „within" oraz „between". Jest kilka sposobów oszacowania tych wartości, a szczegółowy opis tych metod można odnaleźć w pracach BALTAGI (1995), SWAMY, ARORA (1972 s. 261-275) oraz NERLOVE (1971 s. 359-382).

Modele panelowe znajdują szerokie zastosowanie niewątpliwie do analiz ekonometrycznych (BALTAGI 2005 s. 1-293) czy samych analiz ekonomicznych (BALTAGI 2005 s. 1-293, KOROL, SZCZUCIŃSKI 2012 s. 209-224), ale również do badania bezpieczeństwa ruchu drogowego (WESZCZAK 2016 s. 5-21), zależności zjawisk demograficznych od czynników gospodarczych (WASILEWSKA, PIETRYCH 2018 s. 481-492) czy do badania zanieczyszczenia środowiska i wzrostu gospodarczego (WANG, GUAN, ZHANG 2010 s. 818-825). Wagę modeli panelowych podkreślają również GRILICHES, INTRILIGATOR (2007 s. 1248-1318) oraz HSIAO (2003 s. 311-316).

Przedstawiony powyżej model panelowy nie uwzględnia jednak specyficznych cech obiektów zlokalizowanych przestrzennie. Należy zauważyć, iż podobnie do analizy szeregów czasowych, ma miejsce wzajemne oddziaływanie między sąsiadującymi obserwacjami, z tą różnicą tylko, że czas może wywierać wpływ tylko w jedną stronę (czas przeszły oddziałuje na teraźniejszość i przyszłość), a oddziaływanie przestrzenne może być w każdym kierunku geograficznym. Co więcej, dysponując danymi przestrzenno-czasowymi trzeba mieć oczywiście na uwadze możliwość zmiany oddziaływania pomiędzy obiektami nie tylko w przestrzeni, ale i w czasie.

Zanim jednak zdefiniowany zostanie przestrzenny model panelowy, określa się położenie poszczególnych jednostek względem siebie nawzajem. W tym celu wykorzystuje się różnie określone macierze sąsiedztwa. Macierz ta może być zdefiniowana zgodnie z przytoczoną w rozdziale 7.1 literaturą lub na podstawie przeglądu

przedstawionego w pracy u ANSELIN (1988b) oraz SUCHECKI (2010). Zasady jakie powinny spełniać owe macierze dla danych panelowych zostały przedstawione w pracy ELHORST (2010). Do analizy danych przestrzenno-czasowych, gdzie charakter relacji może być zmienny w czasie, określenie macierzy sąsiedztwa odgrywa szczególnie istotną rolę, bo choć wspólna granica czy odległość geograficzna są niezmienne, to już wykorzystywana odległość transportowa czy wartości zmiennych ekonomicznych do określania powiązań już tak. W przestrzennych modelach panelowych macierz wag W stanowi macierz blokowo-diagonalną o wymiarach $NT \times NT$. Jeżeli potwierdzone jest założenie o stałości w czasie powiązań między poszczególnymi jednostkami, wtedy macierz wag wygląda następująco: $I_T \otimes W$. W sytuacji przeciwnej bloki na diagonali macierzy są różne (CIOŁEK, BRODZICKI 2012).

Ogólny wzór na przestrzenny model panelowy, określany również mianem panelowego modelu przestrzennej autoregresji z przestrzenną autokorelacją zakłóceń SARAR (*Panel Spatial Autoregresive and Spatially Autocorrelated Model*), zdefiniowany przy pomocy macierzy W i określonego charakteru powiązań między obserwacjami, przedstawia się następująco (ELHORST 2003):

$$y_{it} = \lambda W_1 y_{it} + x_{it}\beta + \mu_i + u_{it} \qquad u_{it} = \rho W_2 u_{it} + \varepsilon_{it} \tag{7.53}$$

przy czym:

W_1 , W_2 – macierze wag reprezentujące powiązania między jednostkami o wymiarach $NT \times NT$,

1 – współczynnik autoregresji przestrzennej,

r – współczynnik przestrzennej autokorelacji zakłóceń losowych,

ε_{it} – zakłócenia losowe.

Określenie dwóch różnych macierzy W stanowi, że przyjęto założenie o możliwym do wystąpienia innym sposobie kształtowania autoregresji niż przestrzenna autokorelacja zakłóceń. Jednak w praktyce najczęściej stosowana jest ta sama macierz wag we wszystkich komponentach modelu, a zakłócenia losowe ε_{it} nie muszą nawet cechować się sferycznością.

Szczególnym przypadkiem przestrzennego modelu panelowego są:

- panelowy model SAR (Panel Spatial Autoregresive Model), gdzie parametr $\rho = 0$:

$$y_{it} = \lambda W y_{it} + x_{it}\beta + \mu_i + \varepsilon_{it} \qquad \varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2 I) \tag{7.54}$$

- panelowy model SEM (Panel Spatial Error Model), w którym $\lambda = 0$:

$$y_{it} = x_{it}\beta + \mu_i + u_{it} \;\; \lambda = 0 \qquad u_{it} = \rho W u_{it} + \varepsilon_{it} \qquad \varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma^2 I) \tag{7.55}$$

Ujęcie w modelu panelowym zależności przestrzennych istotnie wpływa na sposób dokonywanej estymacji tego modelu. W kontekście przestrzennego modelu panelowego z efektami ustalonymi (SFE) należy uwzględnić endogeniczność Wy_{it}, czyli $E(Wy_{it}\varepsilon_{it}) \neq 0$ w zwykłej regresji oznaczającą obciążenie estymatora, oraz wpływ przestrzennej zależności między obserwacjami w każdej jednostce czasu na estymację indywidualnych i okresowych efektów ustalonych.

Do rozwiązania problemu z zakresu endogeniczności w estymacji parametrów modelu wykorzystuje się metodę największej wiarygodności (MNW). W efekcie, przy założeniu ustalonych efektów indywidualnych (*oneway FE*), dla panelowego modelu SAR uzyskiwany jest wówczas poniższy logarytm funkcji wiarygodności (ANSELIN, LE GALLO, JAYET 2006):

$$LogL = -\frac{NT}{2}\log(2\pi\sigma^2) + T\log\left|I_N - \lambda W\right| + -\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(y_{it} - \lambda W y_{it} - x_{it}\beta - \mu_i)^2 \tag{7.56}$$

Po przyrównaniu pochodnych cząstkowych ze wzoru (7.56) po μ_i do 0 otrzymuje się:

$$\frac{\partial LogL}{\partial \mu_i} = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}(y_{it} - \lambda W y_{it} - x_{it}\beta - \mu_i = 0 \qquad i = 1, \ldots, N \tag{7.57}$$

A po rozwiązaniu równania (7.57) względem μ_i otrzymuje się:

$$\mu_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_{it} - \lambda W y_{it} - x_{it}\beta) \qquad i = 1, \ldots, N \tag{7.58}$$

Oznacza to jednoznacznie, że nawet w kontekście najprostszych przestrzennych modeli panelowych estymacja dowolnego parametru winna uwzględniać charakter relacji przestrzennych. W pracy ANSELIN i HUDAK (1992) można odnaleźć szczegółowe wyjaśnienia na temat szacowania parametrów β, λ i σ^2 przy użyciu metody największej wiarygodności (MNW) w przekrojowym modelu SAR. Jednak należy zwrócić wówczas uwagę na to, iż w zakresie modeli panelowych występuje nie N, a NT liczby obserwacji.

Szerzej na temat wyprowadzenia estymatorów dla modeli panelowych SAR i SEM można odnaleźć w pracy ELHORSTA (2010), w której estymator MNW parametrów β dla modelu FE SAR ma postać:

$$\hat{\beta} = (X'X')^{-1}X'\left[Y - \lambda\left(I_T \otimes W\right)Y\right] \tag{7.59}$$

gdzie:

Y – NT-elementowy wektor kolumnowy

X – macierz obserwacji na zmiennych objaśniających o wymiarach ($K \times NT$).

Wariancja resztowa ma przy tym postać:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{NT}\left(e_0 - \lambda e_1\right)'\left(e_0 - \lambda e_1\right) \tag{7.60}$$

przy czym:

e_0 - reszta z oszacowania MNK regresji Y względem zmiennych X,

e_1 - reszta z oszacowania MNK regresji $\left(I_T \otimes W\right)Y$ względem zmiennych X.

W przytoczonej pracy ELHORSTA zawarto również wzory na asymptotyczną macierz wariancji i kowariancji parametrów oraz formuły wyznaczania estymatorów MNW dla pozostałych modeli panelowych.

O poprawności utworzonych modeli panelowych czy przestrzennych modeli panelowych nie świadczy tylko wybór właściwej procedury estymacji, ale również uzyskany wynik z przeprowadzonych testów mających za zadanie weryfikację przyjętych założeń w zakresie losowości bądź stałości efektów czasowych i grupowych.

Jednym z nich jest Test F (Chowa), który ocenia stabilność parametrów strukturalnych i sprawdza czy uzasadnione jest wyodrębnianie efektów grupowych szacowanych jako parametry przy zmiennych zero-jedynkowych. Hipoteza zerowa stanowi, iż wyszczególnianie efektów grupowych jest nieuzasadnione z uwagi na statystycznie nieistotny łączny wpływ sztucznych zmiennych. Hipoteza zerowa dla modeli jednoczynnikowych ma postać:

$$\begin{gathered} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_{N-1} = 0 \\ H_1 : \mu_1 \neq 0, lub\, \mu_2 \neq 0, lub \ldots \mu_{N-1} \neq 0 \end{gathered} \tag{7.61}$$

Empiryczna statystyka F mająca za zadanie weryfikację postawionych hipotez obliczana jest według wzoru:

$$F_1 = \frac{u'u - u'_W u_W}{u'_W u_W} \times \frac{NT - N - K}{N - 1} \tag{7.62}$$

przy czym:

u – stanowi wektor reszt modelu nieuwzględniający sztucznych zmiennych (tzw. pooled regression),

u_W – jest wektorem reszt otrzymanych przy wykorzystaniu estymatora LSDW.

Powyższa statystyka F_1 ma rozkład $(N-1)$ i $(NT-N-K)$ stopni swobody. Jeżeli wartość F przewyższa odpowiednią wartość krytyczną wówczas odrzuca się hipotezę zerową, a przyjmuje się hipotezę alternatywną (DAŃSKA-BORSIAK 2011).

Modele dwuczynnikowe uwzględniają sztuczne zmienne opisujące efekty grupowe oraz efekty czasowe. Weryfikuje się w nich łączną istotność zmiennych zero-jedynkowych bądź tylko sztucznych zmiennych jednej grupy. Stawiana wówczas hipoteza zerowa przedstawia się następująco:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_{N-1} = 0 \wedge \lambda_1 = \ldots = \lambda_{T-1} = 0 \tag{7.63}$$

a weryfikuje się nią z wykorzystaniem statystyki F w postaci:

$$F_2 = \frac{u'u - u'_W u_W}{u'_W u_W} \times \frac{(N-1)(T-1) - K}{N + T - 2} \tag{7.64}$$

Wartość statystyki F_2 przyrównuje się do wartości krytycznej odczytanej z rozkładu F dla $(N + T - 2)$ przy $\left[(N-1)(T-1) - K\right]$ stopniach swobody. Jeżeli wartość statystyki F_3 jest mniejsza od odczytanej wówczas następuje potwierdzenie hipotezy zerowej, które świadczy o łącznej nieistotności ogółu sztucznych zmiennych.

Hipoteza zerowa do weryfikacji istotności efektów grupowych przyjmuje następującą postać:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_{N-1} = 0 \wedge \lambda_1 \neq 0, \text{ dla } t = 1, \ldots = T - 1 \tag{7.65}$$

a do sprawdzenia istotności efektów czasowych prezentuje się następująco:

$$H_0 : \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_{T-1} = 0 \wedge \mu_1 \neq 0, \text{ dla } i = 1, \ldots = N - 1 \tag{7.66}$$

Powyższe hipotezy weryfikuje się empiryczną statystyką F w postaci:

$$F_3 = \frac{u_T' u_T - u_W' u_W}{u'_W u_W} \times \frac{(N-1)(T-1)-K}{N-1} \tag{7.67}$$

przy czym:

u_T – oznacza wektor reszt modelu dla zmiennych zero-jedynkowych opisujących w zależności od stawianej hipotezy efekty czasowe tudzież efekty grupowe.

Statystyka F_3 jest o rozkładzie $(N-1)$ oraz o $\left[(N-1)(T-1)-K\right]$ stopniach swobody. Potwierdzenie hipotezy zerowej ma miejsce wtedy, gdy wartość F_3 nie przewyższa wartości krytycznej.

Przeprowadzenie weryfikacji hipotezy o wyższości statystycznej modelu z dekompozycją składnika losowego nad modelem, w którym efektów grupowych bądź czasowych nie wyszczególniono jest możliwe z wykorzystaniem testu Breuscha-Pagana opartego na mnożniku Lagrange'a.

Hipoteza zerowa stanowiąca o łącznej nieistotności efektów czasowych i efektów grupowych ma postać:

$$H_0 : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 = 0 \tag{7.68}$$

a do jej weryfikacji stosuje się mnożnik Lagrange'a wyznaczonego wzorem:

$$LM = LM_1 + LM_2 \tag{7.69}$$

gdzie:

$$LM_1 = \frac{NT}{2(T-1)}\left[1 - \frac{u'(I_N \otimes J_T)u}{u'u}\right]^2 \tag{7.70}$$

$$LM_2 = \frac{NT}{2(N-1)}\left[1 - \frac{u'(J_N \otimes I_T)u}{u'u}\right]^2 \tag{7.71}$$

u – są to reszty modelu niewyróżniającego efektów czasowych i grupowych.

Jeżeli wartość statystyki mnożnika Lagrange'a o rozkładzie χ^2 i z dwoma stopniami swobody przekracza wartość krytyczną wówczas efekty czasowe i grupowe są istotne statystycznie.

Test Breuscha-Pagana stosuje się także do odrębnego sprawdzania istotności efektów czasowych i istotności efektów grupowych. Hipoteza zerowa stanowiąca o nieistotności

statystycznej efektów grupowych weryfikowana jest na podstawie statystyki LM_1 i przyjmuje postać:

$$H_0 : \sigma_\mu^2 = 0 \tag{7.72}$$

Natomiast hipoteza zerowa:

$$H_0 : \sigma_\lambda^2 = 0 \tag{7.73}$$

świadczy o nieistotności statystycznej efektów czasowych i weryfikowana jest z wykorzystaniem statystyki LM_2. Obie statystyki mają rozkład χ^2 z wyłącznie jednym stopniem swobody, a hipotezy zerowe są odrzucane, gdy wartości LM przewyższają wartości krytyczne.

Budowanie modeli efektów stałych wiąże się z koniecznością dodatkowego uwzględnienia w równaniach regresji sztucznych zmiennych wywołując wówczas utratę znacznej liczby stopni swobody oraz pogorszenie własności estymatorów parametrów α i μ_i. Z kolei w modelach efektów zmiennych zakłada się, że efekty grupowe μ_i nie są zsynchronizowane ze zmiennymi egzogenicznymi. Jeżeli warunek ten nie jest spełniony wówczas przeoczenie istotnych zmiennych może wywołać heteroskedastyczność składnika losowego.

Test Hausmana, który opiera się na własnościach estymatorów wewnątrzobiektowych i uogólnionej metody najmniejszych kwadratów (UMNK), pozwala sprawdzić ortogonalność efektów grupowych w stosunku do macierzy X. Występowanie korelacji pomiędzy zmiennymi egzogenicznymi, a składnikiem losowym sprawia, iż estymator $\hat{\beta}_{UMNK}$ zmienia się w niezgodny i obciążony. Tymczasem estymator $\tilde{\beta}_W$ ze względu na przekształcenie zastosowane przy jego konstrukcji niweluje przyczynę korelacji w postaci efektów grupowych, a dzięki temu estymator pozostaje nieobciążony i zgodny.

W tym teście hipoteza zerowa, która stanowi, iż brak jest korelacji pomiędzy zmiennymi egzogeniczymi, a składnikiem losowym, przedstawia się następująco:

$$H_0 : E\left(u_{it} / X_{it}\right) = 0 \tag{7.74}$$

Potwierdzenie powyższej hipotezy oznacza, iż estymator wewnątrzobiektowy i estymator uogólnionej metody najmniejszych kwadratów (UMNK), są zgodne, a jeżeli zostanie ona odrzucona na korzyść hipotezy alternatywnej $H_0 : E\left(u_{it} / X_{it}\right) \neq 0$, wówczas

tylko estymator $\tilde{\beta}_W$ pozostaje zgodny, a estymator $\hat{\beta}_{UMNK}$ traci zgodność. Weryfikacja w ramach testu Hausmana opiera się na różnicy między tymi estymatorami w sytuacji, gdy hipoteza zerowa jest niepotwierdzona.

$$H = \hat{q}_1 ' \left[var\left(\hat{q}_1\right) \right]^{-1} \hat{q}_1 \tag{7.75}$$

gdzie:

$\hat{q}_1 = \hat{\beta}_{UMNK} - \tilde{\beta}_W$,

$var\left(\hat{q}_1\right) = var\left(\tilde{\beta}_W\right) - var\left(\hat{\beta}_{UMNK}\right)$.

Statystyka testu H (Hausmana) jest o rozkładzie χ^2 z k stopniami swobody, przy czym k oznacza liczbę zmiennych w macierzy X.

Warto na koniec zaznaczyć, że testu Hausmana w tym kształcie nie można bezpośrednio stosować do modeli przestrzennych, a tylko w formule wprowadzonej przez PACE i LESAGE (2008) umożliwiającej zastosowanie go dla danych przestrzenno-czasowych.

8. CHARAKTERYSTYKA DANYCH ŹRÓDŁOWYCH DO ANALIZ

Do badań mających na celu opracowanie merytorycznych podstaw budowy przestrzennych modeli procesów wartościotwórczych na rynku nieruchomości mieszkaniowych wykorzystano, w zależności od skali odniesienia, dane z powiatowych jednostek statystycznych z lat 2011-2020 zgromadzonych przez Główny Urząd Statystyczny (www.stat.gov.pl). Dane przedstawione jako zmienne objaśniające (symbole X_1-X_{10}) reprezentują sytuację demograficzną, gospodarczą, ekonomiczną i środowiskową w danych jednostkach podziału administracyjnego, w tym przypadku - powiatów. Wybrane zmienne objaśniające mogą potencjalnie mieć wpływ na zmienne objaśniane przedstawiające stan rynków nieruchomości (symbole Y_1-Y_2) oraz stan zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych (symbole Y_{1P}-Y_{2P}) w poszczególnych powiatach. Wyboru zmiennych objaśniających dokonano na podstawie przeglądu literatury zawartego w rozdziale 3.2.

Wszystkie przyjęte wskaźniki ujęte zostały w wartościach względnych rozwiązując tym samym problem wysokiej korelacji z wielkością jednostki statystycznej. Zestawienie przyjętych wskaźników do analizy wraz z poszczególnymi oznaczeniami przedstawia poniższa tabela 8.1.

Tabela 8.1 Zestawienie wskaźników przyjętych do analizy

Wskaźnik (zmienna)	**Oznaczenie w modelu**
Średnia cena sprzedaży 1m^2 lokalu mieszkalnego w ramach transakcji rynkowych	Y_1
Liczba dokonywanych transakcji rynkowych / 1000 os.	Y_2
Liczba mieszkań / 1000 os.	Y_{1P}
Liczba oddawanych mieszkań / 1000 os.	Y_{2P}
Odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym w ogólnej liczbie ludności	X_1
Gęstość zaludnienia na 1km^2	X_2
Stopa bezrobocia rejestrowanego w %	X_3
Podmioty gospodarki narodowej wpisane do rejestru REGON / 10000 os.	X_4
Dochody budżetów gmin na 1 mieszkańca	X_5
Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto	X_6
Ilość zawartych małżeństw / 1000 os.	X_7
Przyrost naturalny / 1000 os.	X_8
Saldo międzypowiatowych migracji na pobyt stały / 1000 os.	X_9
Emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe t/r na 1km^2	X_{10}

Źródło: opracowanie własne

W poniższej tabeli 8.2 ukazano charakterystykę liczbową i statystykę wszystkich zmiennych przyjętych do analizy z roku 2020.

Tabela 8.2 Charakterystyka liczbowa zmiennych przyjętych do analizy z roku 2020

Wskaźnik (symbol)	min	max	średnia	mediana	Odch. stand.	Statystyka Morana I	p-value
Y_1	1293,199	10941,714	3283,969	3113,346	1186,749	0,391	< 0,001
Y_2	0,028	24,320	4,027	3,087	3,596	0,295	< 0,001
Y_{1P}	249,670	568,750	366,171	356,730	53,320	0,301	< 0,001
Y_{2P}	0,109	20,253	4,270	3,494	3,092	0,367	< 0,001
X_1	0,328	0,403	0,372	0,374	0,013	0,309	< 0,001
X_2	19,000	3690,000	366,061	90,000	647,279	0,228	< 0,001
X_3	1,700	24,300	8,124	7,200	3,845	0,446	< 0,001
X_4	586,695	2649,069	1034,457	984,825	291,593	0,503	< 0,001
X_5	4735,420	14753,110	6057,147	5739,875	1024,246	0,169	< 0,001
X_6	3872,060	8920,410	4773,944	4638,180	580,538	0,227	< 0,001
X_7	2,600	5,100	3,661	3,650	0,432	0,276	< 0,001
X_8	-0,013	0,007	-0,004	-0,004	0,003	0,504	< 0,001
`X_9	-0,007	0,025	-0,001	-0,002	0,004	0,167	< 0,001
X_{10}	0,000	8,040	0,287	0,020	0,804	0,032	0,144

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie wyników uzyskanych ze statystyki Morana I stwierdzono, iż każda z przyjętych zmiennych jest dodatnio skorelowana przestrzennie, bowiem nie pojawiła się wartość mniejsza niż 0 (generalnie zakres możliwych do uzyskania wyników zawiera się w przedziale od -1 do 1, jednak w szczególnych przypadkach statystyka Morana I może wykraczać poza wskazany zakres wartości). Największe wartości uzyskanych wyników statystyki Morana I odnosiły się do przyrostu naturalnego, podmiotów REGON i stopy bezrobocia rejestrowanego, a najmniejsze zaś dotyczyły emisji pyłów, migracji i dochodów budżetów gmin (tabela 8.2).

Dodatkowo wykonano kartogramy przedstawiające skupienia klastrów zarówno wysokich, jak również i niskich wartości (szerzej: opis do rysunku 7.1), które zaprezentowane zostały zbiorczo na rysunku 8.1

Not Significant / Nieistotne

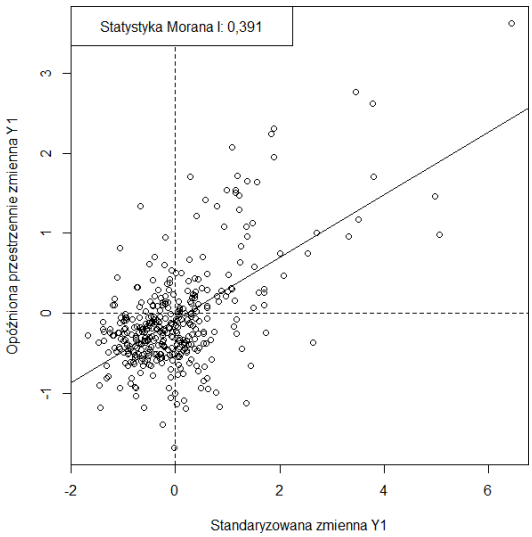
High-High / Wysokie-Wysokie

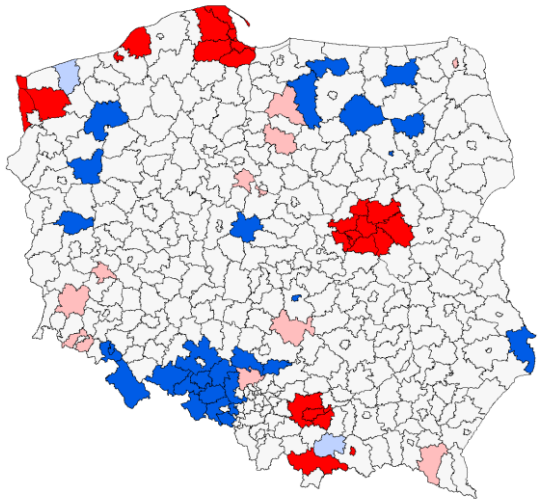
Low-Low / Niskie-Niskie

Low-High / Niskie-Wysokie

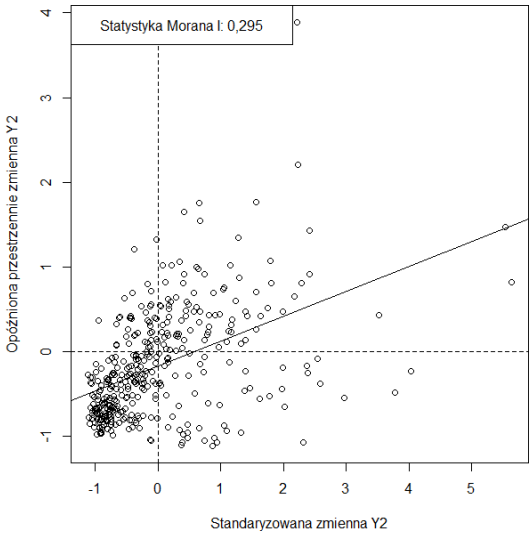
High-Low / Wysokie-Niskie

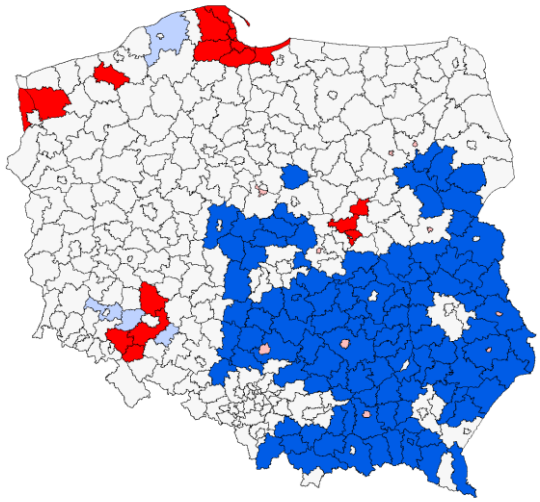
Y_1 - Średnia cena sprzedaży lokalu mieszkalnego w ramach transakcji rynkowych



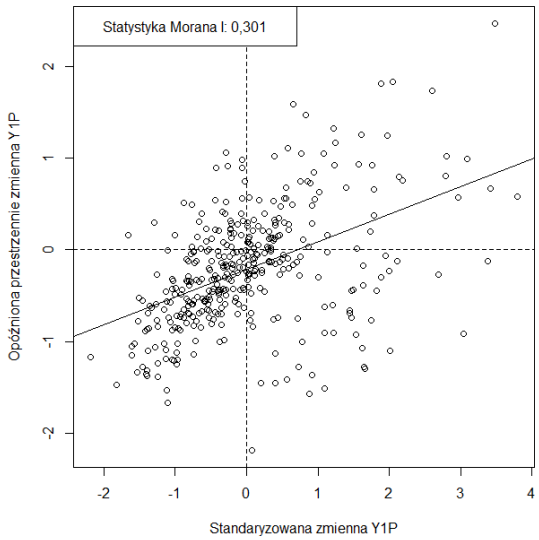


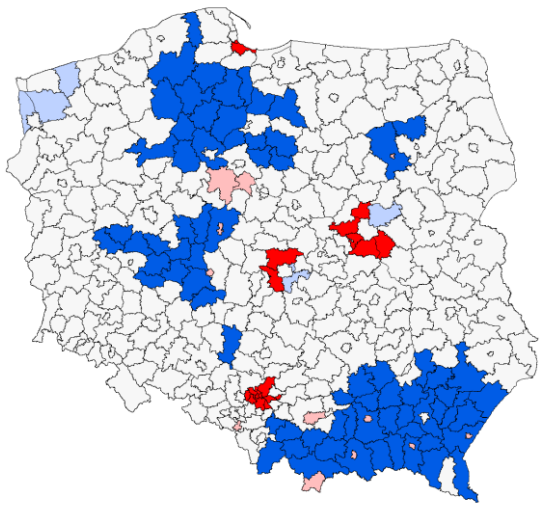
Y_2 - Liczba dokonywanych transakcji rynkowych / 1000 os.



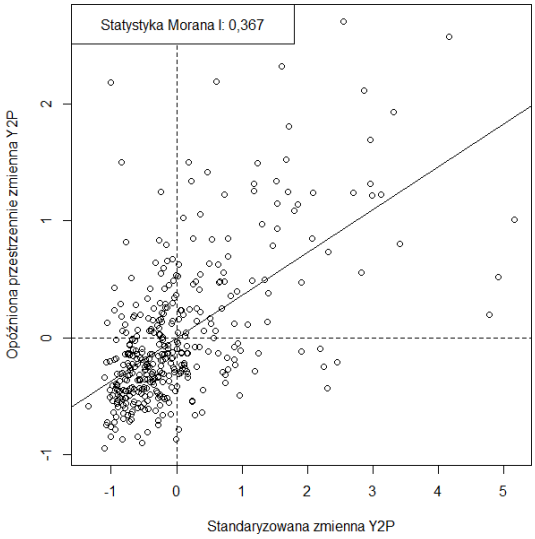


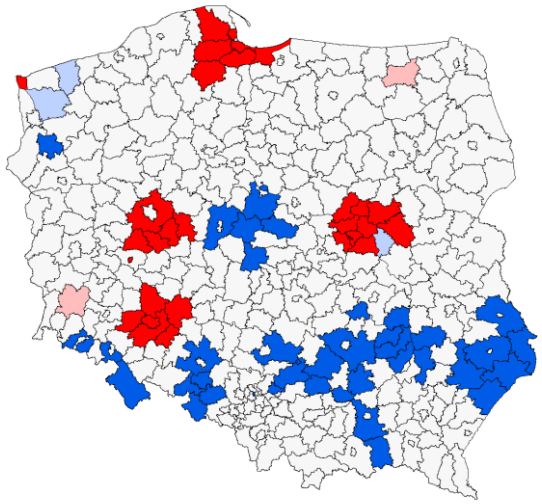
Y_{1P} – Liczba mieszkań / 1000 os.



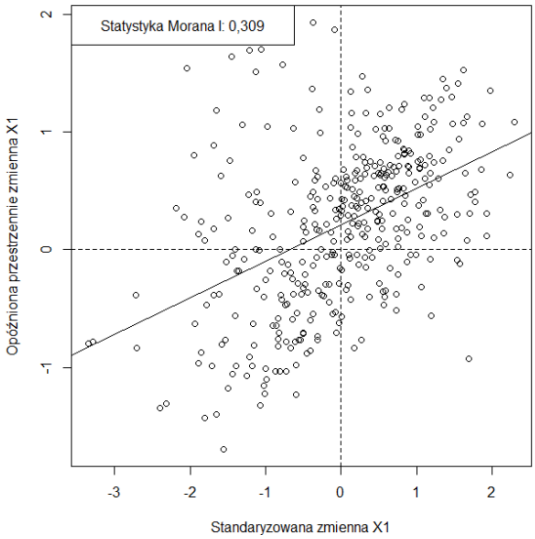


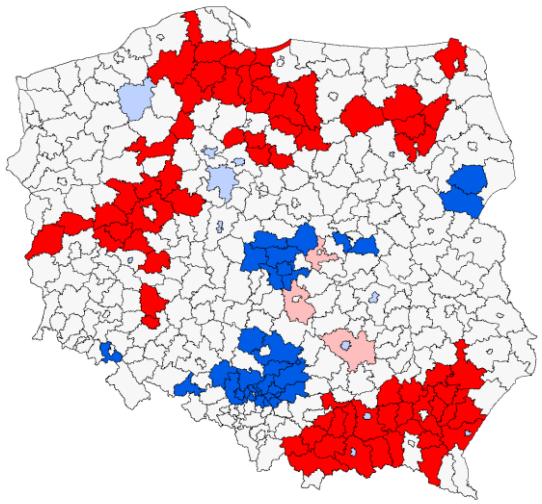
Y_{2P} - Liczba oddawanych mieszkań / 1000 os.



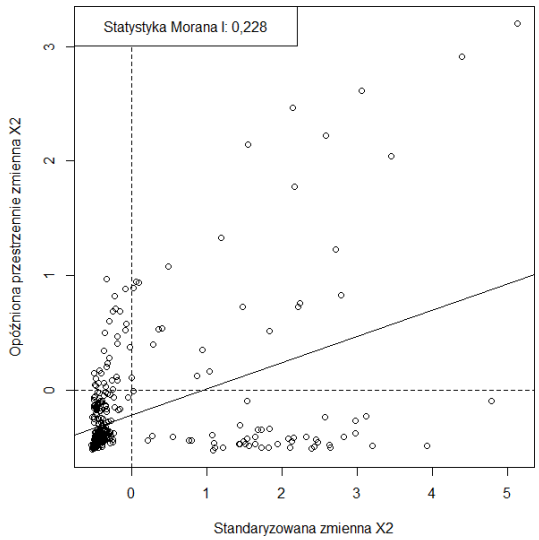


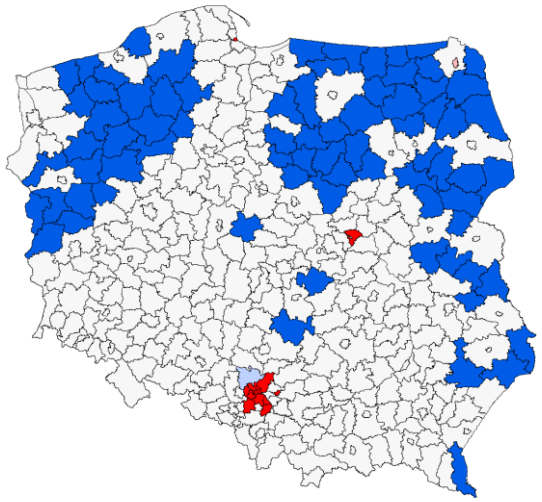
X_1 - Odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym w ogólnej liczbie ludności



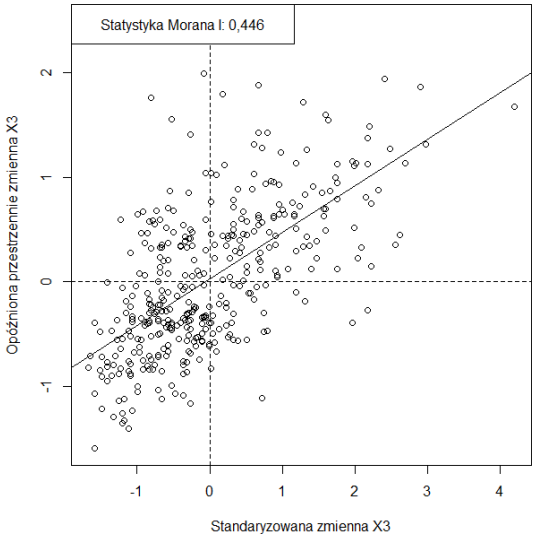


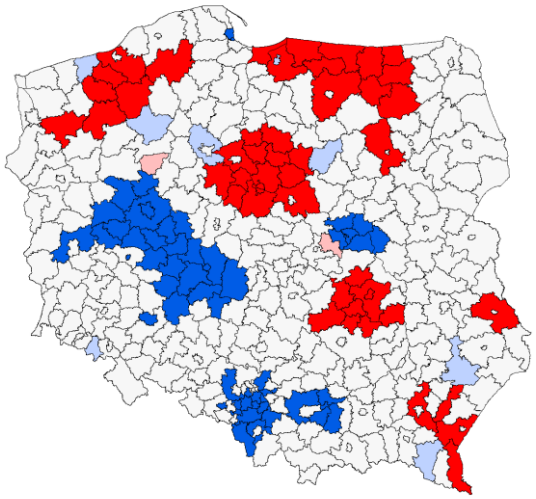
X_2 - Gęstość zaludnienia



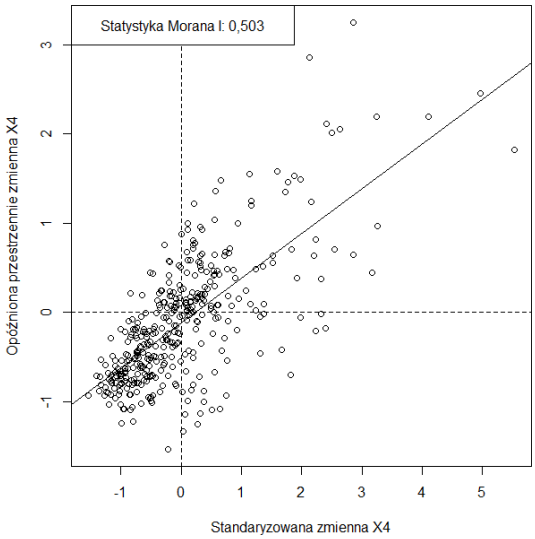


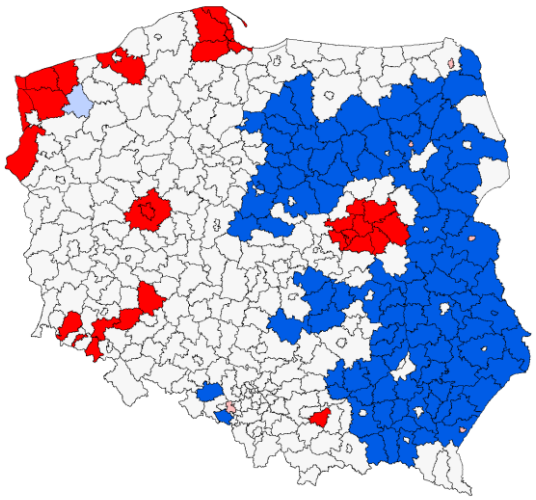
X_3 - Stopa bezrobocia rejestrowanego



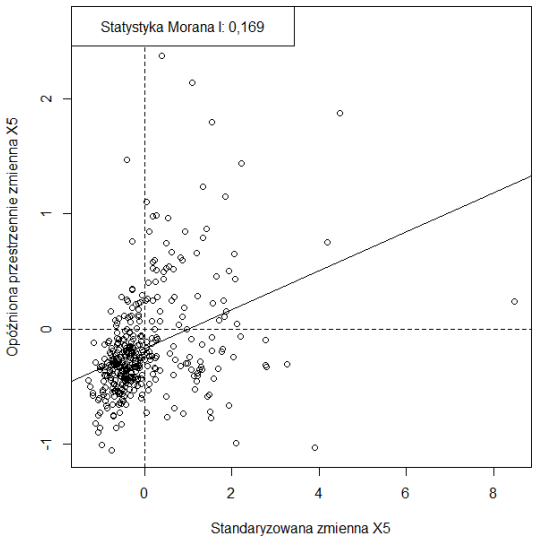


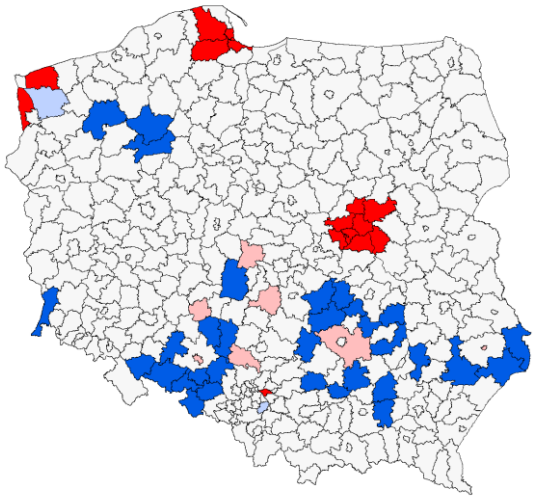
X_4 - Podmioty gospodarki narodowej wpisane do rejestru REGON / 10000 os.



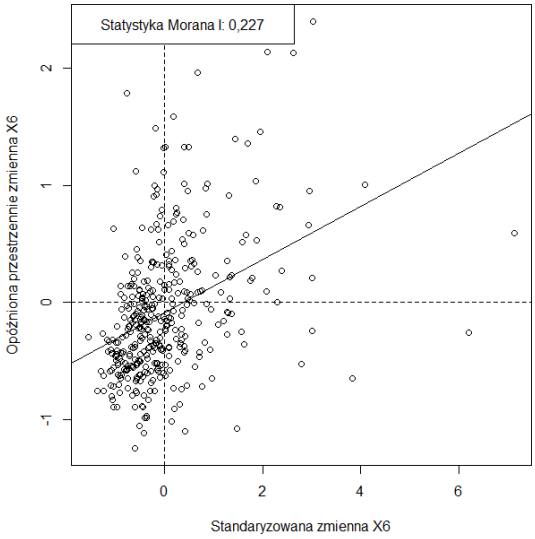


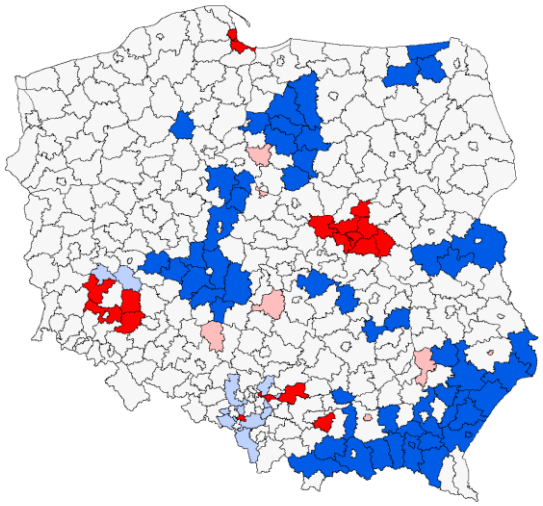
X_5 - Dochody budżetów gmin na 1 mieszkańca



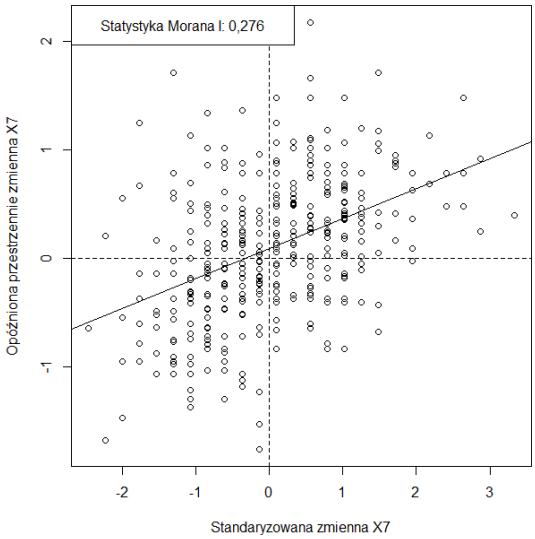


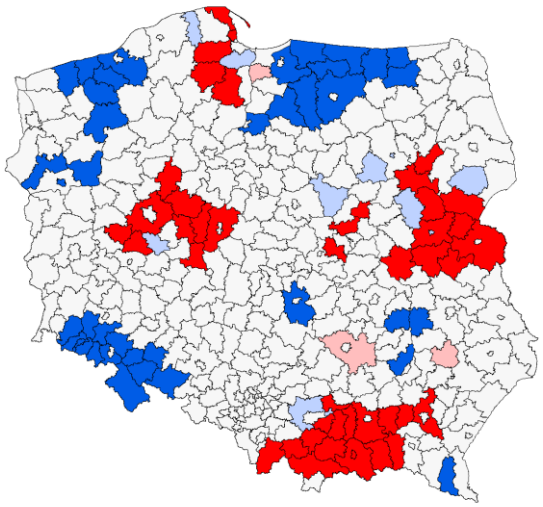
X_6 - przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto



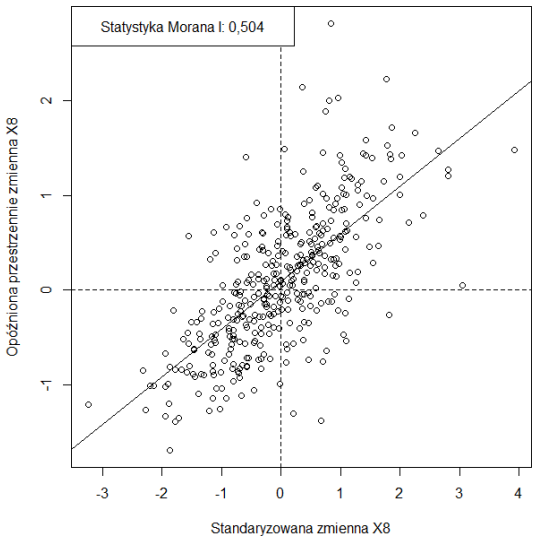


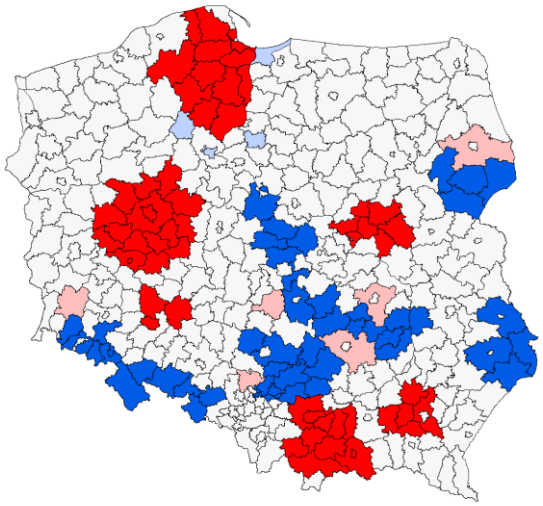
X_7 - Ilość zawartych małżeństw / 1000 os.



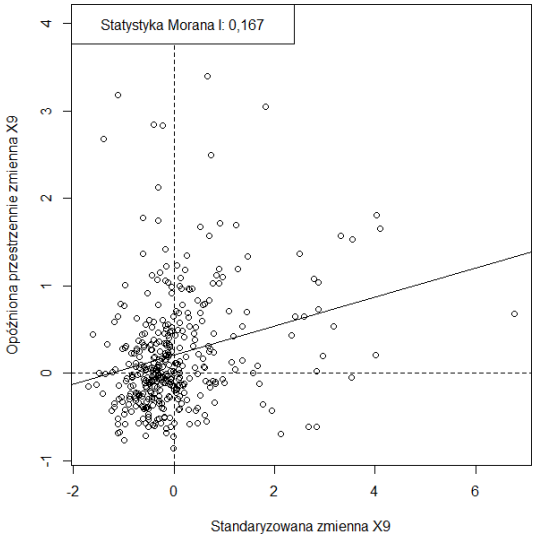


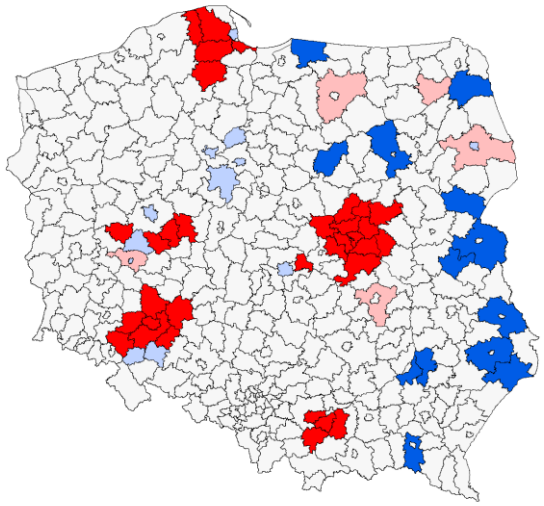
X_8 - Przyrost naturalny / 1000 os.



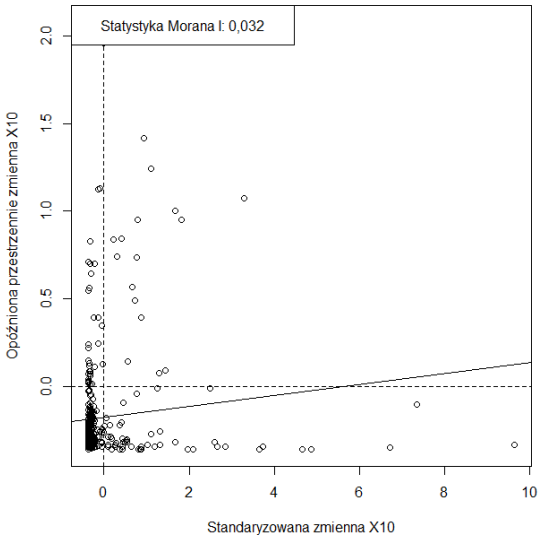


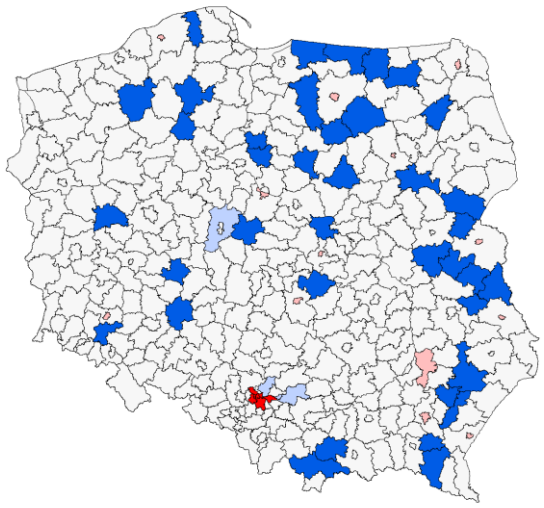
X_9 - Saldo międzypowiatowych migracji na pobyt stały / 1000 os.





X_{10} - Emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe





Rysunek 8.1 Charakterystyka zmiennych przyjętych do analizy w zakresie przeprowadzonej statystyki Morana I (wykresy i kartogramy)

Źródło: opracowanie własne

Uzyskane wizualizacje skupień podobnych wartości nie są zaskakujące – średnia cena sprzedaży przypadająca na 1 m^2 mieszkania, liczba dokonywanych transakcji, liczba mieszkań, liczba oddawanych mieszkań, gęstość zaludnienia, liczba podmiotów REGON, dochody budżetów gmin, średnie wynagrodzenia brutto, przyrost naturalny i migracje międzypowiatowe koncentrują się w samych obszarach metropolitarnych, większych ośrodkach miejskich lub terenach silnie zurbanizowanych. Na obszarach typowo rolniczych lub cennych środowiskowo uzyskane wartości progresorów gospodarczych są znacząco niższe. Wymowne są bardzo kartogramy przedstawiające

małą gęstość zaludnienia oraz nielicznie występujące podmioty REGON, których klastry LL kumulują się odpowiednio w województwach nadmorskich i warmińsko-mazurskim oraz we wschodniej ścianie Polski. Ponadto wysokie wartości emisji pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe występują jedynie w większych ośrodkach miejskich i na Śląsku.

W kontekście rozpatrywania przestrzeni kraju w podziale administracyjnym i w zakresie mierników mogących mieć potencjalny wpływ na potrzeby mieszkaniowe, można zauważyć, iż poza wartościami niekwalifikowanymi przeważają powiaty sklasyfikowane jak LL (Low-Low), które w przypadku wysokiego poziomu oddziaływania na potrzeby mieszkaniowe mogłyby świadczyć, iż są one znikome lub zaspokojone, a w szczególności miałoby to miejsce w powiatach znajdujących się w znacznych odległościach od zurbanizowanych jednostek administracyjnych.

9. OPRACOWANIE PRZESTRZENNEGO MODELU INTERAKCJI WSKAŹNIKÓW RYNKU NIERUCHOMOŚCI Z ICH DETERMINANTAMI

Powiaty są wielowarstwowymi strukturami przestrzennymi skupiającymi w różnym stopniu ludzi i produkty pochodzące z ich działalności. Intensywność i kierunek procesów mających miejsce w poszczególnych powiatach uzależnione są w znacznym stopniu od uwarunkowań fizycznych i środowiskowych, ekonomicznych, instytucjonalno-prawnych, demograficznych, politycznych czy też od uwarunkowań socjalnych.

Wycena przestrzeni z reguły ma ścisły związek z ziemią, jako podstawowym dobrem ekonomicznym. Oznacza to zatem, że modelowanie rozkładu przestrzennego cen, wyrażających pośrednio wartość nieruchomości, stanowi ważny element wspomagania procesów podejmowania szeregu decyzji w systemie gospodarowania nieruchomościami oraz procesów kształtujących i mających miejsce na rynku nieruchomości. W pewnym zakresie badań nad wyceną przestrzeni tudzież opracowywaniem map wartości gruntów szczególne znaczenie mają mapy hedoniczne, które przedstawiają wybrane cechy nieruchomości będące determinantami cenowymi (BENJAMIN, RANDALL, BUTTERY, SIRMANS 2004 s. 65-77, NOELWAH 2005 s. 227-246, COTTELEER, GARDEBROEK, LUIJT 2008 s. 573-592, HANNOEN 2008 s. 217-236, PÁEZ 2009 s. 311-316, MONTERO, LARRAZ 2010 s. 39-51). Szczególnie ciekawe wydaje się wykorzystanie metod geostatystycznych i narzędzi GIS do modelowania obszaru przedstawiającego wartość gruntów (CELLMER 2014, LUDIEMA, MAKOKHA, NGIGI 2018 s. 283-300), stan rynku nieruchomości czy występującego na nim zjawiska popytu i podaży. W literaturze przedmiotu sugeruje się wykorzystanie modeli hedonicznych wraz z trendami powierzchniowymi do oceny LVS (ang. Location Value Signature – sygnatura wartości lokalizacji) (FIK, LING, MULLIGAN 2003 s. 623-646). Podobnie do tematu podchodzi BOURASSA, CANTONI, HOESLI (2010 s. 139-160), którzy postulują łączne stosowanie modelu hedonicznego z modelem geostatystycznym stanowiącym naturalne uzupełnienie tradycyjnej analizy statystycznej i uwzględniającym przestrzenny rozkład analizowanego zjawiska. Zarówno w teorii, jak i w praktyce wskazuje się na niedokładność oszacowań w modelach nieuwzględniających autokorelacji i heterogeniczności przestrzennej (ANSELIN 1998 s. 113-133, BASU, THIBODEAU 1998 s. 61-85, TU, SUN, YU 2007 s. 385-406). W literaturze przedmiotu z zakresu ekonometrii przestrzennej niejednokrotnie dowodzono negatywnych konsekwencji z ignorowania obecności właśnie autokorelacji przestrzennej i/lub

heterogeniczności przestrzennej. Z tego względu istnieje wiele publikacji, w których postuluje się też o stosowanie modeli przestrzennych do analiz rynkowych i prognozowania cen (BOURASSA, CANTONI, HOESLI 2010 s. 139-160, BOWEN, MIKELBANK, PRESTEGAARD 2001 s. 466-490). Efekty przestrzenne mogą być uwzględniane na wiele sposobów: bezpośrednio, jako część struktury modelowania, lub pośrednio, wstępnie przetwarzane jeszcze przed zbudowaniem modelu. W ramach modeli bezpośrednio uwzględniających efekty przestrzenne wyróżnia się m.in. modele ze współczynnikiem losowym (LONGFORD 1993 s. 519-570), model regresji ważonej geograficznie (FOTHERINGHAM, BRUNSDON, CHARLTON 2003, DEMETRIOU 2016 s. 487-498) czy przestrzenny model ekonometryczny (ANSELIN 1998 s. 113-133, LESAGE 2010 s. 19-44).

Do zbadania możliwych zależności wskaźników odwzorowujących stan rynku nieruchomości oraz poziom popytu i podaży od zmiennych reprezentujących sytuację demograficzną, gospodarczą, ekonomiczną i środowiskową wykorzystano zarówno modele, które zwykle są stosowane do tworzenia map wartości nieruchomości, jak również inne modele, które nie są jeszcze dość mocno upowszechnione i zakorzenione w tej dziedzinie badań. Skupiono się na:

- modelu autoregresji przestrzennej (SAR – Spatial Autoregressive Model),
- modelu regresji ważonej geograficznie (GWR - Geographically Weighted Regression),
- klasycznym modelu regresji wielorakiej (LM – Linear Model),
- hierarchicznym modelu liniowym (HLM – Hierarchical Linear Model),
- hierarchicznym modelu autoregresji przestrzennej (HSAR – Hierarchical Spatial Autoregressive Model),
- modelu panelowym (PDM - Panel Data Model) i przestrzennym modelu panelowym (SpPDM - Spatial Panel Data Model).

Do badania wykorzystano zmienne wskazane i scharakteryzowane w rozdziale 8 niniejszej pracy przy czym, badania z wykorzystaniem zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2 dotyczą stanu rynku nieruchomości, a badania na zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P} odzwierciedlają stan popytu i podaży na rynku nieruchomości. Uzyskane wyniki, świadczące o stopniu wzajemnych zależności zmiennych przyjętych do analizy, służyć będą przeprowadzeniu analizy porównawczej przydatności owych modeli w tego typu badaniach rynku nieruchomości.

9.1. Model regresji przestrzennej - SAR

W klasycznym modelu regresji najmniejszych kwadratów (KMNK) funkcjonuje założenie o niezależności przestrzennej i niewystępowaniu interakcji między jakimikolwiek procesami czy zjawiskami. Nie uwzględnia to jednak prawa geografii Tobler'a, który zakłada, że analizy i modele danych powinny uwzględniać zależności przestrzenne nie tylko samych zmiennych objaśnianych, ale również i składnika losowego (ROGERSON 2001, SUCHECKI 2010). Pominięcie występującej autokorelacji przestrzennej przyczynia się do niedoszacowania parametrów funkcji regresji oraz do niskiego poziomu istotności testu (LONGLEY, GOODCHILD, MAGUIRE, RHIND 2008). Zatem, występowanie efektów przestrzennych danych empirycznych skutecznie ogranicza użyteczność modelu KMNK, a jednocześnie istotnie zwiększa przydatność przestrzennych modeli regresji. Wykorzystany poniżej model autoregresji przestrzennej SAR (ang. Spatial Autoregressive Model) został szczegółowo opisany w rozdziale 7.2 niniejszej pracy.

W bieżącym punkcie skupiono się na identyfikacji efektów przestrzennych w analizie rynku nieruchomości (DONG, HARRIS 2015 s. 173-191) oraz na pokazaniu możliwości wykorzystania modeli SAR do analizy rynku nieruchomości. W środowisku R dzięki zastosowaniu dostępnych pakietów m.in. rgdal, sp czy spdep oraz wprowadzeniu odpowiednich komend zbudowano i przeanalizowano nie tylko model opóźnienia i błędu przestrzennego autoregresji przestrzennej, ale również inne modele skonstruowane na podstawie tej samej bazy danych opisanej w rozdziale 8 - klasyczny model regresji liniowej oraz model SAC (model z dwoma komponentami przestrzennymi), który poprzez jednoczesne uwzględnienie modelu opóźnienia i błędu przestrzennego stanowi dopełnienie i pewne podsumowanie zbudowanych modeli. Modele te posłużyły przeprowadzeniu analizy porównawczej.

Na początku modele te zbudowano dla zmiennej objaśnianej Y_1 (średnia cena sprzedaży $1m^2$ lokalu mieszkalnego w ramach transakcji rynkowych) oraz dla zmiennej objaśnianej Y_2 (liczba dokonywanych transakcji rynkowych / 1000 os.). W tabeli 9.1 i 9.2 zestawiono ze sobą uzyskane wyniki analizy regresji zmiennych zależnych kolejno Y_1 i Y_2 oraz jakość wypracowanych modeli na podstawie dobranych wskaźników niezależnych.

Tabela 9.1 Wyniki przeprowadzonej analizy regresji zmiennej Y_1

	LM		**SLM**		**SEM**		**SAC**	
STAŁA	-1567,885		-1846,903		348,726		909,482	
X_1	-2120,532		-1270,950		-3597,955		-2073,248	
X_2	0,057		0,089		0,067		0,060	
X_3	-11,003		-14,457		-25,522	**	-32,786	**
X_4	1,961	***	1,638	***	2,311	***	2,534	***
X_5	0,350	***	0,308	***	0,183	***	0,144	**
X_6	0,080		0,063		0,093		0,113	
X_7	380,200	***	267,352	**	190,436	*	165,011	*
X_8	42766,967		32349,044		44273,282		29079,131	
X_9	-7717,034		-15834,767		-10093,138		-4417,868	
X_{10}	-199,898	**	-135,392	**	-97,838	*	-111,601	**
(Rho/Lambda)	-		0,314		0,480		-0,357 / 0,725	
Log likelihood	-3048,980		-3032,660		-3023,958		-3018,970	
R^2	0,613		0,652		0,677		-	
AIC	-		6091,300		6073,900		6065,900	

Źródło: opracowanie własne

Tabela 9.2 Wyniki przeprowadzonej analizy regresji zmiennej Y_2

	LM		**SLM**		**SEM**		**SAC**	
STAŁA	-33,796	***	-31,444	***	-22,845	**	-17,125	***
X_1	63,757	***	58,186	**	36,536	**	28,217	**
X_2	0,002	***	0,002	***	0,003	***	0,003	***
X_3	0,082	*	0,067	*	0,037		0,006	
X_4	0,006	***	0,005	***	0,005	***	0,005	***
X_5	0,000		0,000		-0,00003		-0,0001	
X_6	0,001	***	0,001	***	0,001	***	0,001	***
X_7	-0,267		-0,103		0,492	*	0,711	**
X_8	-105,173		-99,472		-84,694		-107,006	
X_9	12,871		-7,669		54,503		114,963	***
X_{10}	0,136		0,252		0,349	**	0,213	
(Rho/Lambda)	-		0,236		0,525		-0,563 / 0,823	
Log likelihood	-824,673		-814,362		-798,077		-782,235	
R^2	0,652		0,674		0,715		-	
AIC	-		1654,700		1622,200		1592,500	

Źródło: opracowanie własne

oznaczenia:

*** – poziom istotności w przedziale $0 \leq 0{,}001$

** – poziom istotności w przedziale $0{,}001 < p \leq 0{,}05$

* – poziom istotności w przedziale $0{,}05 < p \leq 0{,}1$

brak – poziom istotności wyższy niż 0,1

W tabeli 9.1 i 9.2 przedstawiono wyniki uzyskane zarówno z modelu klasycznego, jak również opóźnienia i błędu przestrzennego oraz modelu SAC. O dopasowaniu modelu świadczą ujawnione parametry log likelihood oraz R^2, z których w przypadku log

likehood najlepiej prezentuje się zmienna Y_1 przedstawiająca średnie ceny jednostkowe sprzedaży mieszkań, a w przypadku R^2 – zmienna Y_2 (liczba transakcji rynkowych). Należy przy tym zaznaczyć, iż porównywanie modelu klasycznego estymowanego metodą najmniejszych kwadratów i pozostałych dwóch modeli opartych na metodzie największej wiarygodności, za pomocą współczynnika determinacji R^2, nie jest odpowiednim zabiegiem, a podane wartości służą jedynie celom informacyjnym. Ponadto wyższe współczynniki autokorelacji przestrzennej wykazano w przypadku modelu błędu przestrzennego zarówno zmiennej Y_2, jak i zmiennej Y_1. Obserwuje się niewielką zależność pomiędzy autokorelacją przestrzenną, a istotnością parametrów znajdujących się przy zmiennych objaśniających w wykonanych modelach. W kontekście parametru AIC obserwuje się niższe wartości świadczące o wyższej dokładności modelu SAC oraz SEM zarówno dla zmiennej Y_1, jak i dla zmiennej Y_2.

Przy modelach błędu przestrzennego parametry przy zmiennych objaśniających charakteryzują się wyższą istotnością statystyczną niż przy modelu opóźnienia przestrzennego. W przypadku modelu dla zmiennej Y_1 obserwuje się pojawienie się zmiennej X_3 (stopa bezrobocia) wśród zmiennych mających znaczenie w konstrukcji modelu, pomimo iż parametry przy zmiennych X_6 i X_{10} (przeciętne miesięczne wynagrodzenie i emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe) niewiele straciły na poziomie istotności statystycznej. Model błędu przestrzennego Y_2 z kolei odznacza się występowaniem 6 parametrów przy zmiennych istotnych statystycznie (oprócz wartości stałej) w porównaniu do 5 parametrów przy zmiennych w modelu klasycznym i w modelu opóźnienia przestrzennego. Co więcej, parametry przy zmiennych X_1-X_3 (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym, gęstość zaludnienia, stopa bezrobocia) oraz X_6 (przeciętne miesięczne wynagrodzenie) nie były istotne statystycznie w modelach dla Y_1 w przeciwieństwie do wysokiego poziomu istotności w modelu dla Y_2. Odwrotną sytuację obserwuje się w przypadku parametrów przy zmiennych X_7 (liczba zawartych małżeństw) i X_{10} (emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe), które były istotne statystycznie w modelach dla zmiennej objaśnianej Y_1 w przeciwieństwie do niskiego poziomu istotności w modelach dla zmiennej objaśnianej Y_2. Podsumowując, jeżeli parametry przy zmiennych okazały się istotne w modelach wykonanych dla jednej zmiennej objaśnianej, to przy drugiej zmiennej nie miały one większego znaczenia, wyjątek stanowi w tym przypadku jedynie zmienna X_4 (podmioty gospodarki narodowej wpisane do rejestru REGON).

Powyższe analizy regresji powtórzono dla zmiennych zależnych kolejno Y_{1P} i Y_{2P}, a w tabeli 9.3 i 9.4 przedstawiono uzyskane wyniki stanowiące o jakości wypracowanych modeli na podstawie tych samych co powyżej dobranych zmiennych niezależnych.

Tabela 9.3 Wyniki przeprowadzonej analizy regresji zmiennej Y_{1P}

	LM		**SLM**		**SEM**		**SAC**	
STAŁA	363,627	***	292,178	***	418,434	***	452,719	***
X_1	-602,181	***	-553,808	***	-674,815	***	-655,966	***
X_2	0,030	***	0,028	***	0,032	***	0,032	***
X_3	0,557		0,507		0,125		0,078	
X_4	0,057	***	0,056	***	0,069	***	0,069	***
X_5	0,008	***	0,008	***	0,005	**	0,004	**
X_6	0,011	***	0,009	***	0,008	**	0,008	***
X_7	6,057	.	6,112	**	6,010	**	5,988	**
X_8	-8847,264	***	-7694,561	***	-7452,664	***	-7580,896	***
X_9	1460,705	***	611,141		837,080	**	1046,578	**
X_{10}	-3,302	.	-2,022		-0,520		-0,717	
(Rho/Lambda)	-		0,183		0,592		-0,113 / 0,668	
Log likelihood	-1715,940		-1705,210		-1674,210		-1672,580	
R^2	0,828		0,838		0,872		-	
AIC	-		3436,400		3374,400		3373,200	

Źródło: opracowanie własne

Tabela 9.4 Wyniki przeprowadzonej analizy regresji zmiennej Y_{2P}

	LM		**SLM**		**SEM**		**SAC**	
STAŁA	-24,638	***	-24,694	***	-23,075	***	-24,078	***
X_1	51,562	***	52,715	***	48,858	**	51,293	***
X_2	0,001	**	0,001	**	0,001	***	0,001	**
X_3	0,021		0,018		0,019		0,019	
X_4	0,004	***	0,003	***	0,004	***	0,004	***
X_5	0,001	***	0,001	**	0,000	**	0,001	***
X_6	0,000		0,000		0,000		0,000	
X_7	0,479	,	0,402	*	0,457	*	0,417	*
X_8	37,387		-1,701		42,318		13,706	
X_9	348,455	***	347,509	***	332,083	***	342,021	***
X_{10}	-0,084		-0,024		-0,015		-0,012	
(Rho/Lambda)	-		0,181		0,260		0,132 / 0,107	
Log likelihood	-746,565		-741,468		-742,318		-741,222	
R^2	0,689		0,699		0,699		-	
AIC	-		1508,900		1510,600		1510,400	

Źródło: opracowanie własne

oznaczenia:

*** – poziom istotności w przedziale $0 \leq 0{,}001$

** – poziom istotności w przedziale $0{,}001 < p \leq 0{,}05$

* – poziom istotności w przedziale $0{,}05 < p \leq 0{,}1$

brak – poziom istotności wyższy niż 0,1

W tabeli 9.3 i 9.4 przedstawiono wyniki uzyskane zarówno z modelu klasycznego, jak również opóźnienia i błędu przestrzennego oraz modelu SAC dla zmiennych zależnych Y_{1P} i Y_{2P}. O stopniu dopasowania wartości modelu świadczą ujawnione parametry log likelihood oraz R^2, z których w obu przypadkach najlepiej prezentuje się model, w którym zmienną objaśnianą stanowiła zmienna Y_{1P} przedstawiająca liczbę mieszkań. Należy przy tym również zaznaczyć, iż porównywanie modelu klasycznego estymowanego metodą najmniejszych kwadratów i pozostałych dwóch modeli opartych na metodzie największej wiarygodności, za pomocą współczynnika determinacji R^2, nie daje w pełni miarodajnych rezultatów, a podane wartości służą jedynie celom informacyjnym. Ponadto wyższe współczynniki autokorelacji przestrzennej wykazano w przypadku modelu błędu przestrzennego zarówno dla zmiennej objaśnianej Y_{2P}, jak i zmiennej objaśnianej Y_{1P}. Obserwuje się niewielką zależność pomiędzy autokorelacją przestrzenną, a istotnością parametrów przy zmiennych objaśniających w wykonanych modelach. W zakresie parametru AIC obserwuje się niższe wartości, a zatem i większą dokładność modeli opóźnienia przestrzennego dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}, w przeciwieństwie do modeli wykonanych dla zmiennych Y_1 i Y_2.

Przy modelach błędu przestrzennego więcej parametrów przy zmiennych objaśniających jest statystycznie istotnych niż w modelu opóźnienia przestrzennego. W przypadku modelu błędu przestrzennego dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} obserwuje się pojawienie się zmiennej X_9 (saldo migracji) wśród zmiennych mających znaczenie w konstrukcji modelu, pomimo iż parametry przy zmiennych X_5 i X_6 (dochody budżetów gmin i przeciętne miesięczne wynagrodzenie) niewiele straciły na poziomie istotności statystycznej w porównaniu do modelu opóźnienia przestrzennego. Z kolei model błędu przestrzennego dla zmiennej objaśnianej Y_{2P} w porównaniu do modelu opóźnienia przestrzennego odznacza się większą istotnością statystyczną parametru przy zmiennej X_2 (gęstość zaludnienia) oraz mniejszą istotnością statystyczną parametru przy zmiennej X_1 (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym). Co więcej, parametry przy zmiennych X_3 i X_{10} (stopa bezrobocia i emisja pyłów) nie okazały się statystycznie istotne w żadnym ze skonstruowanych modeli dla Y_{1P} i Y_{2P}, ale za to parametry przy zmiennych X_6 i X_8 (przeciętne wynagrodzenie i przyrost naturalny) wypadły znacznie lepiej w modelach dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} w porównaniu do modeli dla zmiennej objaśnianej Y_{2P}. Ogólny wniosek na podstawie powyższych zestawień stanowi, iż model dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} jest znacząco lepszy niż model wykonany dla zmiennej objaśnianej Y_{2P}.

Ponadto wyższe współczynniki autokorelacji przestrzennej wykazano w przypadku zmiennej Y_{1P} w porównaniu do Y_{2P} oraz w obydwu przypadkach w kontekście modelu błędu przestrzennego. Obserwuje się również niewielką zależność pomiędzy autokorelacją przestrzenną, a istotnością parametrów przy zmiennych objaśniających w wykonanych modelach.

W poniższej tabeli 9.5 wskazano wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_1. W rozdziale 7.2 przedstawiono krótkie wyjaśnienia co oznaczają obydwa określenia, a konkretnie oznaczają one oddziaływanie procesu objaśniającego w lokalizacji *i* na proces objaśniany w tej samej lokalizacji (wpływ bezpośredni) oraz oddziaływanie na proces objaśniany w innych lokalizacjach (wpływ pośredni) (PIETRZAK 2011 s. 486-487).

Tabela 9.5 Wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_1 w modelu opóźnienia przestrzennego

	Wpływ bezpośredni	**Wpływ pośredni**	**Ogółem**
X_1	-1297,030	-555,885	-1852,915
X_2	0,091	0,039	0,129
X_3	-14,754	-6,323	-21,077
X_4	1,671	0,716	2,388
X_5	0,314	0,135	0,448
X_6	0,065	0,028	0,092
X_7	272,838	116,934	389,772
X_8	33012,859	14148,759	47161,618
X_9	-16159,702	-6925,778	-23085,480
X_{10}	-138,170	-59,217	-197,387

Źródło: opracowanie własne

Jak można zauważyć, największy wpływ bezpośredni i pośredni na zmienną Y_1 w modelu opóźnienia przestrzennego obserwuje się w przypadku przyrostu naturalnego (X_8) oraz migracji międzypowiatowych (X_9). Za to najmniejszy wpływ ma miejsce w kontekście przeciętnych wynagrodzeń (X_6) oraz gęstości zaludnienia (X_2).

W tabeli 9.6 zaprezentowano wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_2. Podobnie jak w przypadku modelu opóźnienia przestrzennego dla zmiennej Y_1 tak i w przypadku modelu dla zmiennej Y_2 największym wpływem bezpośrednim i pośrednim odznacza się zmienna zależna X_8 – przyrost naturalny na 1000os. Zaś najmniejszy wpływ w modelu opóźnienia przestrzennego obserwuje się w kontekście zmiennej X_5 (dochody budżetów gmin w przeliczeniu na 1 mieszkańca).

Tabela 9.6 Wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_2 w modelu opóźnienia przestrzennego

	Wpływ bezpośredni	**Wpływ pośredni**	**Ogółem**
X_1	58,829	17,280	76,110
X_2	0,002	0,001	0,003
X_3	0,068	0,020	0,087
X_4	0,005	0,002	0,007
X_5	0,0002	0,0001	0,0003
X_6	0,001	0,0003	0,001
X_7	-0,105	-0,031	-0,135
X_8	-100,572	-29,542	-130,114
X_9	-7,754	-2,278	-10,032
X_{10}	0,255	0,075	0,330

Źródło: opracowanie własne

W poniższej tabeli 9.7 wskazano wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_{1P}.

Tabela 9.7 Wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_{1P} w modelu opóźnienia przestrzennego

	Wpływ bezpośredni	**Wpływ pośredni**	**Ogółem**
X_1	-557,424	-120,569	-677,993
X_2	0,029	0,006	0,035
X_3	0,511	0,111	0,621
X_4	0,057	0,012	0,069
X_5	0,008	0,002	0,010
X_6	0,009	0,002	0,011
X_7	6,152	1,331	7,483
X_8	-7744,798	-1675,173	-9419,971
X_9	615,132	133,051	748,182
X_{10}	-2,035	-0,440	-2,475

Źródło: opracowanie własne

Jak można zauważyć, największy wpływ bezpośredni i pośredni na zmienną Y_{1P} w modelu opóźnienia przestrzennego obserwuje się ponownie w przypadku przyrostu naturalnego (X_8) oraz migracji międzypowiatowych (X_9). Za to najmniejszy wpływ ma miejsce już przy zmiennej przedstawiającej dochody budżetów gmin (X_5) oraz średnie wynagrodzenia brutto (X_6).

W tabeli 9.8 zaprezentowano wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_{2P}.

Tabela 9.8 Wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_{2P} w modelu opóźnienia przestrzennego

	Wpływ bezpośredni	**Wpływ pośredni**	**Ogółem**
X_1	53,052	11,341	64,393
X_2	0,001	0,0001	0,001
X_3	0,018	0,004	0,022
X_4	0,003	0,001	0,004
X_5	0,001	0,0001	0,001
X_6	0,0001	0,00003	0,0002
X_7	0,405	0,087	0,491
X_8	-1,712	-0,366	-2,078
X_9	349,732	74,762	424,494
X_{10}	-0,024	-0,005	-0,029

Źródło: opracowanie własne

W odróżnieniu od powyższych zestawień w przypadku zmiennej Y_{2P} największy wpływ pośredni i bezpośredni obserwuje się przy zmiennej przedstawiającej saldo migracji na pobyt stały (X_9), a najmniejszy wpływ już standardowo dotyczy dochodów gmin (X_5) oraz przeciętnych miesięcznych wynagrodzeń brutto (X_6).

Test mnożnika Lagrange'a (LM) zaproponowany przez Breuscha i Godfreya i opisany szerzej w rozdziale 7.2 i przytoczonej literaturze wykazał, iż modele błędu przestrzennego w przypadku zmiennej Y_1 i Y_2 są statystycznie istotne, a zatem są odpowiednie do analizy posiadanych danych empirycznych. Model opóźnienia przestrzennego w kontekście testu RLM jest mniej odpowiedni niż model błędu przestrzennego. Bardziej istotnymi modelami w przypadku obu testów i obydwóch zmiennych są modele błędu przestrzennego. Wynik testu SARMA wskazuje jednak, iż jest możliwość stosowania jednocześnie modelu opóźnienia i błędu przestrzennego zarówno w przypadku zmiennej objaśnianej Y_1 jak i w przypadku zmiennej Y_2. Wyniki przeprowadzonych testów przedstawia tabela 9.9.

Tabela 9.9 Wyniki przeprowadzonego testu SARMA dla modelu, w którym zmienną objaśnianą była Y_1 i Y_2

	Test LM				**Test RLM**				**SARMA**	
	SLM		**SEM**		**SLM**		**SEM**			
Y_1	35,660	***	47,160	***	0,818		12,320	***	47,980	***
Y_2	24,510	***	44,660	***	0,434		20,190	***	44,700	***

Źródło: opracowanie własne

Ten sam test mnożnika Lagrange'a (LM), który wykonano powyżej dla zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2 przeprowadzono również dla modeli zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P}. Wyniki przeprowadzonych testów przedstawia tabela 9.10.

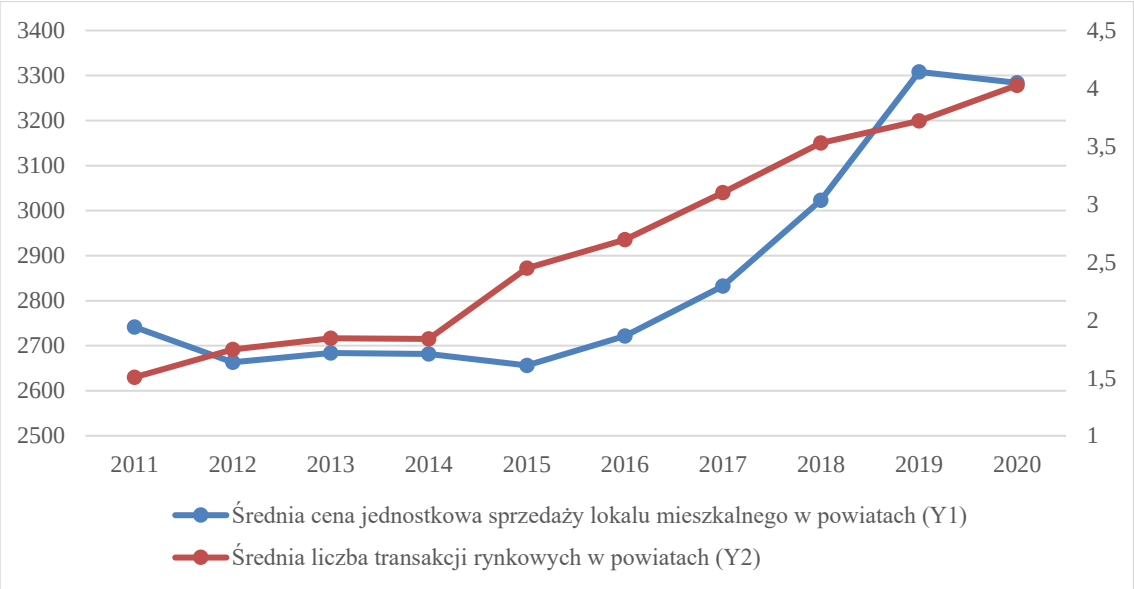
Tabela 9.10 Wyniki przeprowadzonego testu SARMA dla modelu, w którym zmienną objaśnianą była Y_{1P} i Y_{2P}

	Test LM				**Test RLM**				**SARMA**	
	SLM		**SEM**		**SLM**		**SEM**			
Y_{1P}	24,300	***	81,040	***	0,035		56,770	***	81,070	***
Y_{2P}	9,235	**	5,813	**	3,532	*	0,109		9,345	**

Źródło: opracowanie własne

W tym przypadku również modele błędu przestrzennego okazały się statystycznie istotne zarówno w kontekście zmiennej objaśnianej Y_{1P} jak i zmiennej objaśnianej Y_{2P}. Model opóźnienia przestrzennego zmiennej objaśnianej Y_{1P} i model błędu przestrzennego zmiennej objaśnianej Y_{2P} w kontekście testu RLM są mniej odpowiednie niż model błędu przestrzennego zmiennej objaśnianej Y_{1P} oraz model opóźnienia przestrzennego zmiennej objaśnianej Y_{2P}. Modele błędu przestrzennego zmiennej objaśnianej Y_{1P} wykazują się wyższą istotnością statystyczną od modeli opóźnienia przestrzennego w obu testach, zaś w przypadku zmiennej objaśnianej Y_{2P} ma miejsce sytuacja odwrotna do przedstawionej – modele opóźnienia są bardziej odpowiednie od modeli błędu przestrzennego. Przyrównując do siebie wyniki z testów dla obu zmiennych można zauważyć, iż modele dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} cechują się wyższą istotnością statystyczną od modeli dla zmiennej objaśnianej Y_{2P}. Wynik testu SARMA wskazuje jednak, że jest możliwość stosowania jednocześnie modelu opóźnienia i błędu przestrzennego zarówno w przypadku zmiennej objaśnianej Y_{1P} jak i w przypadku zmiennej objaśnianej Y_{2P}.

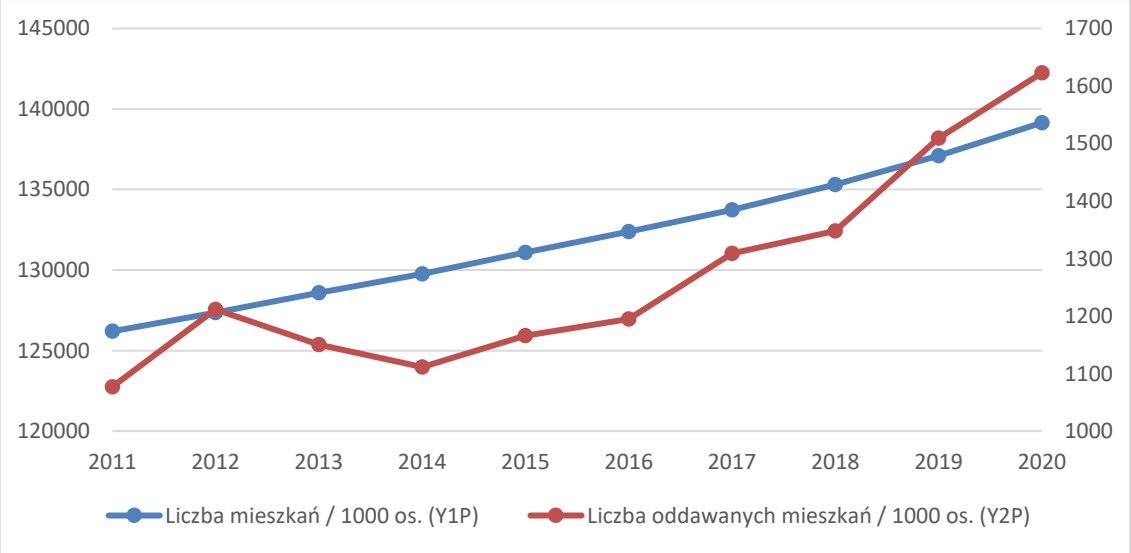
Na poniższym rysunku 9.1 ukazano trendy czasowe zmiennych objaśnianych (symbole Y_1-Y_2). W obydwu przypadkach obserwowany jest wzrost na przestrzeni ostatnich 10 lat, przy czym liczba transakcji wyraźnie zaczęła rosnąć już od 2014 r.



Rysunek 9.1 Trendy czasowe zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2

Źródło: opracowanie własne

Następnie na kolejnym rysunku nr 9.2 przedstawiono trendy czasowe już dla zmiennych objaśnianych o symbolach Y_{1P} i Y_{2P}. W obydwu przypadkach obserwowany jest ogólny wzrost na przestrzeni ostatnich 10 lat, przy czym w zakresie liczby oddawanych mieszkań nie jest to tak jednostajne jak w przypadku ogólnej liczby mieszkań będących już w użytkowaniu. Mamy w tym miejscu również do czynienia z delikatnym wyhamowaniem obserwowanego trendu w latach 2012-2014.



Rysunek 9.2 Trendy czasowe zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P}

Źródło: opracowanie własne

Klasyczne modele regresji wykorzystywane do analizy rynku nieruchomości oraz określania wartości rynkowych z reguły uwzględniają czynnik lokalizacji tylko w sposób pośredni, ponieważ jest ona wyrażana w skali interwałowej, a przez to jest też trudna do obiektywnej i pełnej oceny. Przy założeniu występowania interakcji przestrzennych pomiędzy cenami transakcyjnymi czy nawet samymi transakcjami lokalizacja może być jednak uwzględniona w modelach regresji w sposób bezpośredni. Przeprowadzone badania wyraźnie wskazały na lepsze dopasowanie do wybranych danych empirycznych modeli regresji przestrzennych w porównaniu do klasycznych modeli regresji. Co więcej, choć oba zastosowane modele przestrzenne są poprawne to jednak, uzyskane wyniki jednoznacznie wskazują na zasadność stosowania modeli błędu niż modeli opóźnienia przestrzennego. Oczywiście oprócz zalet, modele regresji przestrzennej odznaczają się również istotnymi wadami, takimi jak trudność z wykorzystaniem ich do predykcji zmiennej niezależnej z uwagi na nieznane jej opóźnienie przestrzenne oraz struktura modelu przyczyniająca się do prognozowania obarczonego dużym błędem (HAINING 1990, KOPCZEWSKA 2011). Wobec tego modele te mogą więc być użyteczne w diagnostyce procesów zachodzących w przestrzeni i na rynku nieruchomości, czyli tak jak w tym punkcie badań do określenia ilościowego wpływu wybranych, poszczególnych czynników na średnie ceny mieszkań i liczbę dokonywanych transakcji oraz na liczbę mieszkań i liczbę nowo oddawanych mieszkań.

9.2. Model regresji ważonej geograficznie - GWR

Jak już zostało wspomniane w podrozdziale i rozdziale wyżej, modelowanie ekonometryczne stanu rynku oraz poziomu cen, popytu i podaży nieruchomości w kontekście czynników socjoekonomicznych i środowiskowych ma względnie bogatą tradycję bowiem jest szeroko opisywane w dostępnej literaturze przedmiotu. Obszerny przegląd modeli statystycznych stosowanych do opisu związków i zależności między cenami lokali mieszkalnych, a czynnikami potencjalnie na nie wpływającymi zarówno w skali kraju, regionu czy na poziomie lokalnym przedstawiony został w pracy m.in. GASPARENIENE, VENCLAUSKIENE, REMEIKIENE (2014 s. 419-427), gdzie wskazano wady i zalety poszczególnych modeli oraz ich elementy strukturalne. Należy jednak zaznaczyć, że zdecydowana większość opracowanych do tej pory modeli nie bierze pod uwagę występujących zależności przestrzennych między zmiennymi, zarówno w formie strukturalnej modelu jak i w postaci odniesienia geograficznego.

Efekty przestrzenne uwzględniane w modelach stanu, aktywności i cen na rynku nieruchomości oraz popytu i podaży nieruchomości dotyczące heterogeniczności przestrzennej mogą być przedstawiane m.in. za pomocą modelu regresji ważonej geograficznie GWR opisanego szerzej w rozdziale 7.3. Modele GWR są szeroko stosowane do analiz rynku nieruchomości szczególnie dotyczących badań na szczeblu lokalnym (HUANG, WU, BARRY 2010 s. 383-401, LU, CHARLTON, FOTHERINGHAM 2011 s. 92-97, YU 2007 s. 267-282, MCCORD, DAVIS, HARAN, MCGREAL, MCILHATTON 2012 s. 49-72, YANG, BAO, ZHANG, LI, GE 2018 s. 505-515) i trochę rzadziej, ale jednak również i na poziomie regionalnym lub krajowym (HELBICH, BRUNAUER, VAZ, NIJKAMP 2014 s. 390-411). Co więcej, w badaniach poświęconych przestrzennemu zróżnicowaniu determinant rynku nieruchomości coraz większą wagę mają modele GWR, w których przyjmowana jest hipoteza nie tylko o heterogeniczności przestrzennej, ale też o heterogeniczności czasowej (MONDAL, DAS, DOLUI 2015 s. 29, SHOLIHIN, SOLEH, DJURAIDAH 2017 s. 800-805, WU, REN, HU, DU 2019 s. 489-511). W podstawowych modelach GWR zakłada się, że w każdym miejscu przestrzeni wpływ poszczególnych zmiennych niezależnych może być różny. Dodatkowo część z tych zmiennych może mieć również charakter globalny lub jedynie charakter lokalny, a zatem zaczęto stosować modele mieszane MGWR (ang. mixed geographically weighted regression), których zwolennicy znaleźli dla nich zastosowanie w badaniach na szczeblu lokalnym i regionalnym (HELBICH, BRUNAUER, VAZ, NIJKAMP 2014 s. 390-411, PURHADI, YASIN 2008 s. 188-196, MONDAL, DAS, DOLUI 2015 s. 29, WU, REN, HU, DU 2019 s. 489-511). Wyniki uzyskane z tychże badań jednoznacznie wskazują, że modele MGWR mogą być istotną konkurencją w stosunku do podstawowych modeli GWR w zakresie spełnienia wymagań statystycznych.

Bieżący podrozdział, dedykowany ukazaniu możliwości zastosowania modeli GWR do analizy rynku nieruchomości, został wykonany w zakresie obliczeń statystycznych z wykorzystaniem środowiska R i takich pakietów jak GWmodel, rgdal, sp czy spdep oraz celem uczytelnienia uzyskanych wyników i zwizualizowania ich w formie kartogramów również z wykorzystaniem środowiska GIS (program ArcGIS). W modelu tym wykorzystano tę samą bazę danych co w analizie z poprzedniego podrozdziału (zmienne objaśniające X_1-X_{10} w kontekście zmiennej objaśnianej Y_1 i Y_2, a następnie w odniesieniu do zmiennej objaśnianej Y_{1P} i Y_{2P}), która została opisana w rozdziale 8 niniejszej pracy.

W tabeli 9.11 przedstawiono statystykę diagnostyczną wykonanego modelu globalnego dla zmiennej Y_1 (średnia cena sprzedaży lokalu mieszkalnego w ramach transakcji rynkowych) i Y_2 (liczba dokonywanych transakcji rynkowych / 1000 os.).

Tabela 9.11 Statystyka diagnostyczna modelu globalnego dla zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2

	Model GWR - Y_1	**Model GWR - Y_2**
R^2	0,827	0,853
Adjusted R^2	0,772	0,787
Effective number of parameters	92,054	117,079
Effective degrees of freedom	287,946	262,921
Classic AIC	5963,270	1410,760
AICc	5860,390	1557,490

Źródło: opracowanie własne

Porównując modele GWR dla zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2 otrzymujemy wyższe wartości R^2 i Adjusted R^2 oraz niższe wartości Classic AIC oraz AICc w przypadku zmiennej Y_2. Oznacza to, iż model wykonany dla tej zmiennej jest lepiej dopasowany do stworzonej bazy danych niż model dla zmiennej Y_1.

W tabeli 9.12 przedstawiono statystykę diagnostyczną globalnego modelu wykonanego już dla zmiennej Y_{1P} (liczba mieszkań / 1000 os.) i Y_{2P} (liczba oddawanych mieszkań / 1000 os.).

Tabela 9.12 Statystyka diagnostyczna modelu globalnego dla zmiennych zależnych Y_{1P} i Y_{2P}

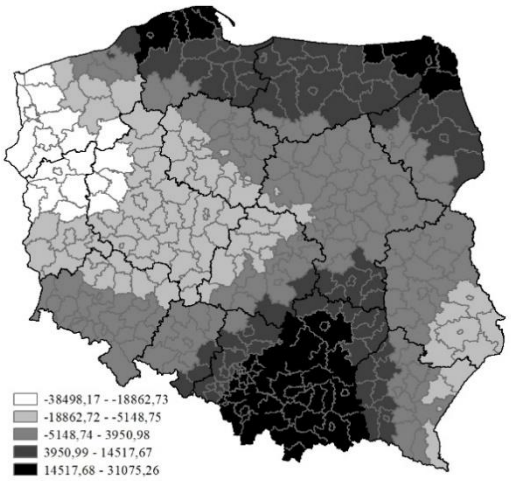
	Model GWR - Y_{1P}	**Model GWR - Y_{2P}**
R^2	0,919	0,824
Adjusted R^2	0,888	0,770
Effective number of parameters	104,221	88,727
Effective degrees of freedom	275,779	291,273
Classic AIC	3223,590	1342,980
AICc	3346,670	1440,690

Źródło: opracowanie własne

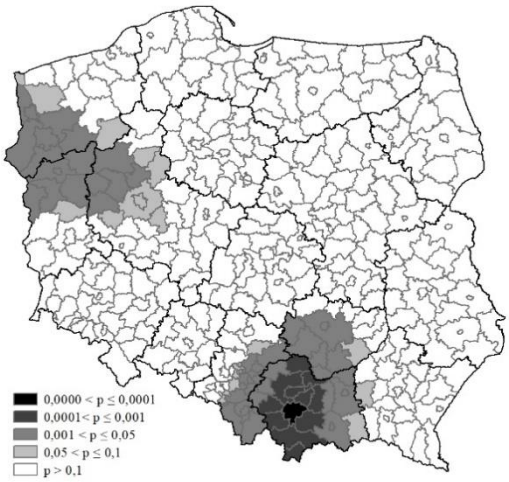
Porównując modele GWR dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} otrzymujemy wyższe wartości R^2 i Adjusted R^2 w przypadku zmiennej Y_{1P} oraz niższe wartości Classic AIC oraz AICc w przypadku zmiennej Y_{2P}. Oznacza to, iż modele wykonane dla tej zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} są porównywalne pod względem dopasowania do stworzonej bazy danych.

Na rysunku 9.3 i 9.4 zamieszczono kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienne zależne Y_1-Y_2 oraz ich istotność w tworzonych modelach (p-value).

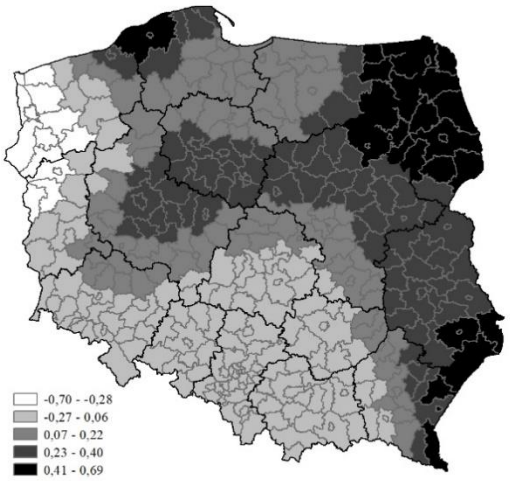
X_1



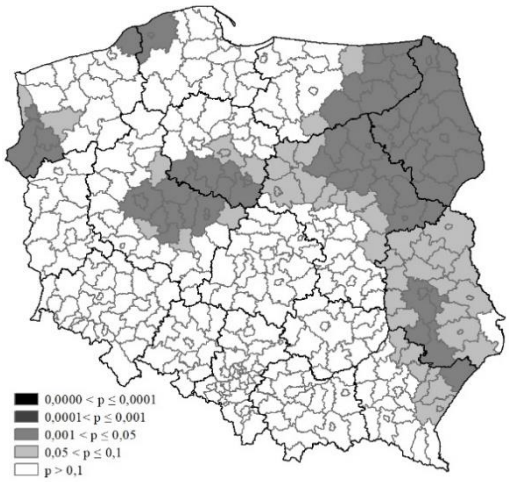
X_1 p-value



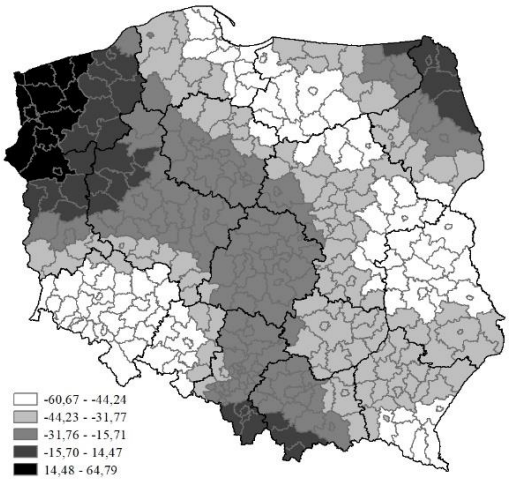
X_2



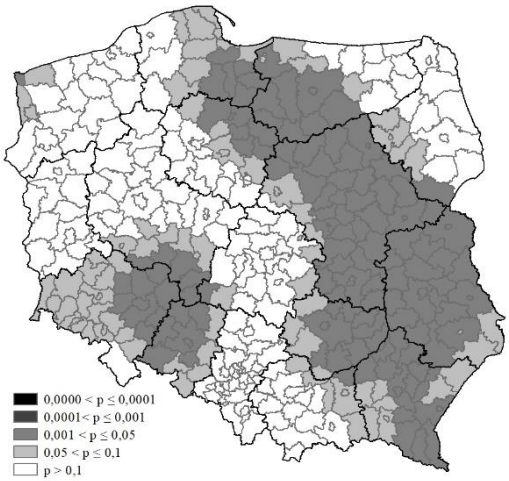
X_2 p-value



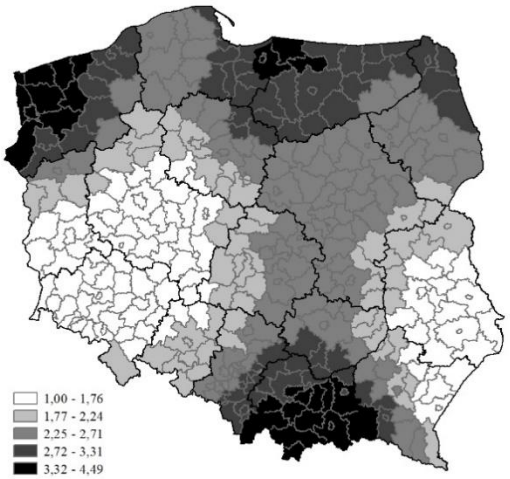
X_3



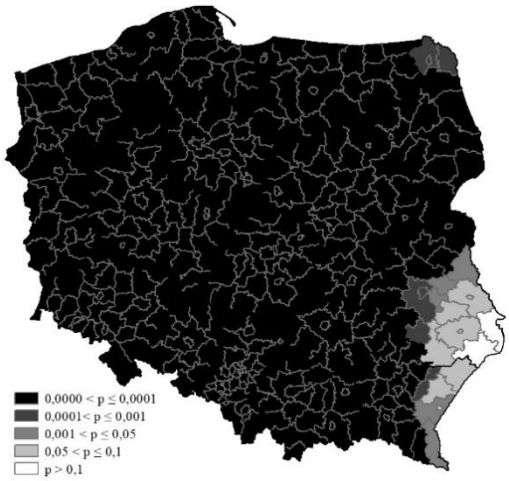
X_3 p-value



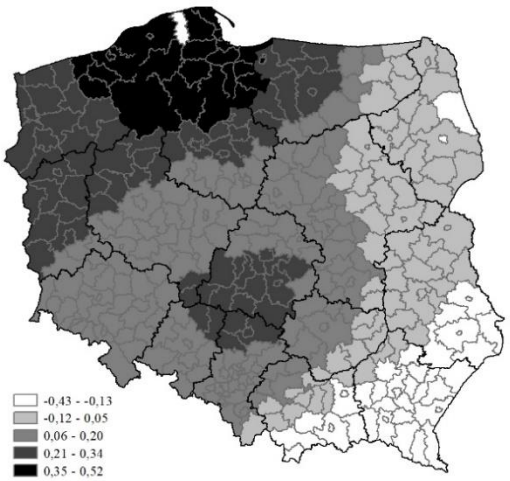
X_4



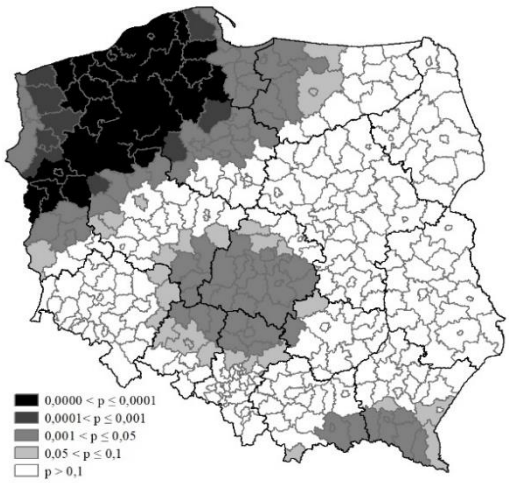
X_4 p-value



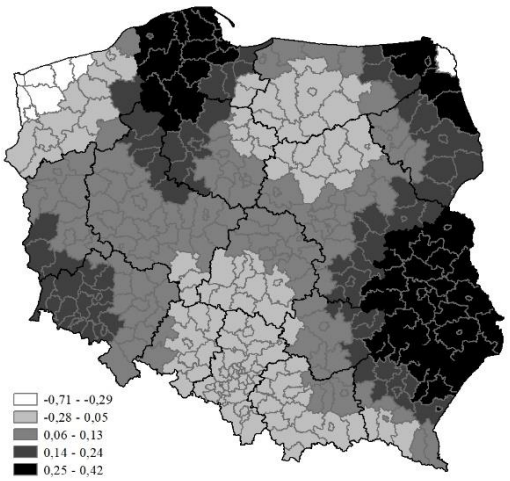
X_5



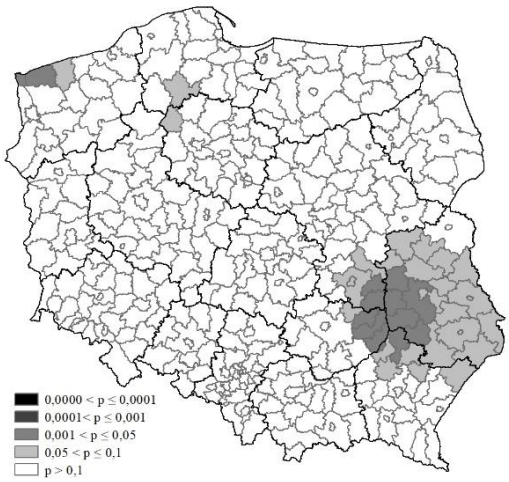
X_5 p-value



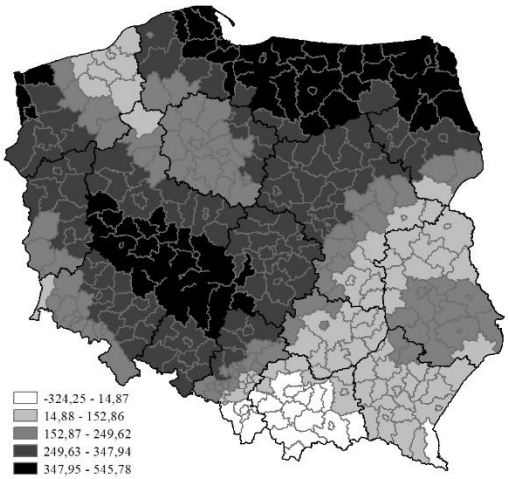
X_6



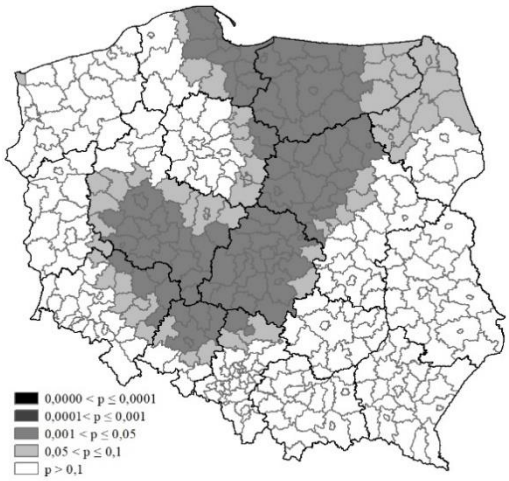
X_6 p-value



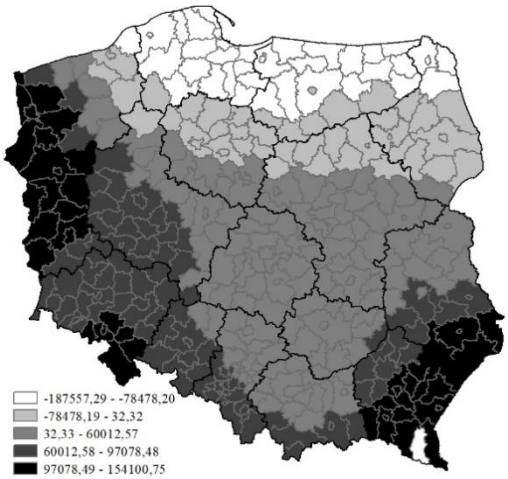
X_7



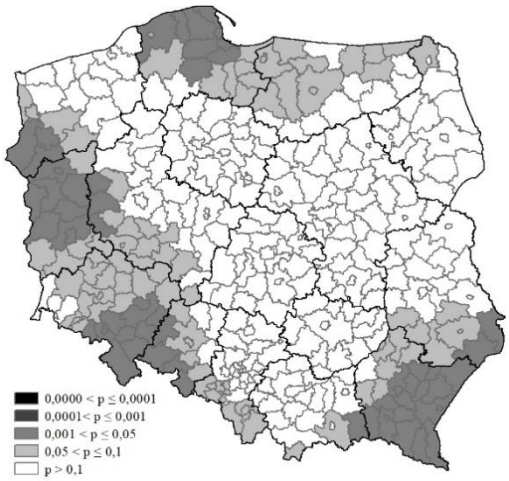
X_7 p-value



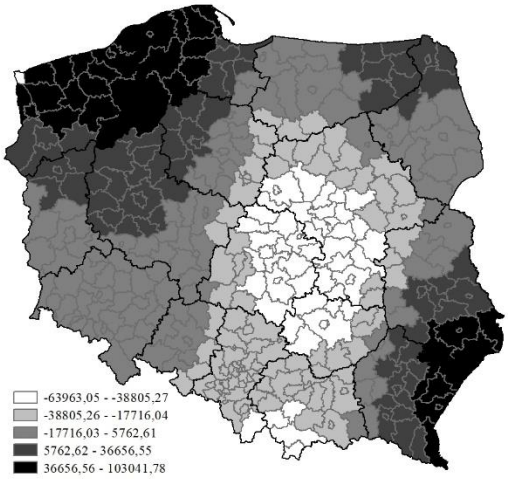
X_8



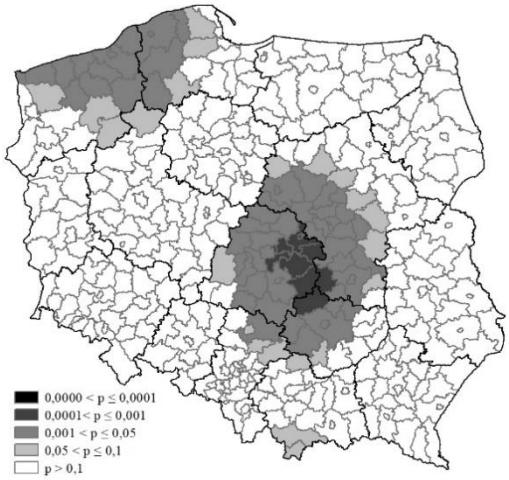
X_8 p-value



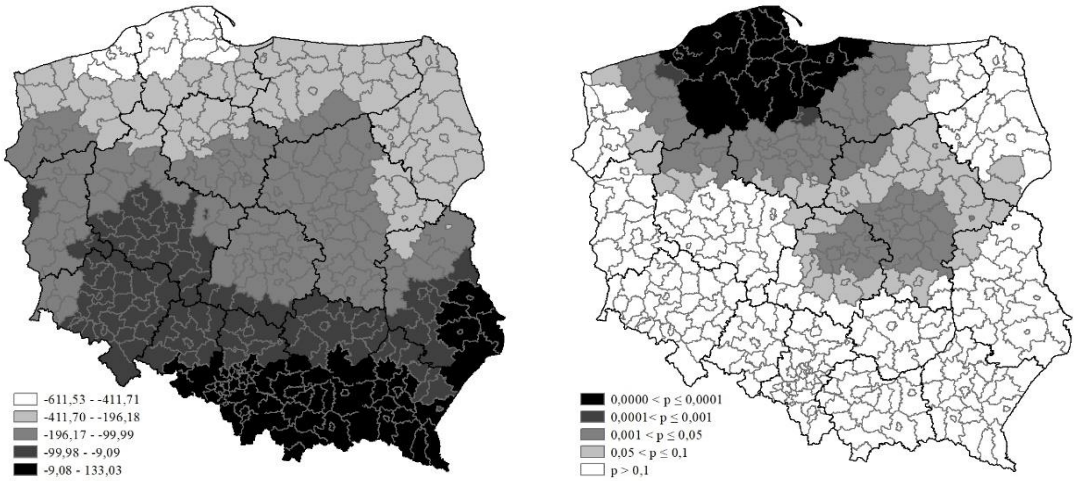
X_9



X_9 p-value



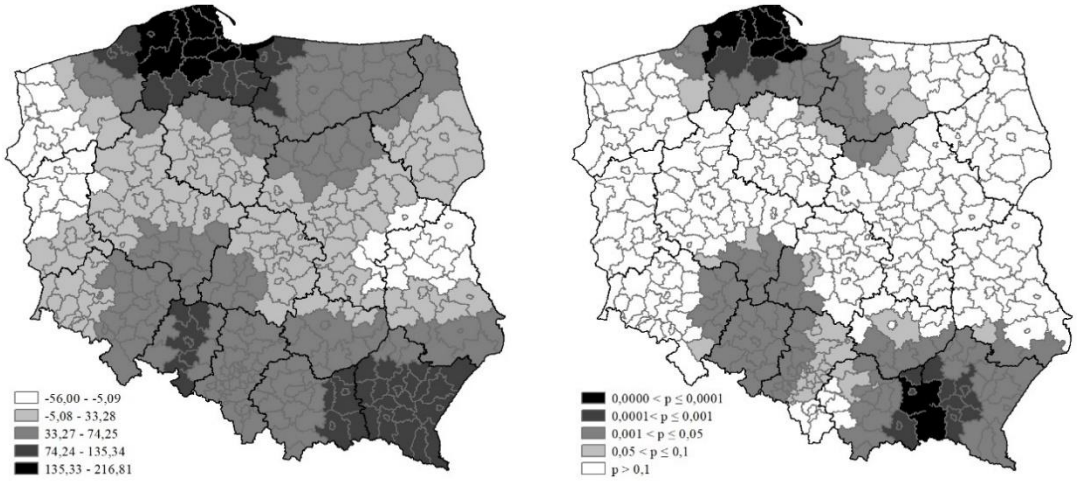
X_{10} X_{10} p-value



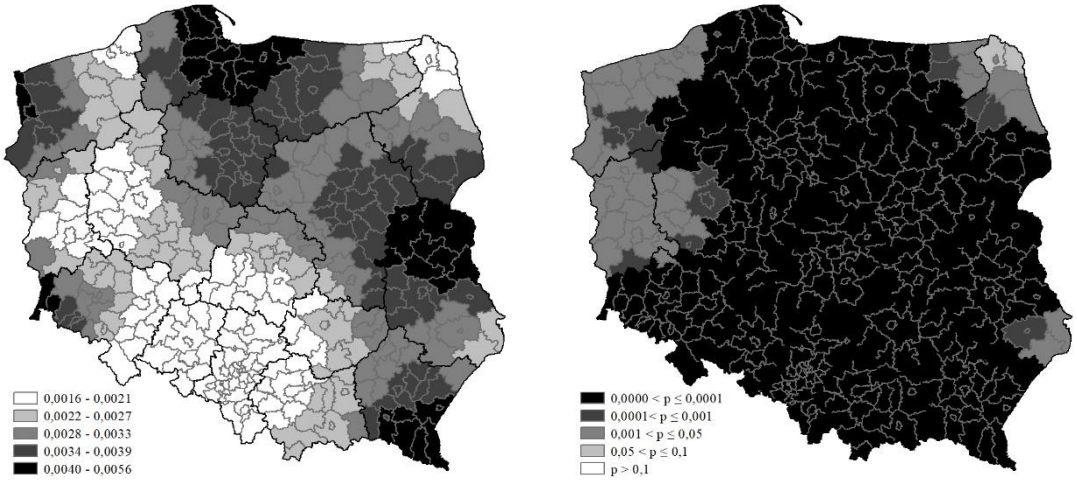
Rysunek 9.3 Kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienną zależną Y_1 wraz z kategoriami poziomów ich istotności w utworzonych modelach GWR

Źródło: opracowanie własne

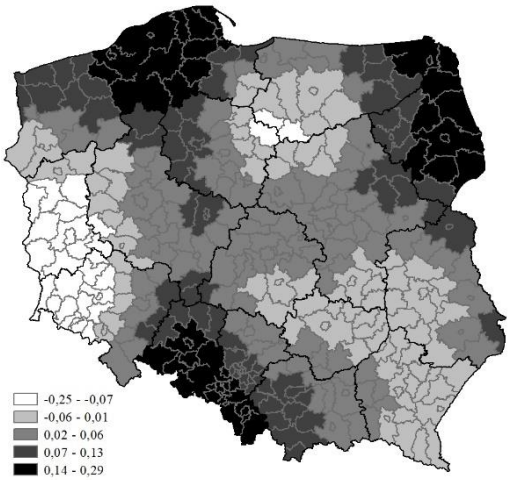
X_1 X_1 p-value



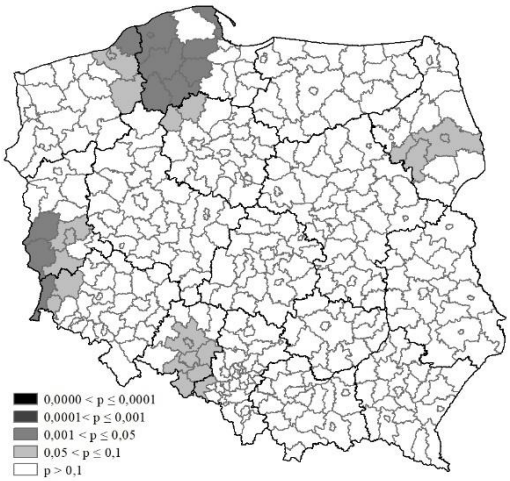
X_2 X_2 p-value



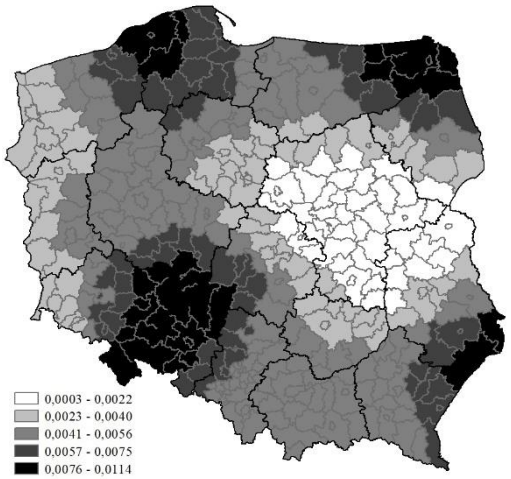
X_3



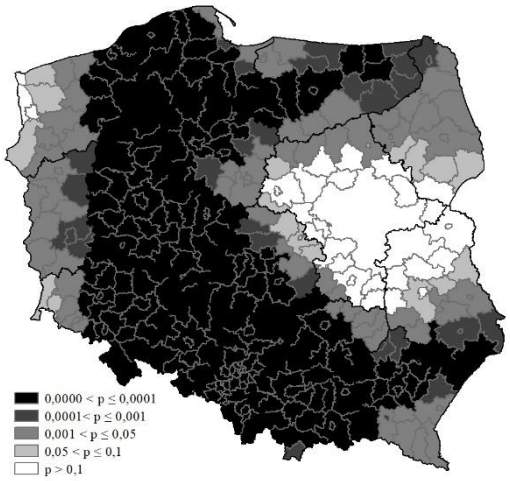
X_3 p-value



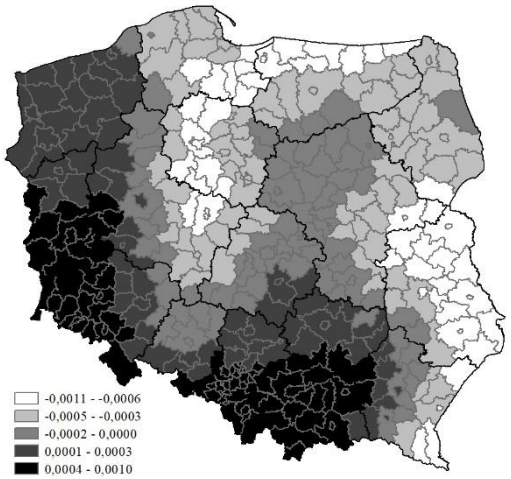
X_4



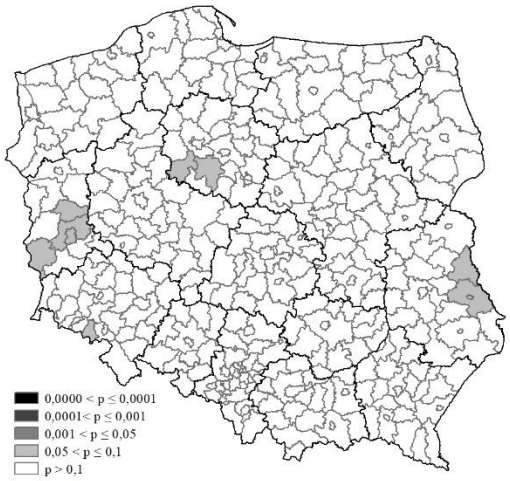
X_4 p-value



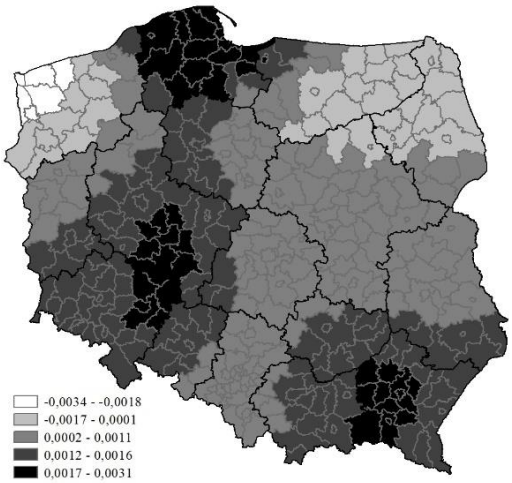
X_5



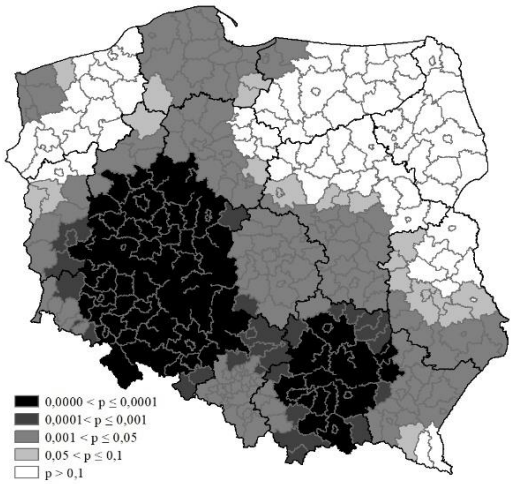
X_5 p-value



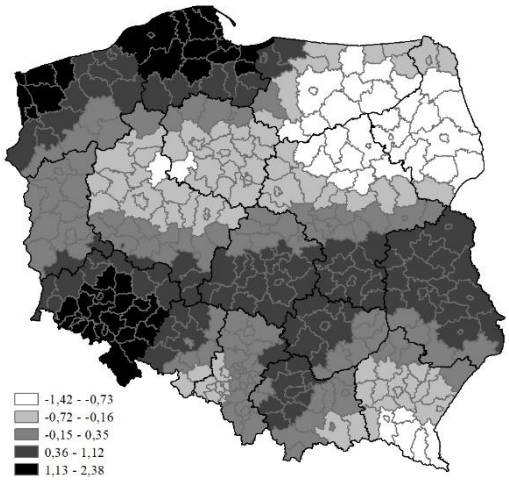
X_6



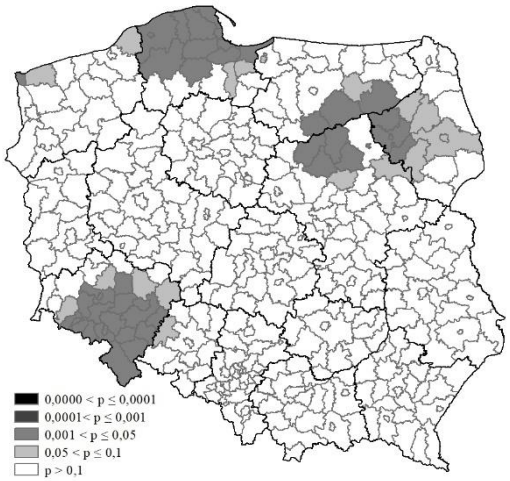
X_6 p-value



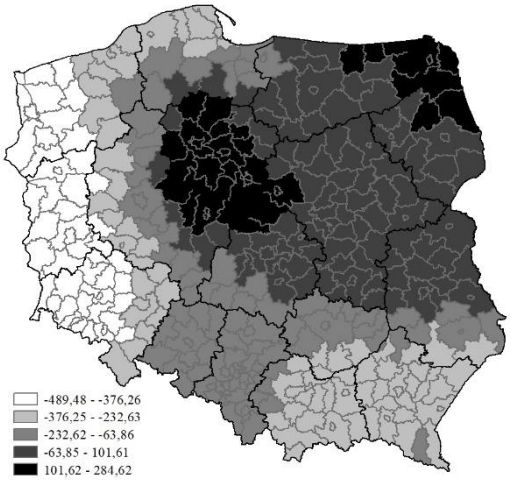
X_7



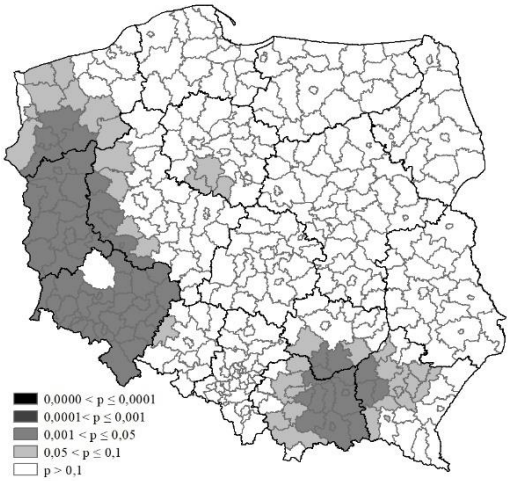
X_7 p-value

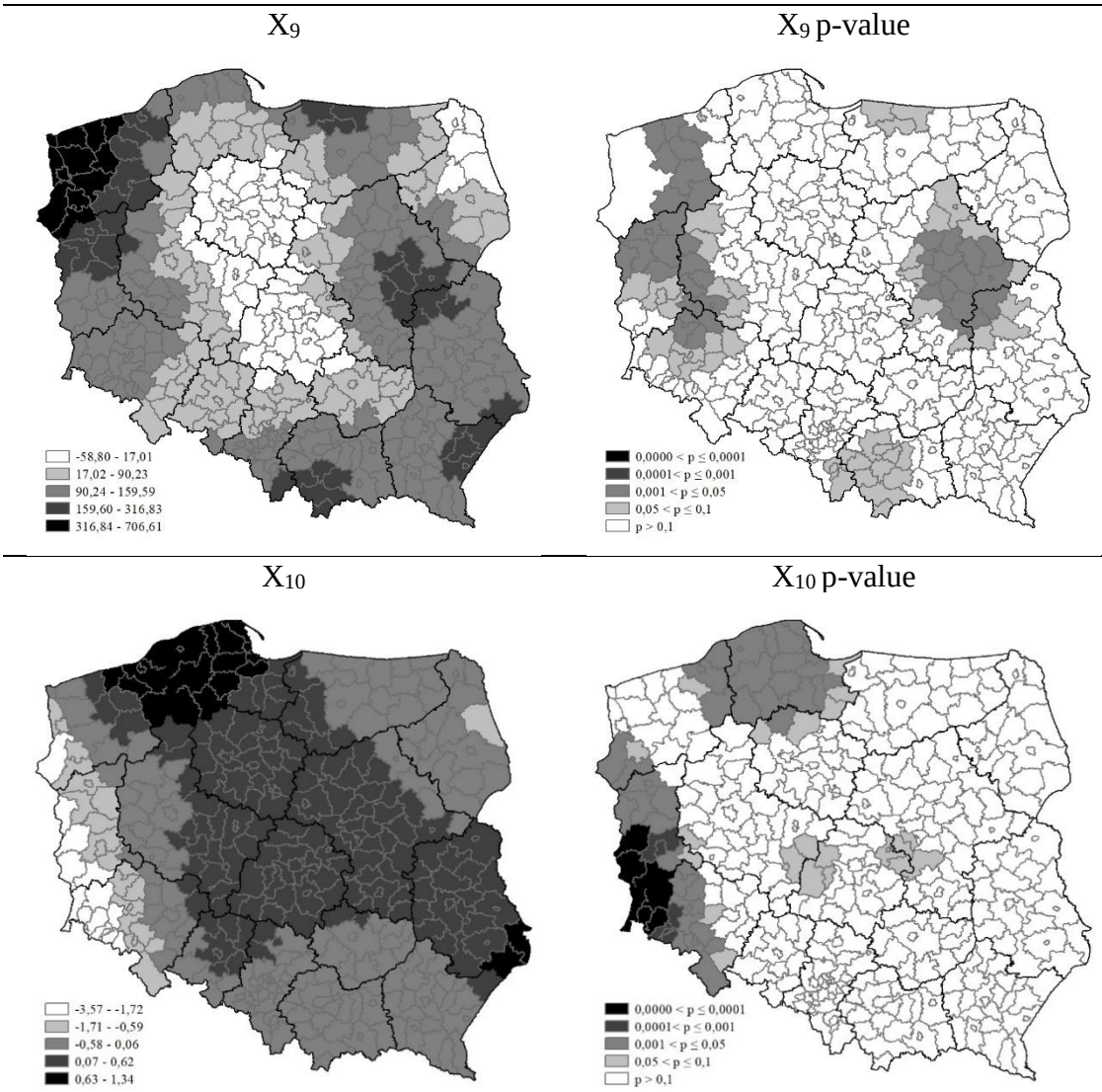


X_8



X_8 p-value





Rysunek 9.4 Kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienną zależną Y_2 wraz z kategoriami poziomów ich istotności w utworzonych modelach GWR

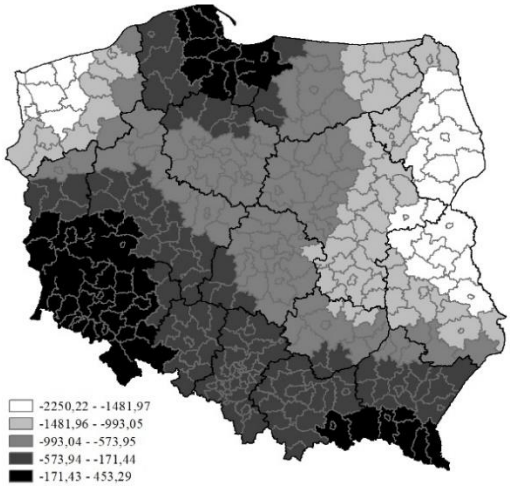
Źródło: opracowanie własne

Najbardziej istotnym parametrem w utworzonym modelu dla zmiennej objaśnianej Y_1 okazał się parametr przy zmiennej X_4 (podmioty gospodarki narodowej wpisane do rejestru REGON), a w przypadku zmiennej objaśnianej Y_2 – parametr przy zmiennej X_2 (gęstość zaludnienia). W pierwszym przypadku nieistotnym statystycznie obszarem okazało się pogranicze województwa lubelskiego oraz podkarpackiego, a w drugim również to pogranicze (tylko na mniejszym obszarze) oraz Suwalszczyzna, pomorze zachodnie, część województwa wielkopolskiego i większa część województwa lubuskiego. Najmniej istotnym parametrem okazał się parametr przy zmiennej X_1 - odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym (wyższe wartości występują tylko w województwie małopolskim oraz na pograniczu województwa zachodniopomorskiego,

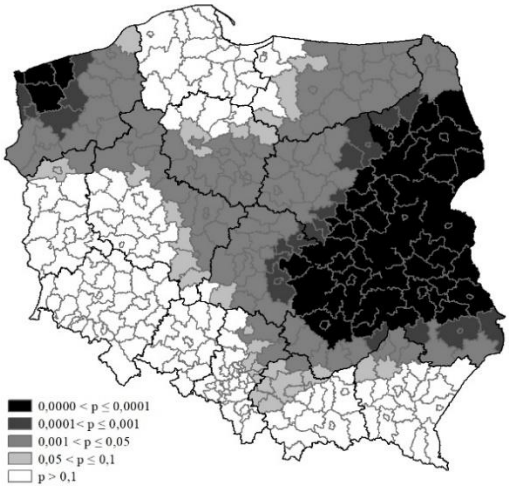
lubuskiego i wielkopolskiego) i parametr przy zmiennej X_6 – średnie wynagrodzenie (wyższe wartości występują jedynie na styku województwa lubelskiego, podkarpackiego, świętokrzyskiego i mazowieckiego oraz w powiecie kamieńskim i Świnoujście) w kontekście modelu dla zmiennej objaśnianej Y_1 oraz parametr przy zmiennej X_5 - dochody budżetów gmin na 1 mieszkańca w modelu dla zmiennej objaśnianej Y_2 (z całej Polski tylko 10 powiatów okazało się statystycznie istotnych). W zdecydowanej większości przypadków największy wpływ zmiennych niezależnych na zmienne zależne Y_1 i Y_2 obserwuje się w okolicach pomorza, Suwalszczyzny i południowej części Polski. Najmniejszy wpływ badanych wskaźników występuje w centralnej części kraju.

Następny krok polegał na stworzeniu analogicznych kartogramów, ale dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} celem odniesienia się do popytu i podaży nieruchomości. Na rysunku 9.5 i 9.6 zamieszczono mapy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienne zależne Y_{1P}-Y_{2P} oraz ich istotność w tworzonych modelach.

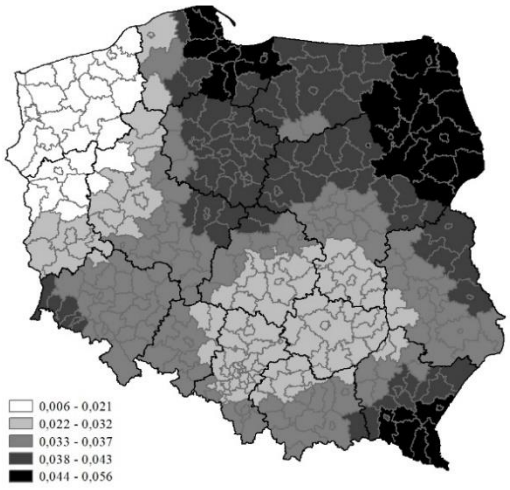
X_1



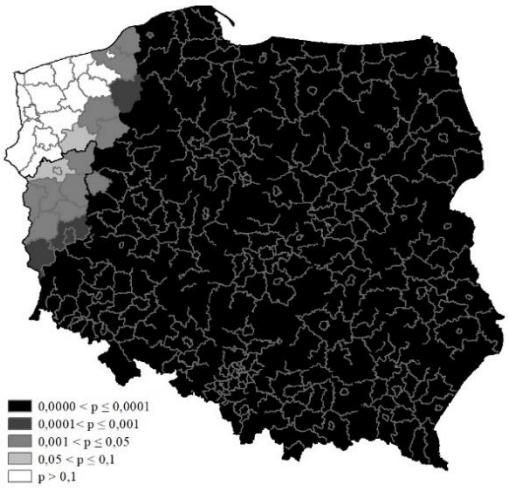
X_1 p-value



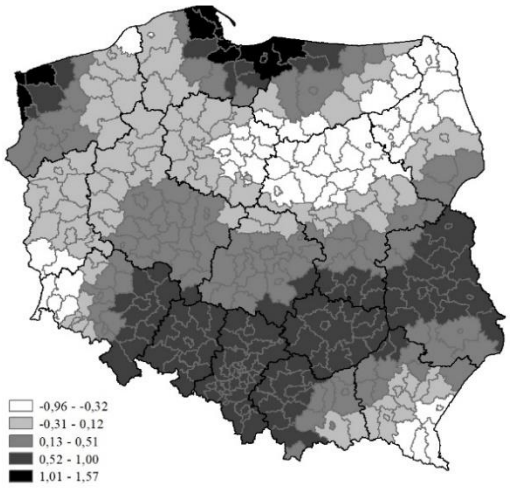
X_2



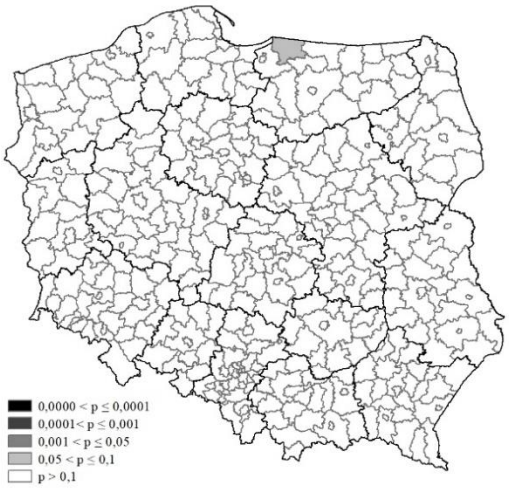
X_2 p-value



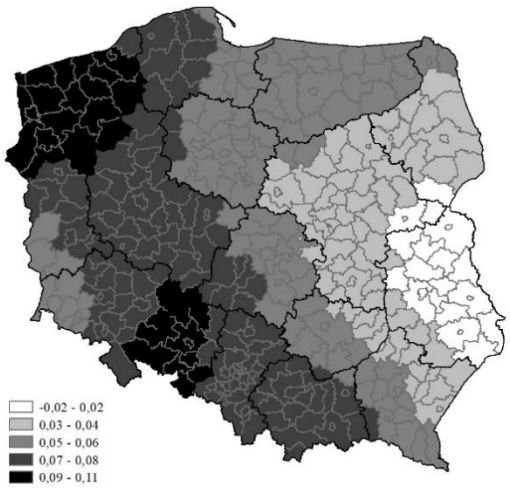
X_3



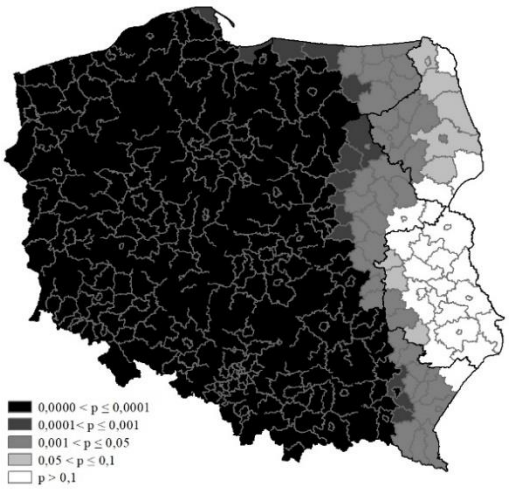
X_3 p-value



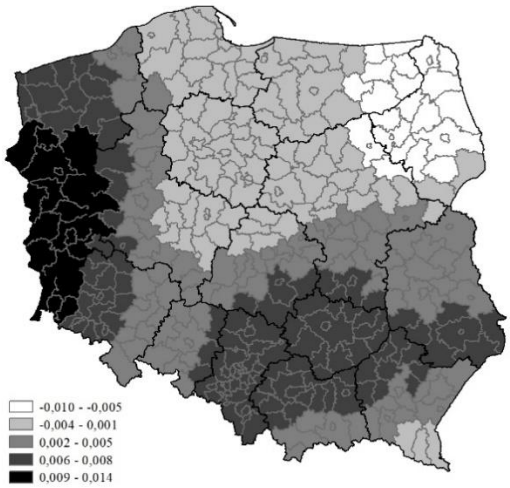
X_4



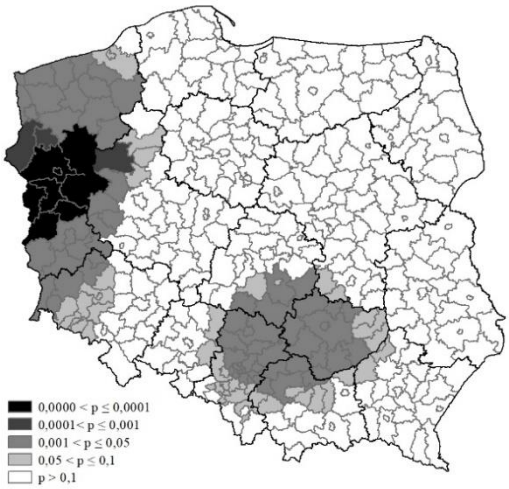
X_4 p-value



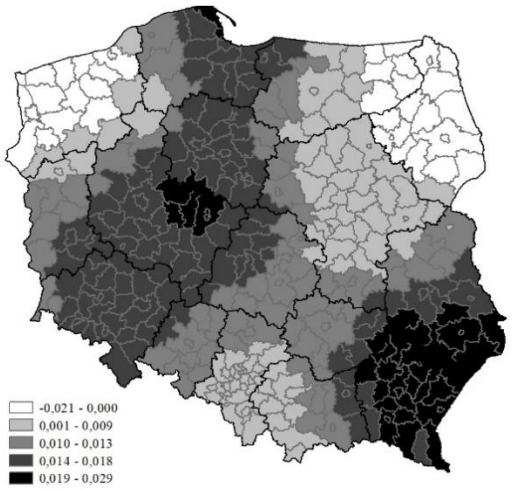
X_5



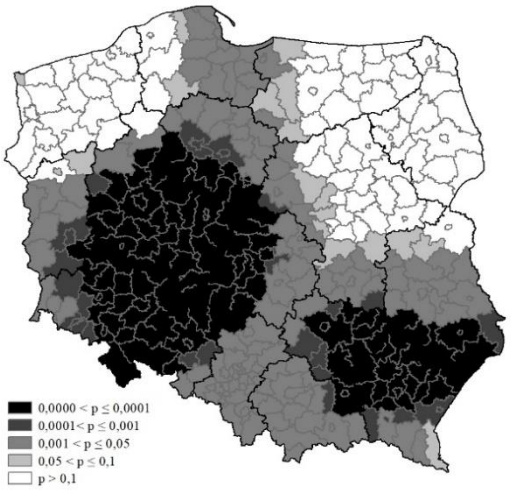
X_5 p-value



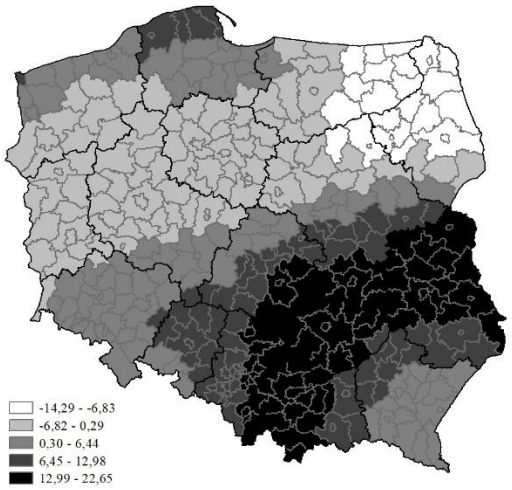
X_6



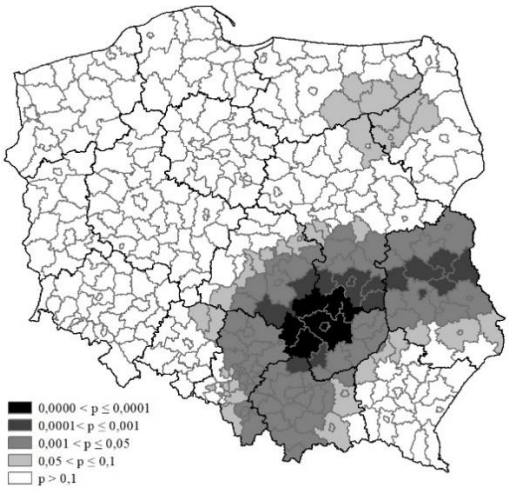
X_6 p-value



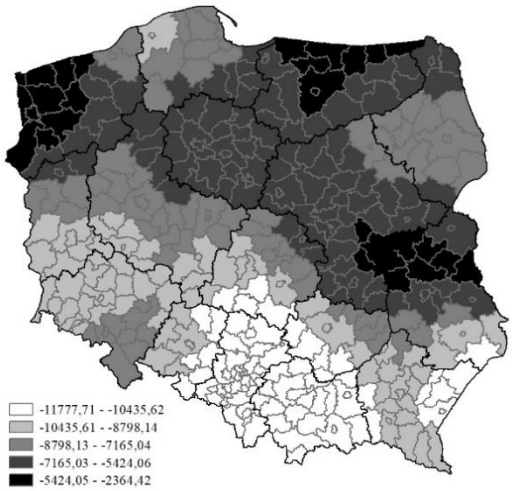
X_7



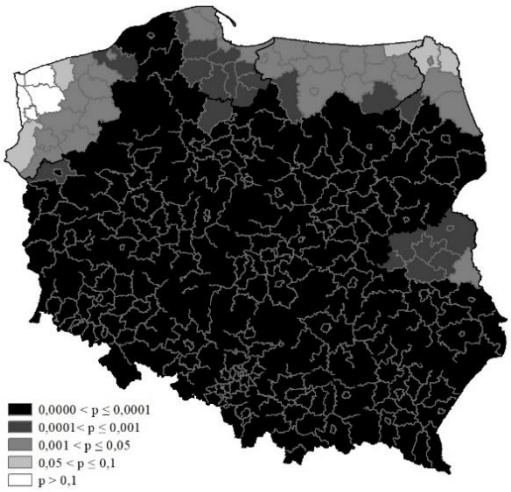
X_7 p-value



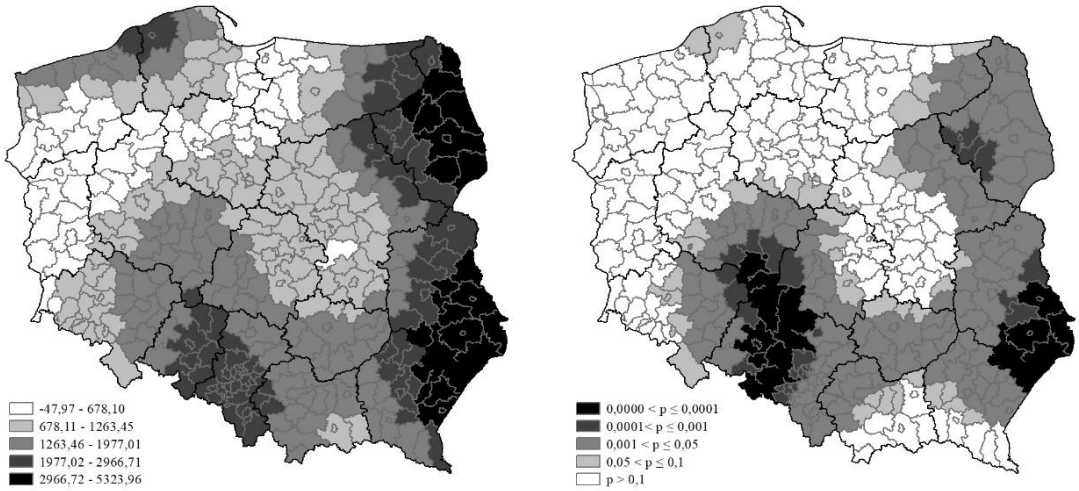
X_8



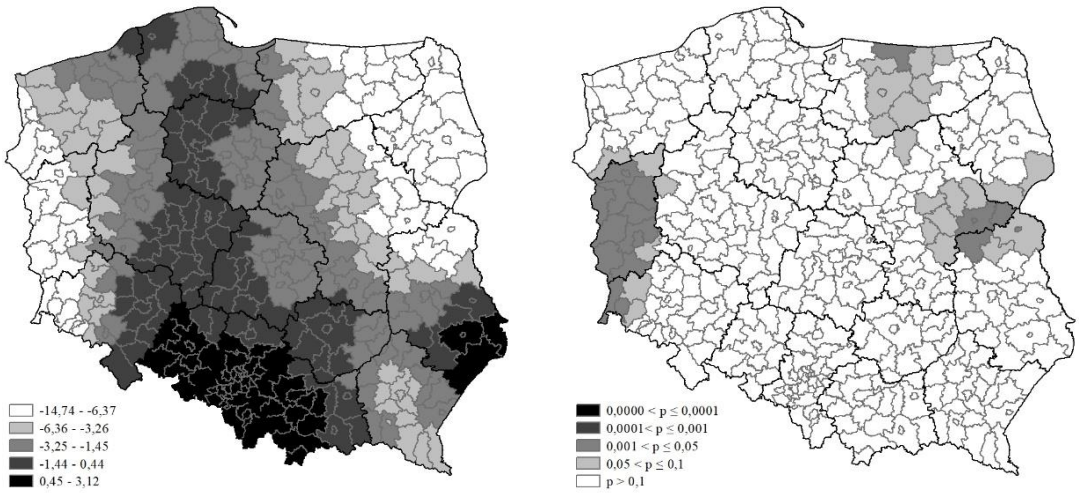
X_8 p-value



X_9 X_9 p-value



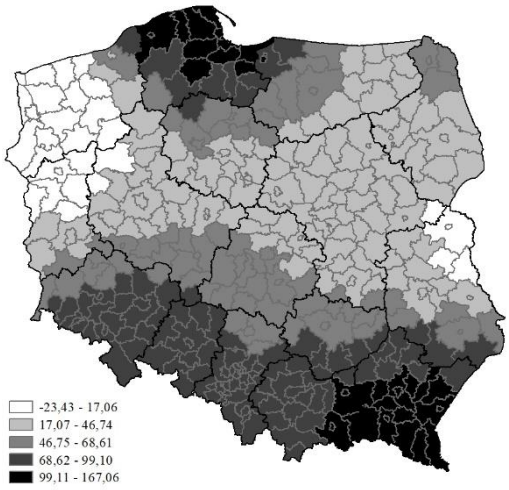
X_{10} X_{10} p-value



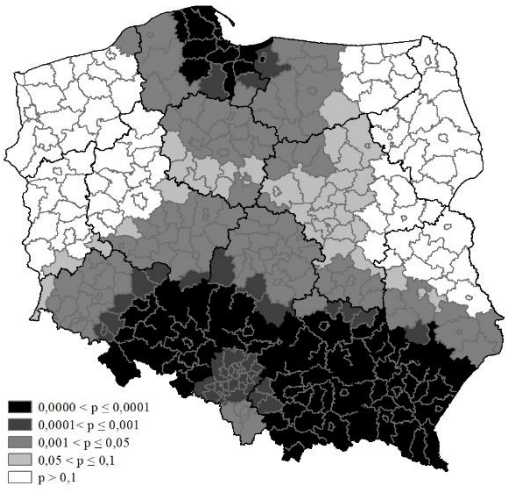
Rysunek 9.5 Kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienną zależną Y_{1P} wraz z kategoriami poziomów ich istotności w modelach GWR

Źródło: opracowanie własne

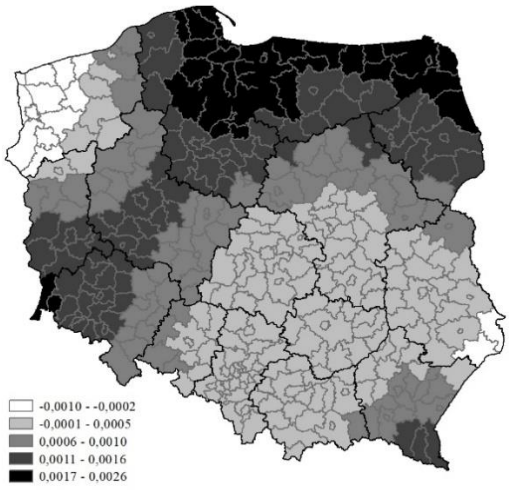
X_1



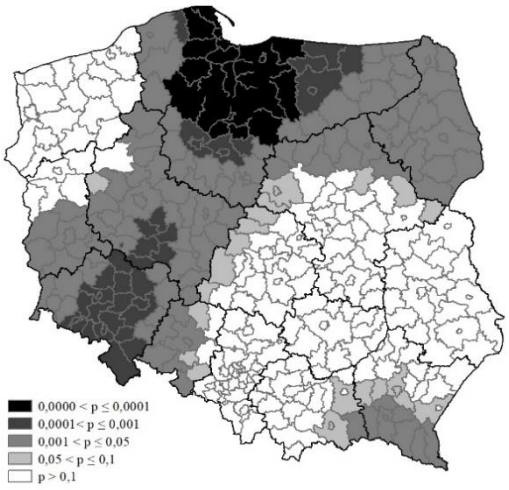
X_1 p-value



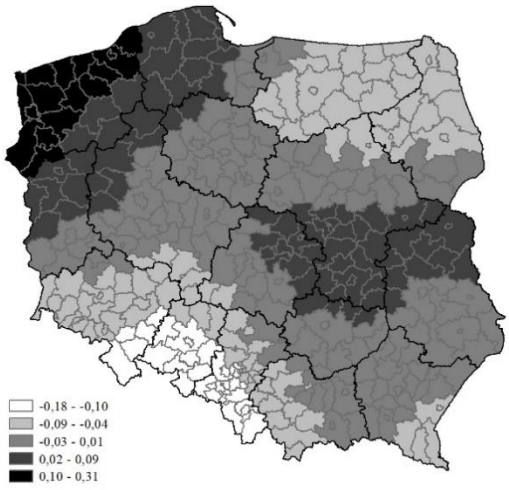
X_2



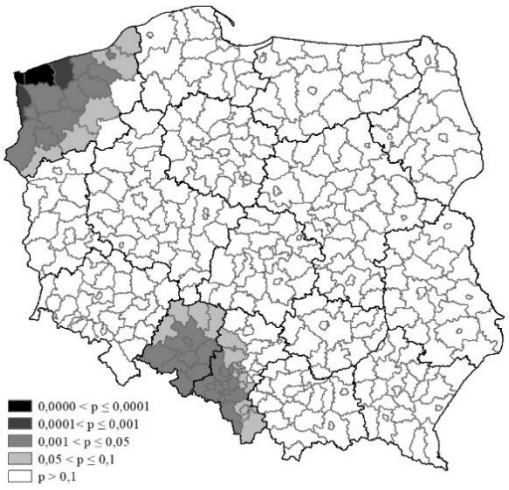
X_2 p-value



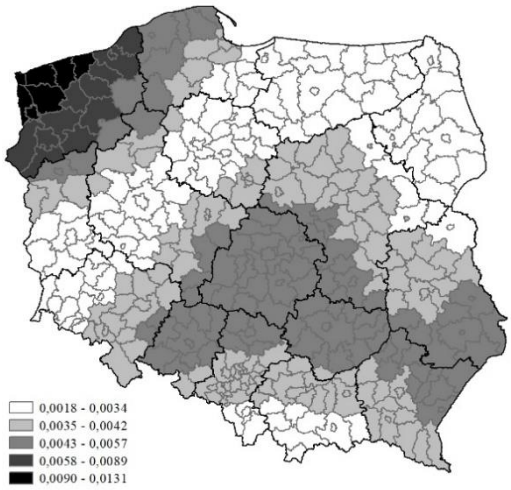
X_3



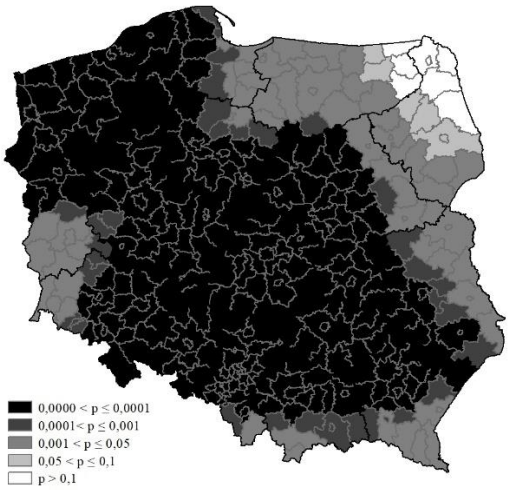
X_3 p-value



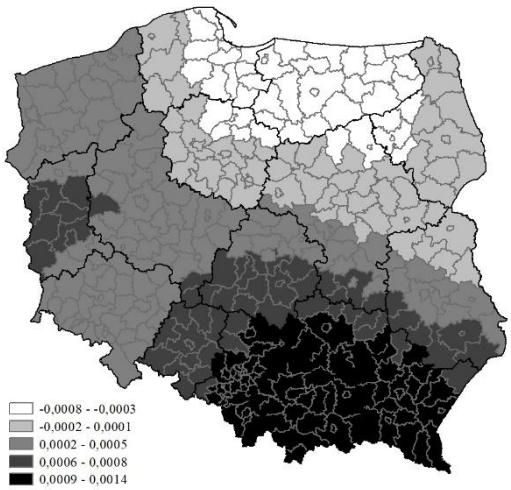
X_4



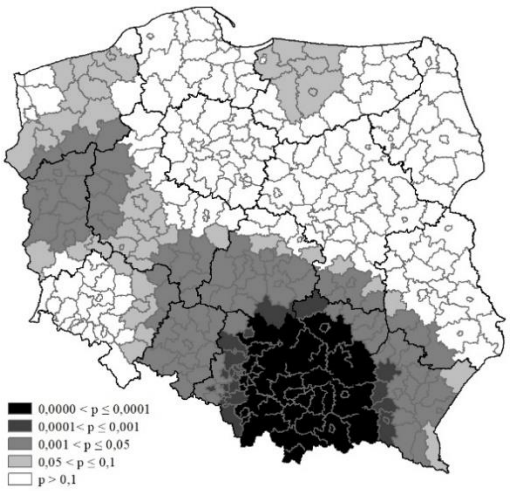
X_4 p-value



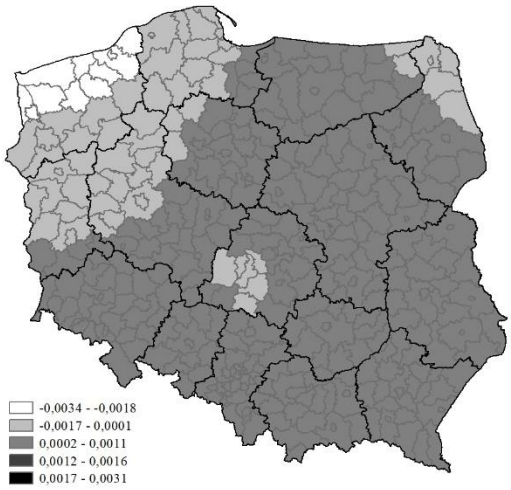
X_5



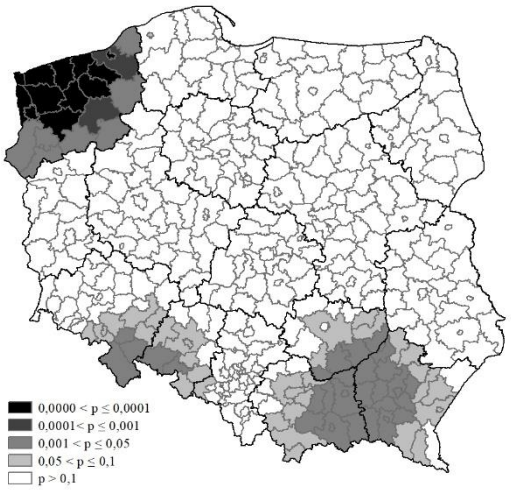
X_5 p-value



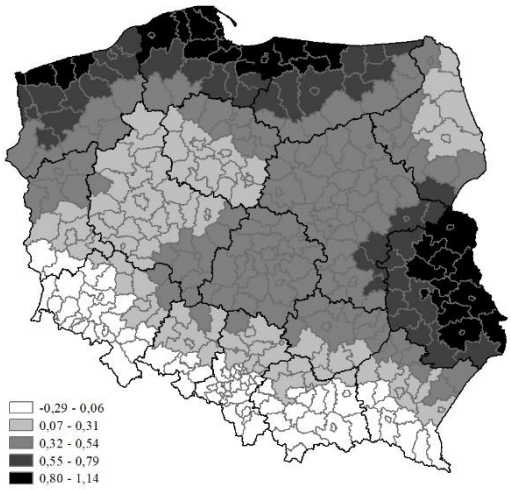
X_6



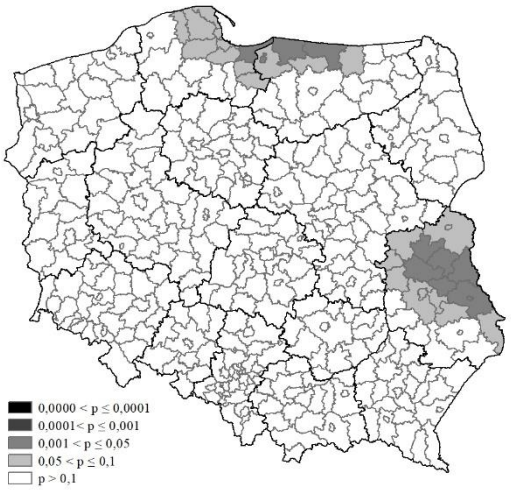
X_6 p-value



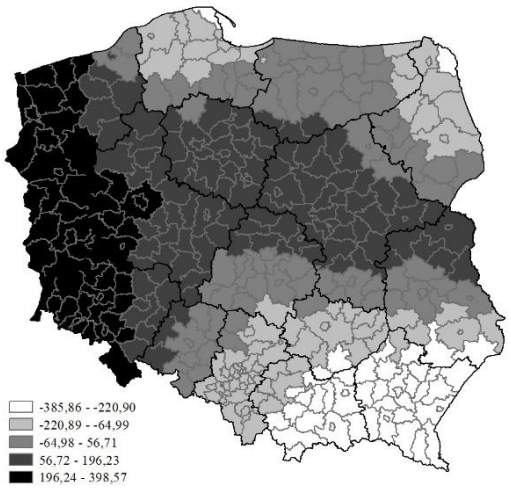
X_7



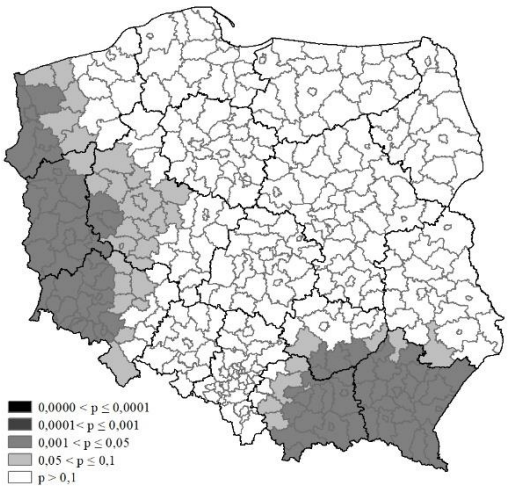
X_7 p-value



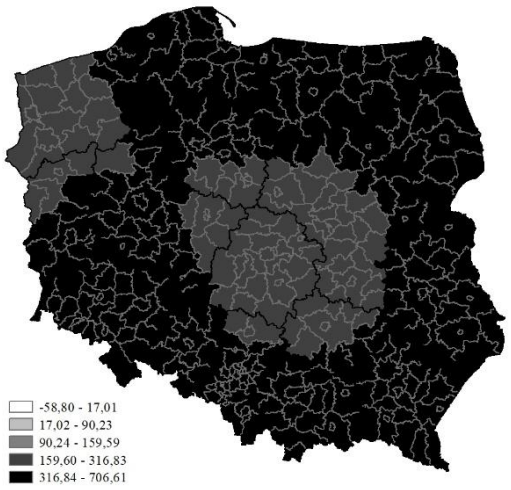
X_8



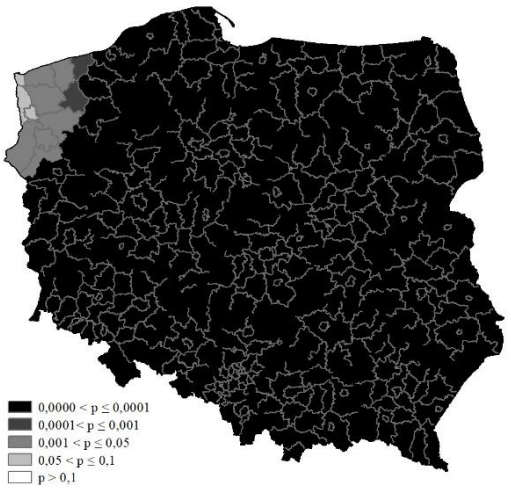
X_8 p-value

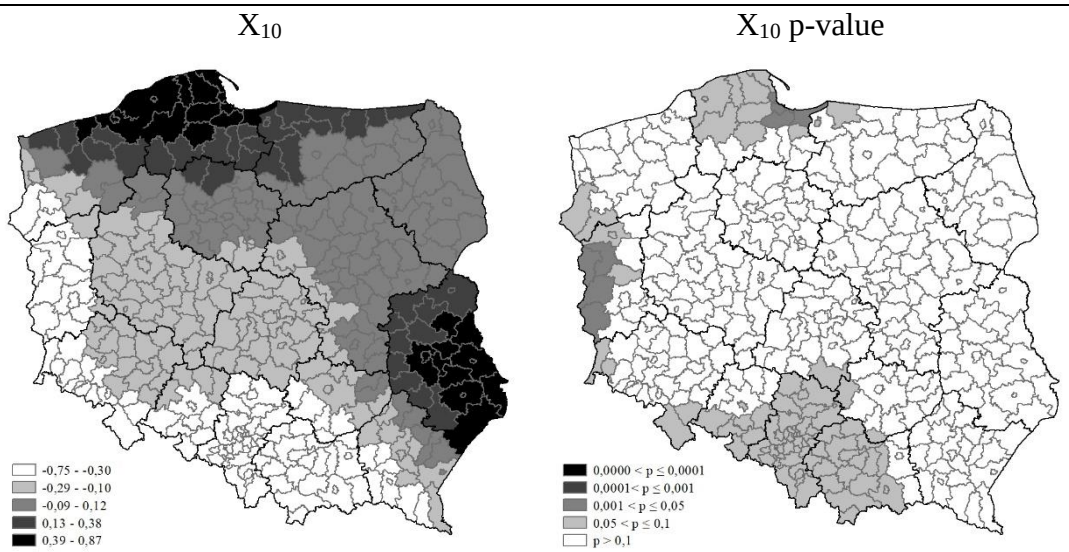


X_9



X_9 p-value





Rysunek 9.6 Kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienną Y_{2P} wraz z kategoriami poziomów ich istotności w utworzonych modelach GWR

Źródło: opracowanie własne

Najbardziej istotnym parametrem w utworzonym modelu dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} okazał się parametr przy zmiennej X_2, X_4 i X_8 (gęstość zaludnienia, podmioty gospodarki narodowej wpisane do rejestru REGON i przyrost naturalny), a w przypadku zmiennej objaśnianej Y_{2P} – parametr przy zmiennej X_9 (saldo międzypowiatowych migracji na pobyt stały). W pierwszym przypadku obszarem nieistotnym statystycznie okazało się Pomorze zachodnie oraz wschodnia część Polski, a w drugim przypadku pojawiły się tylko obszary o nieco mniejszej istotności statystycznej i tylko w środkowej części Polski i w okolicach Świnoujścia. Najmniej istotnym statystycznie parametrem okazał się parametr przy zmiennej X_3 – stopa bezrobocia (wyższe wartości występują tylko w powiecie braniewskim w województwie warmińsko-mazurskim) i parametr przy zmiennej X_{10} - emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe (obszary istotne statystycznie występują jedynie na styku województwa mazowieckiego, podlaskiego i lubelskiego, w województwie lubuskim oraz w środkowej części województwa warmińsko-mazurskiego) w kontekście modelu dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} oraz parametr przy zmiennej X_7 – liczba zawartych małżeństw (wyższe wartości występują jedynie na styku województwa pomorskiego i warmińsko-mazurskiego oraz w województwie lubelskim) w modelu dla zmiennej objaśnianej Y_{2P}. W zdecydowanej większości przypadków największy wpływ zmiennych niezależnych na zmienne zależne Y_{1P} i Y_{2P} obserwuje się w okolicach pomorza, Suwalszczyzny i południowej części Polski. Najmniejszy wpływ badanych wskaźników występuje w centralnej części kraju.

Powyższe badanie polegało na przeprowadzeniu próby oceny relacji pomiędzy otoczeniem, a wskaźnikami bezpośrednio dotyczącymi sytuacji na polskim rynku nieruchomości w ujęciu przestrzennym za pośrednictwem modeli GWR. Mniej więcej połowa czynników przyjętych do analizy okazała się istotna statystycznie zarówno w kontekście średniej ceny sprzedaży lokalu mieszkalnego, jak również i w zakresie liczby dokonywanych transakcji rynkowych przypadających na 1000 osób oraz liczby mieszkań i liczby nowo oddawanych mieszkań. Niniejsza analiza oparta na modelu GWR dostarczyła za to kluczowych informacji na temat przestrzennego zróżnicowania czynników wpływających zasadniczo na wybrane wskaźniki określające sytuację na rynku nieruchomości mieszkaniowych. Przyczyny takiego stanu dopatruje się w funkcjonujących podziałach gospodarczych, społecznych, kulturowych czy nawet historycznych. Dodatkowo, niejednorodność przestrzenna Polski wpływa na wyniki uzyskiwane z analiz społeczno-gospodarczych przeprowadzanych na szczeblu lokalnym, które mogą istotnie różnić się od wyników uzyskanych z analiz wykonywanych na poziomie krajowym. Podsumowując niniejszy punkt, włączanie zmienności przestrzennej w badania społeczno-ekonomiczne stanowi z pewnością wartość dodaną, a modele GWR powinny stanowić wstęp do głębszych analiz, w których uwzględniana jest autokorelacja i heterogeniczność przestrzenna, a które stanowić będą skuteczne narzędzie pozwalające na ocenę i prognozę zdarzeń na rynku nieruchomości na lokalnym i globalnym poziomie.

9.3. Modele hierarchiczne - HLM i HSAR

W bieżącym punkcie skupiono się na identyfikacji efektów przestrzennych w analizie rynku nieruchomości (DONG, HARRIS 2015 s. 173-191) oraz na pokazaniu możliwości wykorzystania modeli HSAR do opracowania map wartości nieruchomości. Niewątpliwie hierarchiczna struktura danych ma pozytywny wpływ na poziom jakości otrzymywanych z nich modeli (ARRIBA, GARCÍA, GUIJARRO, OLIVER, TAMOŠIŪNIENĖ 2016 s. 77-87), a dodatkowe uwzględnienie autokorelacji przestrzennej na rynku nieruchomości (BASU, THIBODEAU 1998 s. 61-85) pozwala zbudować hierarchiczny model przestrzenny, który może pełnić nie tylko funkcję diagnostyczną (DONG, HARRIS 2015 s. 173-191), ale również predykcyjną. Niniejszy punkt badań zawiera nie tylko opis budowy i analizę modelu HSAR, ale również inne modele skonstruowane na podstawie tej samej bazy danych – model liniowy (LM), hierarchiczny model liniowy (HLM) oraz przestrzenny model autoregresyjny (SAR), które posłużyły do przeprowadzenia analizy

porównawczej. W efekcie w oparciu o prognozę cen i analizę reszt stworzono mapy wartości nieruchomości. Badanie i obliczenia statystyczne przeprowadzono w środowisku R z takimi pakietami jak HSAR, lme4, sp czy spdep.

Skonstruowany klasyczny model regresji wielorakiej (LM), który posłużył jako wspomniany punkt odniesienia do dalszych badań i hierarchicznego modelu liniowego (HLM) umożliwił wykonanie prostej w odbiorze analizy zależności pomiędzy czynnikami wartościotwórczymi, a wskaźnikami stanu rynku nieruchomości oraz poziomu popytu i podaży nieruchomości. W modelu HLM, w przeciwieństwie do modelu SAR opartego na autokorelacji przestrzennej, nie uwzględnia się zależności przestrzennych, a przyporządkowanie powiatów do poszczególnych województw ma miejsce za pośrednictwem TERYTu, co stanowi zmienną hierarchiczną drugiego poziomu. Model HSAR w zakresie przestrzennej macierzy wag z pierwszego poziomu jest identyczny z modelem SAR, natomiast w kontekście macierzy wag z drugiego poziomu oparty już jest na podstawie wspólnego kryterium progowego (przyległości) badanego obszaru. Problemem w tym miejscu były obszary w formie wysp, które przez brak styczności granicznej z obszarami sąsiednimi spowodowały pojawienie się w macierzy wag wiersza zerowego. Tym samym efekty losowe dla takich obszarów będą identyczne w modelu HLM i HSAR. Uzyskane wyniki z przeprowadzonej estymacji zmiennych dla poszczególnych modeli pokazano w tabeli 9.13 i 9.14 (analiza na zmiennych Y_1 i Y_2) oraz w tabeli 9.15 i 9.16 (analiza na zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}).

Tabela 9.13 Wyniki estymacji modeli LM i HLM dla zmiennej Y_1

	LM			**HLM**		
	Estimate		**Std. Error**	**Estimate**		**Std. Error**
STAŁA	-1567,885		2301,573	-2048,915		2171,133
X_1	-2120,532		5557,984	689,909		5235,008
X_2	0,057		0,087	0,013		0,084
X_3	-11,003		12,665	-35,166	**	13,088
X_4	1,961	***	0,204	2,385	***	0,216
X_5	0,350	***	0,061	0,238	***	0,057
X_6	0,080		0,083	0,142		0,077
X_7	380,200	***	106,148	244,884	*	100,649
X_8	42766,967		27811,432	23778,330		26851,591
X_9	-7717,034		13677,411	-7854,910		13178,113
X_{10}	-199,898	**	61,724	-137,972	*	56,192
Residual standard error	749 on 369 degrees of freedom					
Multiple R-squared	0,613					
Adjusted R-squared	0,602					
F-statistic	58,4 on 10 and 369 DF					
p-value	***					

Źródło: opracowanie własne

W klasycznym modelu regresji wielorakiej LM dedykowanego zmiennej Y_1 cztery parametry przy zmiennych okazały się być statystycznie istotne na poziomie istotności powyżej 95%. Najistotniejszymi parametrami były parametry znajdujące się przy zmiennych: X_4 - podmioty gospodarki narodowej wpisane do rejestru REGON, X_5 - dochody budżetów gmin przypadające na 1 mieszkańca, X_7 - ilość zawartych małżeństw oraz X_{10} - emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe. Hierarchiczny model liniowy HLM z kolei wskazuje już 5 parametrów przy zmiennych istotnych statystycznie (choć parametry przy zmiennych X_7 i X_{10} nieco straciły w tym modelu) – oprócz parametrów zmiennych istotnych w modelu LM pojawił się również parametr znajdujący się przy zmiennej X_3 - stopa bezrobocia rejestrowanego. Tylko na tej podstawie można stwierdzić wyższość HLM nad modelem LM. Największy wpływ na zmienną Y_1 – średnią cenę sprzedaży mieszkania miały zmienne X_8 (stymulanta) odpowiadająca za przyrost naturalny i X_9 (destymulanta) wskazująca na saldo migracji międzypowiatowych. Wyniki uzyskane z tego modelu były zgodne z oczekiwaniami.

Tabela 9.14 Wyniki estymacji modeli LM i HLM dla zmiennej Y_2

	LM			**HLM**		
	Estimate		**Std. Error**	**Estimate**		**Std. Error**
STAŁA	-33,796	***	6,606	-21,765	***	5,819
X_1	63,757	***	15,952	33,472	*	14,017
X_2	0,002	***	0,000	0,003	***	0,000
X_3	0,082	*	0,036	0,014		0,035
X_4	0,006	***	0,001	0,004	***	0,001
X_5	0,000		0,000	0,000		0,000
X_6	0,001	***	0,000	0,001	***	0,000
X_7	-0,267		0,305	0,686	*	0,270
X_8	-105,173		79,820	-89,093		72,051
X_9	12,871		39,255	86,026	*	35,349
X_{10}	0,136		0,177	0,277		0,150
Residual standard error	2,15 on 369 degrees of freedom					
Multiple R-squared	0,652					
Adjusted R-squared	0,643					
F-statistic	69,3 on 10 and 369 DF					
p-value	***					

Źródło: opracowanie własne

W modelu LM, w którym zmienną zależną była zmienna Y_2, oprócz stałej, pięć parametrów przy zmiennych okazało się być statystycznie istotnych na poziomie istotności powyżej 95%. Najistotniejszymi parametrami były te, które znajdowały się przy zmiennych– X_1 - odsetek ludności mobilnej, X_2 - gęstość zaludnienia, X_4 – podmioty REGON, X_6 – średnie wynagrodzenie oraz X_3 – stopa bezrobocia. Model HLM znowu i w przypadku zmiennej objaśnianej Y_2 wykazał o jeden parametr zmiennej niezależnej

istotny statystycznie więcej. Wśród nich znalazły się parametry przy zmiennej X_7 - ilość nowo zawartych małżeństw oraz X_9 - saldo migracji, a wykluczony został parametr przy zmiennej X_3 - stopa bezrobocia (w modelu LM była na najniższym akceptowalnym poziomie istotności statystycznej). Największy wpływ na zmienną objaśnianą Y_2 – liczbę transakcji rynkowych miały zmienne X_1 (stymulanta) odpowiadająca za odsetek ludności mobilnej i X_8 (destymulanta) wskazująca na przyrost naturalny.

Tabela 9.15 Wyniki estymacji modeli LM i HLM dla zmiennej Y_{1P}

	LM			HLM		
	Estimate		**Std. Error**	**Estimate**		**Std. Error**
STAŁA	365,262	***	68,717	388,789	***	65,043
X_1	-606,251	***	166,026	-643,506	***	156,937
X_2	0,030	***	0,003	0,032	***	0,003
X_3	0,558		0,380	0,058		0,393
X_4	0,057	***	0,006	0,060	***	0,007
X_5	0,008	***	0,002	0,005	**	0,002
X_6	0,011	***	0,003	0,010	***	0,002
X_7	6,016	.	3,179	9,239	**	3,025
X_8	-8821,177	***	832,918	-8431,661	***	806,625
X_9	1462,499	***	409,932	1551,005	***	396,36
X_{10}	-3,307	.	1,849	1,118		1,691
Residual standard error	22,4 on 369 degrees of freedom					
Multiple R-squared	0,828					
Adjusted R-squared	0,823					
F-statistic	177 on 10 and 369 DF					
p-value	***					

Źródło: opracowanie własne

Klasyczny model regresji wielorakiej LM zbudowany już celem dokonania analizy popytu na nieruchomości z wykorzystaniem zmiennej objaśnianej Y_{1P}, oprócz stałej, wykazał się aż 7 z 10 parametrami przy zmiennych statystycznie istotnymi na poziomie istotności powyżej 95%. Najistotniejszymi parametrami były parametry przy zmiennej X_1 - odsetek ludności mobilnej, X_2 - gęstość zaludnienia, X_4 - podmioty REGON, X_5 – dochody budżetów gmin, X_6 - średnie wynagrodzenie, X_8 – przyrost naturalny oraz X_{10} – emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe. Model HLM znowu i w przypadku zmiennej objaśnianej Y_{1P} wykazał o jeden parametr przy zmiennej niezależnej istotny statystycznie więcej. Wśród nich znalazł się dodatkowo parametr przy zmiennej X_7 - ilość nowo zawartych małżeństw. Największe znaczenie w kształtowaniu się popytu na nieruchomości ma czynnik demograficzny, który reprezentowany jest przez zmienną X_9 (saldo migracji) i X_8 (przyrost naturalny).

Tabela 9.16 Wyniki estymacji modeli LM i HLM dla zmiennej Y_{2P}

	LM			HLM		
	Estimate		**Std. Error**	**Estimate**		**Std. Error**
STAŁA	-24,541	***	5,361	-24,090	***	5,419
X_1	51,340	***	12,952	51,066	***	13,088
X_2	0,001	**	0,000	0,001	**	0,000
X_3	0,021		0,030	0,005		0,032
X_4	0,004	***	0,001	0,004	***	0,001
X_5	0,001	***	0,000	0,001	**	0,000
X_6	0,000		0,000	0,000		0,000
X_7	0,480		0,248	0,495	.	0,252
X_8	38,240		64,980	44,584		66,667
X_9	348,310	***	31,981	352,029	***	32,802
X_{10}	-0,084		0,144	-0,021		0,142
Residual standard error	1,75 on 369 degrees of freedom					
Multiple R-squared	0,688					
Adjusted R-squared	0,680					
F-statistic	81,6 on 10 and 369 DF					
p-value	***					

Źródło: opracowanie własne

Ostatnie zestawienie modelu LM i HLM dotyczy zmiennej Y_{2P}. W pierwszym przypadku mamy do czynienia, oprócz wartości stałej, z 5 istotnymi statystycznie– parametrami przy zmiennych objaśniających (X_1 - odsetek ludności mobilnej, X_2 - gęstość zaludnienia, X_4 - podmioty REGON, X_5 – dochody budżetów gmin, X_9 – saldo migracji międzypowiatowych), a w drugim przypadku sytuacja jest niemal identyczna – na istotności statystycznej stracił tylko parametr przy zmiennej X_5 - dochody budżetów gmin. Najbardziej na wartość zmiennej objaśniającej Y_{2P} wpływa zmienna X_9 i X_5 (stymulanty) – saldo migracji i dochody budżetów gmin, a najmniej X_6 - średnie wynagrodzenie. Destymulantą okazała się tylko zmienna X_{10} – emisja pyłów.

W tabeli 9.17 zebrano wyniki przeprowadzonej estymacji modeli HSAR oraz dla porównania również modeli SAR dla zmiennej Y_1.

Najbardziej na wartość zmiennej objaśniającej Y_1 wpływa zmienna X_8 – przyrost naturalny (zmienna stymulująca) oraz X_9 – saldo migracji międzypowiatowych na pobyt stały (zmienna destymulująca). Najmniejszy wpływ obserwuje się w zakresie zmiennej stymulującej X_6 – średnie wynagrodzenie brutto oraz zmiennej destymulującej X_3 – stopa bezrobocia. Przyrównując do siebie wyniki uzyskane z modelu SAR i HSAR dla zmiennej objaśnianej Y_1 można dostrzec wysokie podobieństwo pomiędzy tymi modelami w zakresie błędów standardowych oraz wpływu zmiennych niezależnych na zmienną zależną. W zakresie parametru log likelihood niższe wartości uzyskano w modelu SAR, ale już przy Pseudo R^2 wyższe wartości otrzymano z modelu HSAR. Oznacza to, iż modele SAR i HSAR są porównywalne pod względem dopasowania do

stworzonej bazy danych. Współczynnik korelacji w obu modelach znajduje się na podobnym, dodatnim poziomie, przy czym w modelu SAR jest on nieznacznie wyższy.

Tabela 9.17 Wyniki estymacji modeli SAR i HSAR dla zmiennej Y_1

	SAR		HSAR	
	Mean	**SD**	**Mean**	**SD**
STAŁA	-1568,222	9,876	-1567,751	10,112
X_1	-2120,634	9,950	-2120,452	9,847
X_2	0,172	0,069	0,107	0,074
X_3	-10,966	6,841	-16,905	7,001
X_4	1,562	0,183	2,094	0,203
X_5	0,298	0,049	0,239	0,049
X_6	0,019	0,056	0,078	0,064
X_7	377,552	9,750	376,989	9,922
X_8	42767,092	10,002	42767,120	10,011
X_9	-7717,011	9,934	-7716,933	10,067
X_{10}	-197,037	9,924	-195,699	9,896
Rho	0,310		0,212	
Lambda			0,716	
Log likelihood	-5345,71		-5291,290	
Pseudo R2	0,653		0,698	

Źródło: opracowanie własne

W poniższej tabeli 9.18 zebrano wyniki przeprowadzonej estymacji modeli HSAR oraz dla porównania również modeli SAR dla zmiennej Y_2.

Tabela 9.18 Wyniki estymacji modeli SAR i HSAR dla zmiennej Y_2

	SAR		HSAR	
	Mean	**SD**	**Mean**	**SD**
STAŁA	-32,392	2,825	-29,369	3,071
X_1	61,045	6,870	54,110	6,843
X_2	0,002	0,000	0,003	0,000
X_3	0,069	0,033	-0,004	0,033
X_4	0,005	0,001	0,005	0,001
X_5	0,000	0,000	0,000	0,000
X_6	0,001	0,000	0,001	0,000
X_7	-0,127	0,280	0,541	0,269
X_8	-105,911	9,792	-105,643	9,838
X_9	11,381	9,730	19,151	9,616
X_{10}	0,269	0,168	0,234	0,154
Rho	0,233		-0,080	
Lambda			0,646	
Log likelihood	-951,939		-844,496	
Pseudo R2	0,686		0,757	

Źródło: opracowanie własne

Najbardziej na wartość zmiennej objaśniającej Y_2 wpływa zmienna X_8 – przyrost naturalny (zmienna destymulująca) oraz X_1 – odsetek ludności mobilnej (zmienna stymulująca). Najmniejszy wpływ obserwuje się w zakresie zmiennej X_5 – dochody budżetów gmin. Przyrównując do siebie wyniki uzyskane z modelu SAR i HSAR dla

zmiennej objaśnianej Y_1 ponownie można dostrzec wysokie podobieństwo pomiędzy tymi modelami w zakresie błędów standardowych oraz wpływu zmiennych niezależnych na zmienną zależną. W zakresie parametru log likelihood niższe wartości uzyskano w modelu SAR, ale już przy Pseudo R^2 wyższe wartości otrzymano z modelu HSAR. Oznacza to, iż modele SAR i HSAR są porównywalne pod względem dopasowania do stworzonej bazy danych. W zakresie współczynnika korelacji obserwuje się korelację dodatnią w modelu SAR oraz korelację ujemną w modelu HSAR.

W poniższej tabeli 9.19 i 9.20 zebrano wyniki przeprowadzonej estymacji modeli HSAR oraz dla porównania również modeli SAR dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P}.

Tabela 9.19 Wyniki estymacji modeli SAR i HSAR dla zmiennej Y_{1P}

	SAR		HSAR	
	Mean	**SD**	**Mean**	**SD**
STAŁA	349,138	9,474	358,114	9,922
X_1	-610,463	9,897	-608,006	9,859
X_2	0,031	0,002	0,032	0,002
X_3	0,078	0,324	-0,315	0,347
X_4	0,052	0,006	0,056	0,006
X_5	0,007	0,002	0,005	0,002
X_6	0,005	0,003	0,008	0,002
X_7	4,314	2,369	7,871	2,474
X_8	-8820,887	10,024	-8820,920	10,010
X_9	1462,242	10,121	1462,439	9,910
X_{10}	-2,040	1,774	-0,594	1,646
Rho	0,181		0,119	
Lambda			0,617	
Log likelihood	-2706,13		-2625,1	
Pseudo R^2	0,889		0,879	

Źródło: opracowanie własne

Najbardziej na wartość zmiennej objaśniającej Y_{1P} wpływa zmienna X_8 – przyrost naturalny (zmienna destymulująca) oraz X_9 – saldo migracji międzypowiatowych na pobyt stały (zmienna stymulująca). Najmniejszy wpływ obserwuje się w zakresie zmiennej stymulującej X_6 – średnie wynagrodzenie brutto oraz zmiennej destymulującej X_{10} – emisja pyłów przez zakłady. Przyrównując do siebie wyniki uzyskane z modelu SAR i HSAR dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} można dostrzec wysokie podobieństwo pomiędzy tymi modelami w zakresie błędów standardowych oraz wpływu zmiennych niezależnych na zmienną zależną. Wyjątkiem jest tutaj tylko zmienna X_3 – stopa bezrobocia, która w modelu SAR była stymulantą, zaś w modelu HSAR już destymulantą. W zakresie parametru log likelihood niższe wartości uzyskano w modelu SAR, a w zakresie Pseudo R^2 wyższe wartości również przypisane są modelowi SAR. Oznacza to, iż model SAR w zakresie zmiennej Y_{1P} okazał się bardziej dopasowany do

stworzonej bazy danych. Współczynnik korelacji w obu modelach znajduje się na podobnym, dodatnim poziomie, przy czym w modelu SAR jest on nieznacznie wyższy i wynosi nieco ponad 0,18.

Tabela 9.20 Wyniki estymacji modeli SAR i HSAR dla zmiennej Y_{2P}

	SAR		**HSAR**	
	Mean	**SD**	**Mean**	**SD**
STAŁA	-22,819	2,608	-23,254	2,513
X_1	48,857	6,456	49,943	6,344
X_2	0,001	0,000	0,001	0,000
X_3	0,024	0,028	0,005	0,030
X_4	0,003	0,001	0,003	0,001
X_5	0,001	0,000	0,000	0,000
X_6	0,000	0,000	0,000	0,000
X_7	0,352	0,234	0,384	0,240
X_8	36,971	9,724	37,309	9,959
X_9	347,333	9,551	348,232	9,159
X_{10}	-0,023	0,141	0,025	0,142
Rho	0,177		0,144	
Lambda			0,513	
Log likelihood	-826,883		-811,366	
Pseudo R^2	0,716		0,715	

Źródło: opracowanie własne

Najbardziej na wartość zmiennej objaśniającej Y_{2P} wpływa zmienna X_9 – saldo migracji (zmienna stymulująca). Najmniejszy wpływ obserwuje się w zakresie zmiennych X_2-X_6 (gęstość zaludnienia, stopa bezrobocia, podmioty REGON, dochody gmin, średnie wynagrodzenie), a zatem uzyskane wyniki zupełnie odbiegają od modeli dla zmiennej Y_1, Y_2 i Y_{1P}. Żadna z analizowanych zmiennych nie wykazała się również znaczącym, ujemnym wpływem na zmienną objaśnianą Y_{2P}. Przyrównując do siebie wyniki uzyskane z modelu SAR i HSAR dla zmiennej objaśnianej Y_{2P} można dostrzec również wysokie podobieństwo pomiędzy tymi modelami w zakresie błędów standardowych oraz wpływu zmiennych niezależnych na zmienną zależną. W zakresie parametru log likelihood ponownie niższe wartości uzyskano w modelu SAR, a w zakresie Pseudo R^2 wyższe (choć nieznacznie) wartości również przypisane są modelowi SAR. Oznacza to, iż model SAR w zakresie zmiennej Y_{2P} okazał się bardziej dopasowany do stworzonej bazy danych. Współczynnik korelacji w obu modelach znajduje się na podobnym, dodatnim poziomie, przy czym w modelu SAR jest on nieznacznie wyższy i wynosi prawie 0,18.

W poniższej tabeli 9.21 wskazano bezpośredni i pośredni wpływ zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_1 i zmienną Y_2 w modelach HSAR.

Tabela 9.21 Wpływ zmiennych zależnych na zmienną Y_1 i Y_2 w modelach HSAR

	Y_1			Y_2		
	Wpływ bezpośredni	**Wpływ pośredni**	**Ogółem**	**Wpływ bezpośredni**	**Wpływ pośredni**	**Ogółem**
Stała	-1581,622	-407,503	-1989,125	-29,403	2,217	-27,186
X_1	-2139,214	-551,166	-2690,380	54,172	-4,085	50,087
X_2	0,108	0,028	0,136	0,003	0,000	0,002
X_3	-17,054	-4,394	-21,448	-0,004	0,000	-0,004
X_4	2,113	0,544	2,657	0,005	0,000	0,005
X_5	0,241	0,062	0,303	0,000	0,000	0,000
X_6	0,079	0,020	0,099	0,001	0,000	0,001
X_7	380,324	97,990	478,314	0,541	0,041	0,501
X_8	43145,520	11116,390	54261,911	-105,765	7,976	-97,789
X_9	-7785,212	-2005,850	-9791,062	19,173	-1,446	17,727
X_{10}	-197,431	-50,868	-248,298	0,234	-0,018	0,217

Źródło: opracowanie własne

Jak można zauważyć, największy wpływ bezpośredni i pośredni na zmienną Y_1 w modelu HSAR obserwuje się w przypadku przyrostu naturalnego (X_8) oraz migracji międzypowiatowych (X_9). Za to najmniejszy wpływ ma miejsce w kontekście przeciętnych wynagrodzeń (X_6) oraz gęstości zaludnienia (X_2). Podobnie jak w przypadku modelu HSAR dla zmiennej Y_1 tak i w przypadku modelu dla zmiennej Y_2 największym wpływem bezpośrednim i pośrednim odznacza się zmienna zależna X_8 – przyrost naturalny na 1000os., zaś najmniejszy wpływ w modelu opóźnienia przestrzennego obserwuje się w kontekście zmiennej X_5 (dochody budżetów gmin w przeliczeniu na 1 mieszkańca).

W modelu HSAR dla zmiennej objaśnianej Y_1 zmienna X_1 zwiększyła swój wpływ na zmienną Y_1 niemal dwukrotnie (przy poziomie wpływu pośredniego będącego na podobnym poziomie) w porównaniu do modelu SAR wykonanego na tych samych zmiennych. W modelu HSAR dla zmiennej objaśnianej Y_2 w porównaniu do modelu SAR można zaobserwować zmianę kierunku wpływu pośredniego ze strony zmiennej X_1 (odsetek ludności mobilnej) oraz ze strony wpływu bezpośredniego zmiennej X_9 (saldo migracji).

Uzyskane wyniki wpływu poszczególnych zmiennych na zmienne Y_1 i Y_2 w modelu HSAR są porównywalne z wynikami otrzymanymi z modelu SAR przedstawionymi w rozdziale 9.1 niniejszej pracy.

W tabeli 9.22 zaprezentowano wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_{1P} i Y_{2P} w modelach HSAR.

Tabela 9.22 Wpływ zmiennych zależnych na zmienną Y_{1P} i Y_{2P} w modelach HSAR

	Y_{1P}			Y_{2P}		
	Wpływ bezpośredni	**Wpływ pośredni**	**Ogółem**	**Wpływ bezpośredni**	**Wpływ pośredni**	**Ogółem**
STAŁA	359,638	46,170	405,808	-23,174	-3,796	-26,970
X_1	-609,221	-78,212	-687,433	49,917	8,177	58,095
X_2	0,032	0,004	0,036	0,001	0,000	0,001
X_3	-0,298	-0,038	-0,336	0,007	0,001	0,008
X_4	0,057	0,007	0,064	0,004	0,001	0,004
X_5	0,005	0,001	0,006	0,000	0,000	0,001
X_6	0,008	0,001	0,009	0,000	0,000	0,000
X_7	7,971	1,023	8,994	0,375	0,061	0,436
X_8	-8843,334	-1135,311	-9978,644	36,836	6,034	42,870
X_9	1466,289	188,243	1654,531	349,246	57,211	406,457
X_{10}	-0,637	-0,082	-0,718	0,023	0,004	0,027

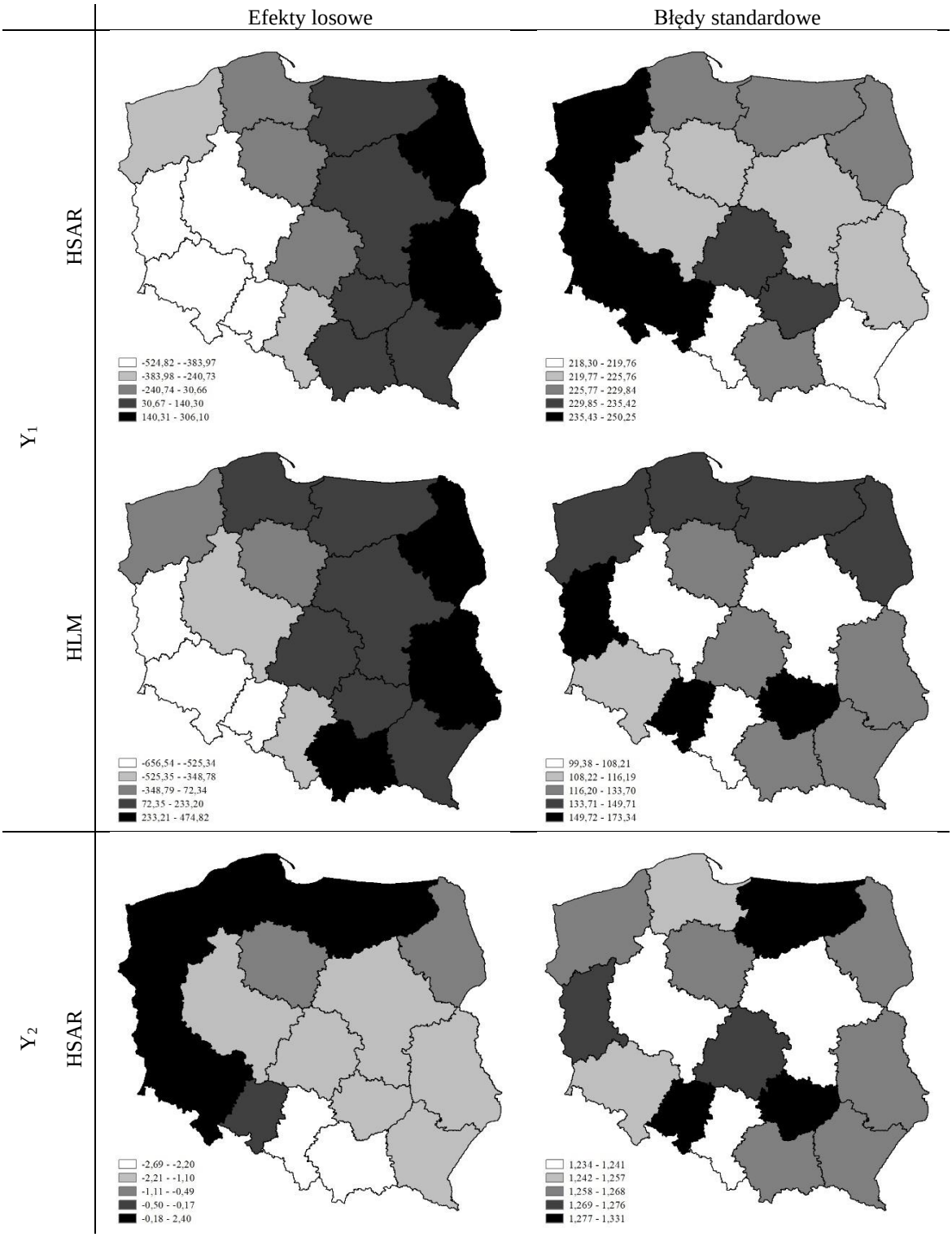
Źródło: opracowanie własne

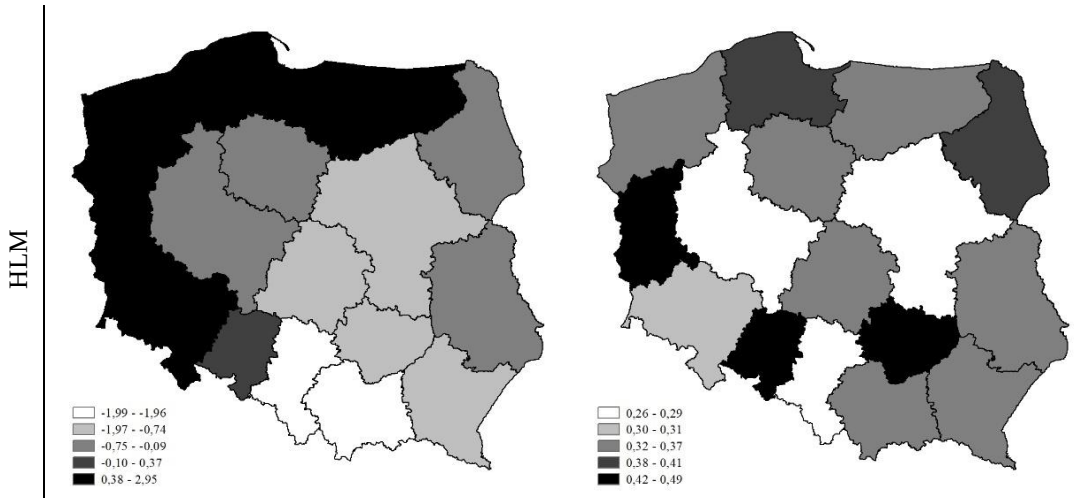
Jak można zauważyć, największy wpływ bezpośredni i pośredni na zmienną Y_{1P} w modelu HSAR obserwuje się ponownie w przypadku przyrostu naturalnego (X_8) oraz migracji międzypowiatowych (X_9). Za to najmniejszy wpływ ma miejsce już przy zmiennej przedstawiającej dochody budżetów gmin (X_5) oraz średnie wynagrodzenia brutto (X_6). W odróżnieniu od powyższych zestawień w przypadku zmiennej Y_{2P} największy wpływ pośredni i bezpośredni obserwuje się przy zmiennej przedstawiającej saldo migracji na pobyt stały (X_9), a najmniejszy wpływ już standardowo dotyczy dochodów gmin (X_5) oraz przeciętnych miesięcznych wynagrodzeń brutto (X_6).

Zmianę przy porównaniu powyższych modeli HSAR z wynikami uzyskanymi z modeli SAR obserwuje się w modelu dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} – zmienna X_3 (stopa bezrobocia) zmieniła znak z dodatniej w modelu SAR na ujemną w modelu HSAR, a zmienna X_9 (saldo migracji) znacząco zwiększyła swój wpływ na wielkość zmiennej Y_{1P}. W modelu dla zmiennej objaśnianej Y_{2P} zmiany te widoczne są w kontekście zmiennej X_8 (przyrost naturalny) oraz X_{10} (emisja pyłów), która zmieniła znak z ujemnej w modelu SAR na dodatni w modelu HSAR.

Ponownie, uzyskane wyniki wpływu poszczególnych zmiennych na zmienne Y_{1P} i Y_{2P} w modelu HSAR są porównywalne z wynikami otrzymanymi z modelu SAR przedstawionymi w rozdziale 9.1 niniejszej pracy.

Na rysunku 9.7 przedstawiono kartogramy z efektami losowymi i odchyleniem standardowym uzyskanymi z modeli HLM i HSAR dla zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2.


Efekty losowe
Błędy standardowe
Y1
HSAR
-524,82 - -383,97
-383,98 - -240,73
-240,74 - 30,66
30,67 - 140,30
140,31 - 306,10
218,30 - 219,76
219,77 - 225,76
225,77 - 229,84
229,85 - 235,42
235,43 - 250,25
HLM
-656,54 - -525,34
-525,35 - -348,78
-348,79 - 72,34
72,35 - 233,20
233,21 - 474,82
99,38 - 108,21
108,22 - 116,19
116,20 - 133,70
133,71 - 149,71
149,72 - 173,34
Y2
HSAR
-2,69 - -2,20
-2,21 - -1,10
-1,11 - -0,49
-0,50 - -0,17
-0,18 - 2,40
1,234 - 1,241
1,242 - 1,257
1,258 - 1,268
1,269 - 1,276
1,277 - 1,331

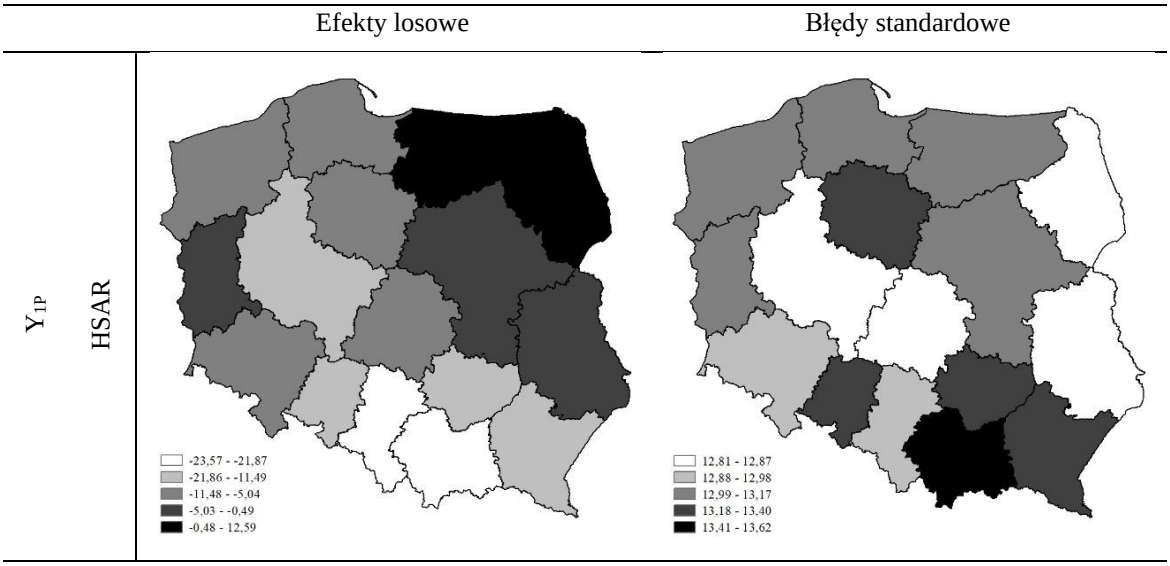


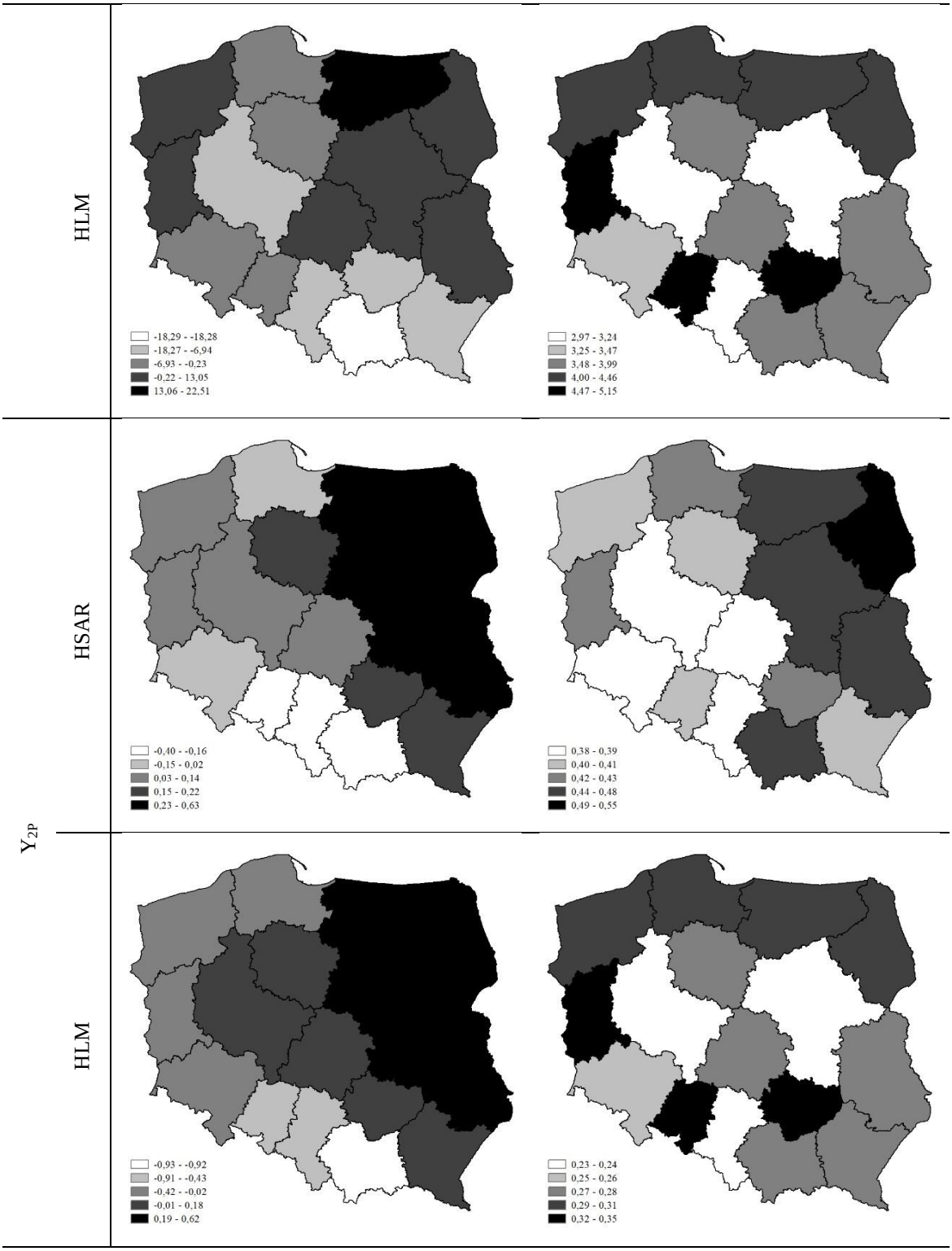
Rysunek 9.7 Efekty losowe i odchylenie standardowe w modelach HLM i HSAR dla zmiennej Y_1 i Y_2

Źródło: opracowanie własne

W kontekście modeli HLM i HSAR dla zmiennej Y_1 obserwuje się grupowanie wyższych wartości efektów losowych na wschodniej ścianie Polski oraz niższych wartości w zachodniej części kraju. Wyższe efekty losowe w zakresie modeli HLM i HSAR dla zmiennej Y_2 występują w województwach: warmińsko-mazurskie, pomorskie, zachodniopomorskie, lubuskie i dolnośląskie, a najniższe wartości przyporządkowane są do województwa śląskiego i małopolskiego. Kartogramy przedstawiające błędy standardowe nie wykazują się grupowaniem niższych bądź wyższych wartości błędów w poszczególnych częściach państwa, a zatem ciężko jest o jednoznaczny wniosek i ocenę w tym zakresie.

Na rysunku 9.8 przedstawiono kartogramy z efektami losowymi i odchyleniem standardowym uzyskanymi z modeli HLM i HSAR dla zmiennych zależnych Y_{1P} i Y_{2P}.





Rysunek 9.8 Efekty losowe i odchylenie standardowe w modelach HLM i HSAR dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P}

Źródło: opracowanie własne

W kontekście modeli HLM i HSAR dla zmiennej Y_{1P} oraz Y_{2P} obserwuje się grupowanie wyższych wartości efektów losowych w północno-wschodniej części Polski oraz niższych wartości w południowej i południowo-zachodniej części kraju. Kartogramy

przedstawiające odchylenie standardowe nie wykazują się grupowaniem niższych bądź wyższych wartości błędów w poszczególnych częściach państwa, a zatem ponownie ciężko jest o jednoznaczny wniosek i ocenę w tym zakresie.

Stosowanie hierarchicznych modeli przestrzennych w badaniach, szczególnie w zakresie dotyczącym rynku nieruchomości, może być uzupełnieniem lub nawet dobrą alternatywą metod geostatystycznych dotychczas powszechnie wykorzystywanych do opracowywania map wartości nieruchomości. Zwykle metody te dawały zadowalające wyniki (LUO, WEI 2004 s. 49-57, CELLMER, ŹRÓBEK 2017 s. 364-368) jednak, modele hierarchiczne pozwalają uwzględnić również hierarchię przestrzenną odpowiadającą za zmianę wartości nieruchomości w przestrzeni, jak np. podział na dzielnice, strefy funkcjonalne czy nawet na obszary podziału administracyjnego. Analogiczne wnioski wysunęli m.in. DONG, HARRIS, JONES, YU (2015 s. 1-18) na podstawie analizy cen w Pekinie oraz ARRIBAS, GARCÍA, GUIJARRO, OLIVER, TAMOŠIŪNIENĖ (2016 s. 77-87), którzy badali rynek nieruchomości w Alicante.

Oddziaływanie czynników wartościotwórczych na rynek nieruchomości, w tym na ceny, aktywność uczestników oraz popyt i podaż nieruchomości, może być modelowane zarówno z wykorzystaniem klasycznych modeli regresji, ale również za pomocą modeli uwzględniających przestrzenną heterogeniczność i hierarchiczną strukturę wskaźników określających sytuację na rynku nieruchomości. Powyższe badanie dostarczyło informacji, że modele hierarchiczne (czyt. HLM i HSAR) na ogół (choć wyniki nie są jednoznaczne w każdym przypadku) stanowią lepsze dopasowanie do wykorzystywanych w analizie danych od modeli nieuwzględniających hierarchii przestrzennej (czyt. LM i SAR). Świadczą o tym między innymi wartości odchyleń standardowych czy wartości R^2. Należy jednak zaznaczyć, iż hierarchiczne modele przestrzenne uwzględniają nie tylko efekty przestrzenne w mikroskali, ale również kontekst wynikający z położenia pojedynczych obserwacji na poszczególnych poziomach hierarchii przestrzennej. W efekcie otrzymuje się znacznie więcej informacji w porównaniu do modeli klasycznych. Największą zaletą ze stosowania modeli HSAR wydaje się jednak możliwość jednoczesnej identyfikacji efektów przestrzennych (model diagnostyczny), ale również i opracowywania map wartości gruntów (model predykcyjny). Co więcej, mapy wykonane przy użyciu techniki HSAR przedstawiają stały charakter zmian wartości nieruchomości wewnątrz zadanej strefy funkcjonalnej oraz dyskretne zmiany na jej granicy. Wydaje się to być zgodne ze stanem rzeczywistym, w którym przestrzeń kształtuje się pod silnym wpływem ingerencji planistycznej

i uwarunkowanego walorami środowiskowymi rynkowego zapotrzebowania na nieruchomości.

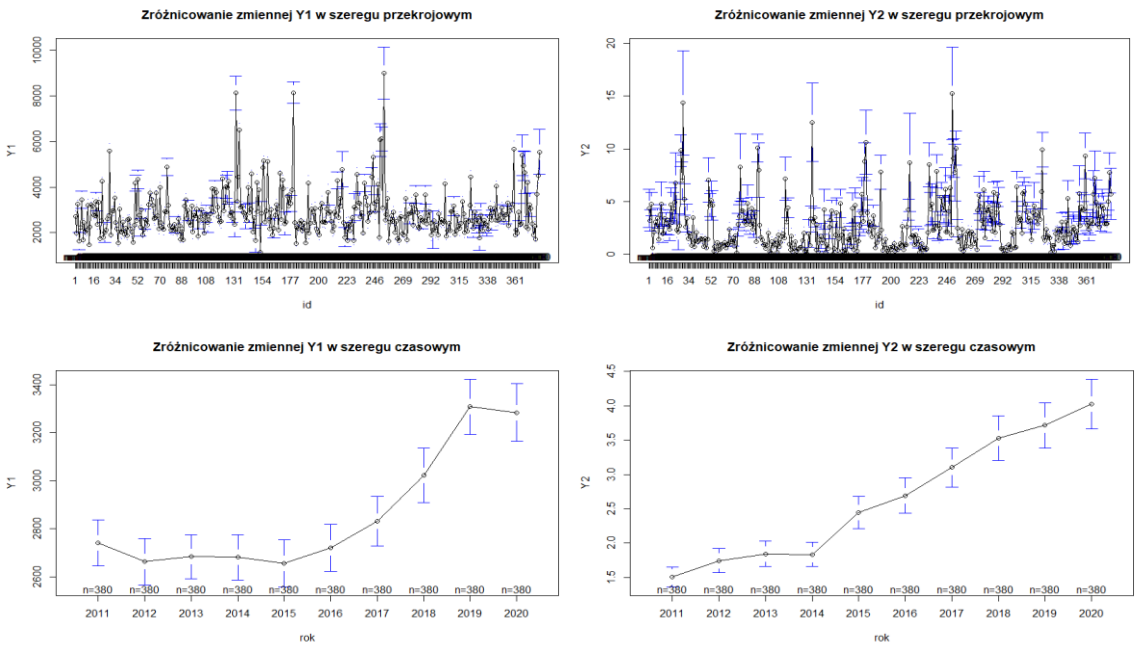
Podsumowując, modelowanie wielowarstwowe było znane i stosowane już dawno, jednak jego znaczenie w ekonometrii przestrzennej wydaje się być nadal niedocenione i marginalizowane (BANERJEE, CARLIN, GELFAND 2014 s. 562). Świadczą o tym badania z zakresu gospodarki przestrzennej, w których modele te są z powodzeniem stosowane do zjawisk jednoznacznie przypisanych do określonej lokalizacji w przestrzeni.

9.4. Modele panelowe, przestrzenne modele panelowe (PDM, SpPDM)

Na stronie internetowej Ministerstwa Rozwoju (www.gov.pl/web/rozwoj-technologia/raport-o-stanie-mieszkalnictwa 06.03.2023 r.) wskazano, iż pod koniec 2019 r. deficyt mieszkaniowy wynosił ponad 640 tys. mieszkań, a jednocześnie z danych GUS wynika konsekwentna poprawa sytuacji mieszkaniowej w Polsce. W 2011 r. na 1000 mieszkańców było trochę ponad 330 mieszkań, zaś na końcu okresu analizy było już o 30 lokali mieszkalnych więcej. Warto wspomnieć, iż w pięciu największych miastach Polski stosunki te prezentowały się znacznie lepiej: ok. 540 w Warszawie, prawie 501 we Wrocławiu i niemalże 480 w Gdańsku. Taka sytuacja może mieć miejsce z uwagi na panujące na wsi i w większych miastach modele społeczne. W miastach wyższe wynagrodzenia oraz duża podaż mieszkań przez deweloperów sprawiają, iż rodzinom, nawet tym młodym, prościej jest uzyskać własne lokum. Z kolei w wielu polskich wsiach nadal funkcjonują domy wielopokoleniowe zamieszkiwane przez dziadków, rodziców i dzieci.

Sytuacja mieszkaniowa w zakresie powierzchni przypadającej na jedną osobę również uległa poprawie na przestrzeni ostatnich 10 lat. Podczas gdy na początku okresu analizy przypadającego na 2011 r. wskaźnik ten wynosił nieco ponad 25 m^2 przypadających na jedną osobę to w 2020 r. jest to już prawie o 4 m^2 więcej. Trendy te sprawią, iż sytuacja mieszkaniowa w Polsce osiągnie obecną średnią europejską za około 20 lat.

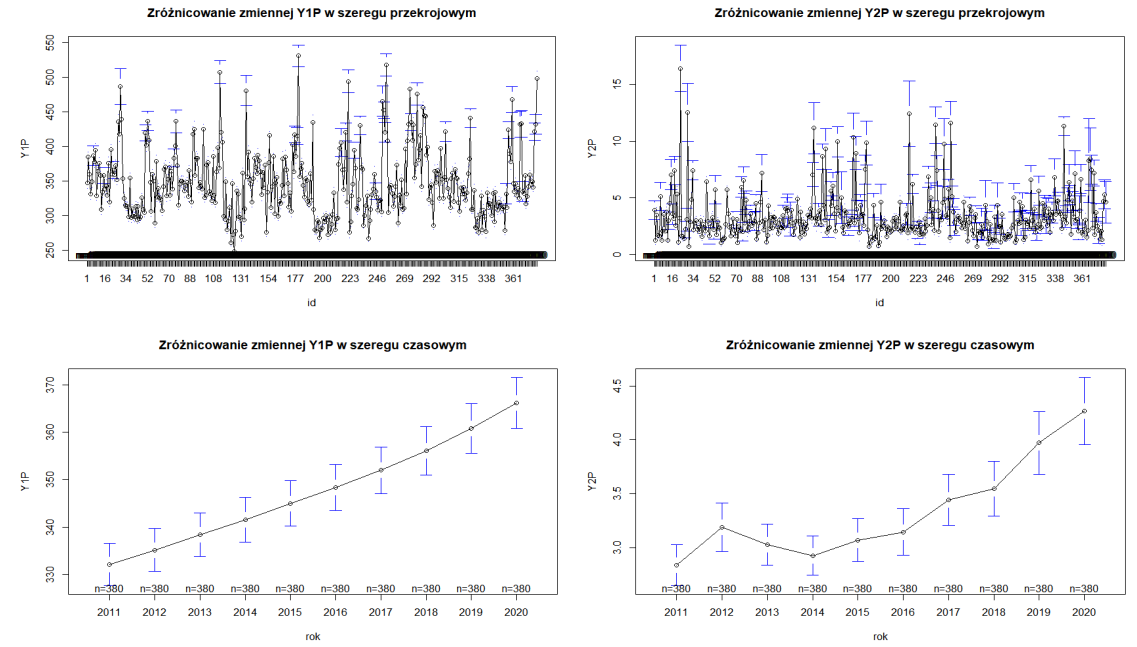
Na rysunku 9.9 ukazano zróżnicowanie zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2 w szeregu czasowym i przekrojowym dla wszystkich 380 powiatów Polski.



Rysunek 9.9 Zróżnicowanie zmiennej objaśnianej Y_1 i Y_2 w szeregu przekrojowym i czasowym

Źródło: opracowanie własne

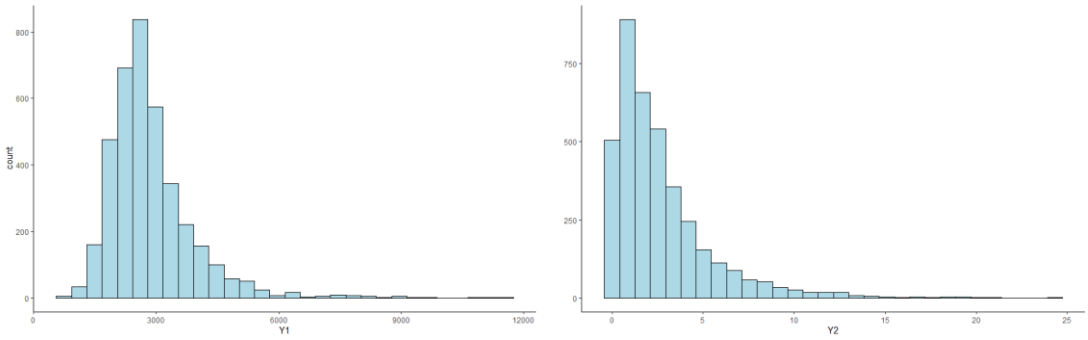
Zróżnicowanie zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P}, symbolizujących poziom popytu i podaży na rynku nieruchomości, w szeregu czasowym i przekrojowym dla wszystkich 380 powiatów Polski przedstawiono na rysunku 9.10.



Rysunek 9.10 Zróżnicowanie zmiennej objaśnianej Y_{1P} i Y_{2P} w szeregu przekrojowym i czasowym

Źródło: opracowanie własne

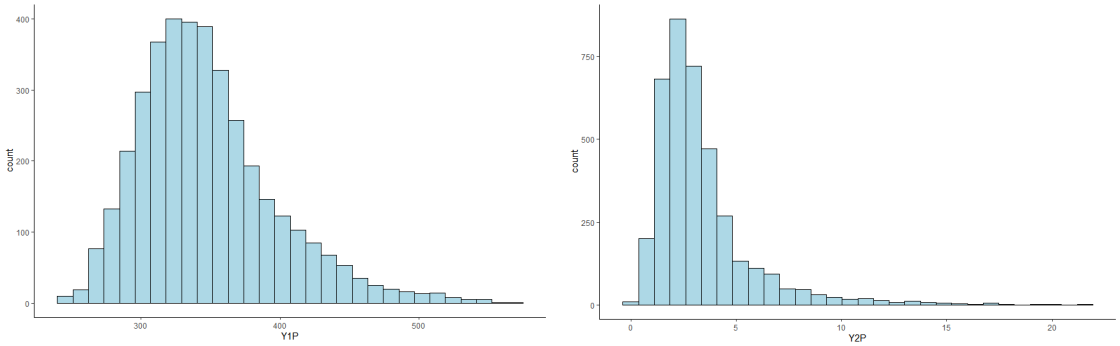
Na rysunku 9.11 przedstawiono histogram zmiennej Y_1 i Y_2 i chociaż nie wykonano testów normalności to jednak można na ich podstawie stwierdzić, iż zmienne przyjęte do analizy mają rozkład bliski rozkładowi normalnemu z występującą prawostronną asymetrią.



Rysunek 9.11 Histogram zmiennej Y_1 i Y_2

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 9.12 analogicznie do rysunku 9.11 przedstawia histogramy, ale już zmiennej Y_{1P} i Y_{2P}. Pomimo braku testów normalności to jednak na podstawie samych histogramów można stwierdzić, iż zmienne przyjęte do analizy mają również rozkład bliski rozkładowi normalnemu z występującą prawostronną asymetrią.



Rysunek 9.12 Histogram zmiennej Y_{1P} i Y_{2P}

Źródło: opracowanie własne

W ramach ostatniego punktu badań nad cenami, aktywnością uczestników rynku, a następnie popytu i podaży nieruchomości przeprowadzono analizę danych pochodzących z lat 2011-2020, która pozwoliła na zwizualizowanie wyników, dokonanie oceny istniejących trendów oraz rozkładu przestrzennego badanych wskaźników. Wykorzystane w tym celu modele panelowe zostały szczegółowo opisane w rozdziale 7.5. niniejszej pracy. Stworzona do tego baza danych stanowi połączenie szeregów czasowych obserwacji dla poszczególnych jednostek, a przez to charakteryzuje się ona

stosunkowo dużą liczbą jednostek w porównaniu do liczby obserwacji w czasie. Podczas estymacji modeli danych panelowych zakłada się, że w kształtowaniu się zmiennej objaśnianej mają udział nie tylko zmienne objaśniające, ale również też inne czynniki niemierzalne, które są niezmienne w czasie, specyficzne dla każdego obiektu i nazywane są efektami grupowymi oraz zmienne w czasie, stałe dla każdego obiektu i określane mianem efektów czasowych (BALTAGI 2008). Znaczenie modeli panelowych w nauce było wielokrotnie podkreślane w rozdziale 7.5 oraz w przytoczonej w nim literaturze przedmiotu.

W poniższej tabeli 9.23 przedstawiono wyniki modelu ogólnego opracowanego osobno dla zmiennej objaśnianej Y_1 (średnia cena sprzedaży $1m^2$ lokalu mieszkalnego) i Y_2 (liczba dokonywanych transakcji rynkowych). Model ten jest jednak tylko wstępem do dalszych analiz, ponieważ dokonano w nim jedynie regresji wszystkich dostępnych obserwacji w sposób jakby były danymi przekrojowymi. Założono przy tym brak występowania efektów indywidualnych oraz zmian w czasie analizowanego zjawiska. Parametry wykonanego modelu zostały określone metodą najmniejszych kwadratów.

Tabela 9.23 Model ogólny zmiennej Y_1 i Y_2

	Zmienna zależna: Y_1				**Zmienna zależna: Y_2**		
	Estimate	**Std. error**	**p-value**		**Estimate**	**Std. error**	**p-value**
Stała	-1247,901	629,099	0,047	Stała	-10,590	1,483	<0,001
X_1	1087,716	1457,413	0,456	X_1	7,131	3,436	0,038
X_2	0,121	0,023	<0,001	X_2	0,001	0,000	<0,001
X_3	-4,256	2,525	0,092	X_3	0,054	0,006	<0,001
X_4	1,689	0,059	<0,001	X_4	0,004	0,000	<0,001
X_5	0,183	0,018	<0,001	X_5	0,001	0,000	<0,001
X_6	0,173	0,027	<0,001	X_6	0,001	0,000	<0,001
X_7	155,962	24,740	<0,001	X_7	0,164	0,058	0,005
X_8	36240,102	8230,220	<0,001	X_8	2,607	19,402	0,893
X_9	30682,924	4095,250	<0,001	X_9	9,624	9,654	0,319
X_{10}	-49,610	8,602	<0,001	X_{10}	-0,149	0,020	<0,001
R^2 = 0,539, logLik = -30344,200, AIC = 60710,400				R^2 = 0,616, logLik = -7353,510, AIC = 14729,000			

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, iż parametry większości zmiennych są statystycznie istotne na poziomie istotności mniejszym niż 0,001. Wyjątek stanowi parametr przy zmiennej X_1 (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym w ogólnej liczbie ludności) i X_3 (stopa bezrobocia rejestrowanego) w modelu dla zmiennej zależnej Y_1 oraz X_1 (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym w ogólnej liczbie ludności), X_7-X_9 (ilość zawartych małżeństw, przyrost naturalny, saldo międzypowiatowych migracji na pobyt stały) w modelu dla zmiennej zależnej Y_2.

W modelu ze zmienną objaśnianą Y_1 dwie zmienne objaśniające były destymulantami. Największe znaczenie wśród zmiennych stymulujących średnie ceny mieszkań miały zmienne X_8 (przyrost naturalny), X_9 (saldo migracji) i X_1 (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym), a najmniejsze X_2 (gęstość zaludnienia) i X_6 (przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto). Drugi model, wykonany dla zmiennej objaśnianej Y_2, był bardziej zrównoważony i tylko jedna zmienna okazała się destymulantą. W efekcie wykonanych modeli uzyskano spodziewane wyniki.

Poniższa tabela nr 9.24 przedstawia wyniki modelu ogólnego opracowanego osobno tym razem dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} i Y_{2P}. W modelu tym dokonano regresji wszystkich analizowanych zmiennych tak jakby były one danymi przekrojowymi. Ponownie przyjęto też niewystępowanie efektów indywidualnych oraz zmienności czasowej analizowanego zjawiska. Parametry wykonanego modelu zostały określone metodą najmniejszych kwadratów.

Tabela 9.24 Model ogólny zmiennej Y_{1P} i Y_{2P}

	Zmienna zależna: Y_{1P}				**Zmienna zależna: Y_{2P}**		
	Estimate	**Std. error**	**p-value**		**Estimate**	**Std. error**	**p-value**
Stała	510,523	19,049	<0,001	Stała	-12,921	1,221	<0,001
X_1	-792,046	44,131	<0,001	X_1	26,766	2,829	<0,001
X_2	0,032	0,001	<0,001	X_2	0,000	0,000	0,140
X_3	0,757	0,077	<0,001	X_3	0,016	0,005	0,001
X_4	0,067	0,002	<0,001	X_4	0,002	0,000	<0,001
X_5	-0,002	0,001	<0,001	X_5	0,001	0,000	<0,001
X_6	0,009	0,001	<0,001	X_6	0,000	0,000	<0,001
X_7	7,066	0,749	<0,001	X_7	0,171	0,048	<0,001
X_8	-6459,214	249,215	<0,001	X_8	75,018	15,976	<0,001
X_9	1309,523	124,006	<0,001	X_9	321,267	7,950	<0,001
X_{10}	0,747	0,261	0,004	X_{10}	-0,112	0,017	<0,001
R^2 = 0,810, logLik = -17054,630, AIC = 34131,250				R^2 = 0,656, logLik = -6615,206, AIC = 13252,410			

Źródło: opracowanie własne

W efekcie otrzymano istotność statystyczną na poziomie mniejszym niż 0,001 przy praktycznie wszystkich parametrach zmiennych. Wyjątkiem od tego jest parametr przy zmiennej X_{10} (emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe) w modelu zmiennej zależnej Y_{1P} oraz X_2 i X_3 (gęstość zaludnienia i stopa bezrobocia) w modelu zmiennej zależnej Y_{2P}. W modelu ze zmienną objaśnianą Y_{1P} zmienne X_1 (odsetek ludności mobilnej) i X_8 (przyrost naturalny) oraz X_5 (dochody budżetów gmin przypadające na 1 mieszkańca) były destymulantami. Największe znaczenie wśród zmiennych stymulujących ogólną liczbę mieszkań miała zmienna X_9, która odpowiada za saldo migracji międzypowiatowych, a najmniejsze X_6, która z kolei oznacza przeciętne

miesięczne wynagrodzenie brutto. W drugim modelu ze zmienną objaśnianą Y_{2P} jedna zmienna (X_{10} - emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe) miała stosunkowo niewielki ujemny wpływ na wartość Y_{2P}, a wśród pozostałych zmiennych stymulujących podaż mieszkań trzy z nich (X_9 – saldo migracji, X_8 – przyrost naturalny i X_1 - odsetek ludności mobilnej) miały istotnie większy wpływ od pozostałych sześciu. Zastanawiający jest pozytywny wpływ wyższej stopy bezrobocia na wartość zmiennej Y_{2P}, ponieważ spodziewano się, iż w regionach z wysokim udziałem bezrobotnych w strukturze rynku pracy podaż mieszkań będzie hamowała. Trzeba jednak, ze względu na specyfikę estymacji OLS i pominięcie informacji o strukturze próby, zachować ograniczone zaufanie do uzyskanych wyników, ponieważ estymatory będą nieefektywne i w pewnych sytuacjach również obciążone (BALTAGI 2021).

Celem określenia właściwego modelu regresji do przeprowadzenia analizy danych panelowych ze zmienną objaśnianą Y_1 i Y_2 wykonano kilka testów statystycznych, w tym m.in. test Breuscha-Pegana czy test Hausmana. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli 9.25.

Tabela 9.25 Wyniki przeprowadzonych testów modeli dla zmiennych Y_1 i Y_2

Test	**Model Y_1**		**Model Y_2**	
Breusch Pegan LM Test	LM = 101,400	p < 0,001	LM = 74,150	p < 0,001
F test for individual effects test	F = 40,730	p < 0,001	F = 17,730	p < 0,001
Hausman test	chisq = 133,900	p < 0,001	chisq = 174,100	p < 0,001
time effects (Breusch-Pegan)	chisq = 333,700	p < 0,001	chisq = 191,100	p < 0,001

Źródło: opracowanie własne

Pierwsze dwie pozycje w tabeli 9.25 jednoznacznie wskazują, że zarówno model z efektami losowymi, jak i z efektami stałymi jest bardziej odpowiedni niż model ogólny. Ma to zastosowanie zarówno w kontekście zmiennej objaśnianej Y_1 jak i Y_2. Test Hausmana dostarcza informacji czy mamy do czynienia z efektami stałymi czy może z efektami losowymi (BALTAGI 2021). Wartości statystyki chi^2 w obydwu modelach okazały się istotne statystycznie co stanowi, że należy odrzucić hipotezę o obecności efektów losowych. Z kolei przeprowadzony test Breuscha-Pegana rozstrzyga o istotności występowania efektów czasowych. Również w przypadku tego testu obie wartości chi^2 okazały się statystycznie istotne co oznacza odrzucenie hipotezy o braku istotności wpływu czasu. Ostatecznie ustalono, że najlepszymi modelami będą modele dwukierunkowe z efektami indywidualnymi i czasowymi (twoways), które jednocześnie

będą uwzględniać zarówno efekty indywidualne (fixed effects), jak również efekty czasowe.

Powyższe testy statystyczne (test Breuscha-Pegana i test Hausmana) dostarczające informacji o najbardziej właściwym modelu regresji wykonano również dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli 9.26.

Tabela 9.26 Wyniki przeprowadzonych testów modeli dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}

Test	**Model Y_{1P}**		**Model Y_{2P}**	
Breusch Pegan LM Test	LM = 111,300	p < 0,001	LM = 63,620	p < 0,001
F test for individual effects test	F = 243,900	p < 0,001	F = 11,770	p < 0,001
Hausman test	chisq = 155,800	p < 0,001	chisq = 147,400	p < 0,001
time effects (Breusch-Pegan)	chisq = 2049,000	p < 0,001	chisq = 34,700	p < 0,001

Źródło: opracowanie własne

Ukazane w tabeli 9.26 wyniki z przeprowadzonego testu Breuscha-Pegana i Hausmana bezsprzecznie wskazują na lepsze dopasowanie do danych modelu panelowego z efektami losowymi i modelu z efektami stałymi niż modelu ogólnego. Taki stan obserwuje się zarówno w kontekście zmiennej endogenicznej Y_{1P} jak i Y_{2P}. Test Hausmana ma za zadanie sprawdzić czy mamy do czynienia z efektami stałymi czy może jednak z efektami losowymi (BALTAGI 2021). I tak, wartości chi^2 w obydwu modelach okazały się istotne statystycznie co świadczy o tym, że należy odrzucić hipotezę o obecności efektów losowych. Natomiast test Breuscha-Pegana dostarcza informacji o istotności występowania efektów czasowych. Również w przypadku tego testu statystyka chi^2 w dwóch modelach okazała się statystycznie istotna co stanowi o konieczności przyjęcia hipotezy alternatywnej o istotnym wpływie czasu. Podsumowując, najlepszymi modelami dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} w kontekście utworzonej bazy danych będą modele, które jednocześnie będą uwzględniać zarówno efekty indywidualne (fixed effects) jak również i efekty czasowe.

W tabeli 9.27 ukazano wyniki modelowania odpowiednio zmiennej zależnej Y_1 i Y_2.

Jakość dopasowania modeli można wywnioskować z uzyskanych wartości pseudo R^2, logLik oraz z kryterium informacyjnego AIC. W modelu panelowym Y_1 współczynnik determinacji R^2 wyniósł 0,423, a w modelu Y_2 – 0,526. W modelu OLS wartości te były nieco większe i wynosiły odpowiednio 0,539 i 0,616. Jednakże ze względu na przyjętą metodę estymacji ważniejsze merytorycznie są kryteria informacyjne (AIC – kryterium Akaike), które w tym przypadku wyraźnie wskazują na

lepsze dopasowanie do danych modeli panelowych niż modeli OLS. Co istotne, w modelu OLS dla zmiennej objaśnianej Y_1 więcej zmiennych objaśniających było statystycznie istotnych niż w przypadku modelu panelowym, ale już w modelu dla zmiennej objaśnianej Y_2 przewaga w tym zakresie jest już na korzyść modeli panelowych, gdzie tylko dwie zmienne okazały się statystycznie nieistotne. W modelach dla Y_2 parametr przy zmiennej X_8 (przyrost naturalny) nie był statystycznie istotny w żadnym z nich i tylko p-value dla parametru przy zmiennej X_3 (stopa bezrobocia) osiągnęło wyższe wartości w modelu panelowym. Co ciekawe, zmienna niezależna X_1 (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym) w modelach OLS dla zmiennej objaśnianej Y_1 i Y_2 była stymulantą, a w modelach panelowych już były destymulantą. Zaskakujący jest również wynik uzyskany przy zmiennej X_1 (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym) i X_9 (saldo międzypowiatowych migracji) – z modelu panelowego wynika, iż im mniejszy odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym w ogólnej liczbie ludności i im niższe saldo migracji międzypowiatowych, tym średnia cena sprzedaży lokalu mieszkalnego jest wyższa. Małe zróżnicowanie między powiatami gęstości zaludnienia czy dochodów gmin na 1 mieszkańca powoduje, że zmienna ta nie powinna odgrywać dużej roli, to jednak przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto powinno już mieć duże znaczenie na rynku nieruchomości. Jednak doszukiwanie się w tym związku przyczynowo - skutkowych zależności mogłoby doprowadzić do błędnych i bezpodstawnych wniosków.

Tabela 9.27 Wyniki modelu panelowego (within, twoways) – zmienna Y_1 i Y_2

	Zmienna zależna: Y_1				**Zmienna zależna: Y_2**		
	Estimate	**Std. Error**	**p-value**		**Estimate**	**Std. Error**	**p-value**
Stała	2743,840	843,578	< 0,001	Stała	18,641	2,740	< 0,001
X_1	-4663,913	1906,313	0,015	X_1	-76,182	6,191	< 0,001
X_2	0,041	0,123	0,737	X_2	-0,002	0,000	< 0,001
X_3	12,176	3,807	0,001	X_3	-0,020	0,012	0,107
X_4	0,695	0,207	< 0,001	X_4	0,006	0,001	< 0,001
X_5	0,152	0,022	< 0,001	X_5	0,000	0,000	< 0,001
X_6	0,043	0,054	0,433	X_6	0,002	0,000	< 0,001
X_7	67,823	16,929	< 0,001	X_7	0,442	0,055	< 0,001
X_8	15366,059	8037,147	0,056	X_8	4,750	26,101	0,856
X_9	-1791,691	5732,466	0,755	X_9	185,721	18,617	< 0,001
X_{10}	0,125	11,014	0,991	X_{10}	-0,127	0,036	< 0,001
R^2 = 0,423, logLik = -26972,400, AIC = 54742,800				R^2 = 0,526, logLik = -5199,000, AIC = 11196,000			

Źródło: opracowanie własne

Dalej zamieszczona tabela 9.28 przedstawia wyniki modelowania panelowego odpowiednio zmiennej zależnej Y_{1P} i Y_{2P}.

Tabela 9.28 Wyniki modelu panelowego (within, twoways) – zmienna Y_{1P} i Y_{2P}

	Zmienna zależna: Y_{1P}				**Zmienna zależna: Y_{2P}**		
	Estimate	**Std. error**	**p-value**		**Estimate**	**Std. error**	**p-value**
Stała	371,299	10,915	< 0,001	Stała	-0,759	2,604	< 0,001
X_1	-198,136	24,665	< 0,001	X_1	-14,410	5,884	0,014
X_2	-0,004	0,002	0,024	X_2	-0,001	0,000	0,004
X_3	0,203	0,049	< 0,001	X_3	0,037	0,012	0,002
X_4	0,030	0,003	< 0,001	X_4	0,006	0,001	< 0,001
X_5	-0,000	0,000	0,904	X_5	0,000	0,000	< 0,001
X_6	0,005	0,001	< 0,001	X_6	0,001	0,000	0,006
X_7	1,384	0,219	< 0,001	X_7	0,188	0,052	< 0,001
X_8	-524,870	103,991	< 0,001	X_8	18,491	24,808	0,456
X_9	424,163	74,171	< 0,001	X_9	208,789	17,694	< 0,001
X_{10}	-0,741	0,143	< 0,001	X_{10}	0,011	0,034	0,757
R^2 = 0,153, logLik = -10451,800, AIC = 21701,600				R^2 = 0,123, logLik = -5005,870, AIC = 10809,700			

Źródło: opracowanie własne

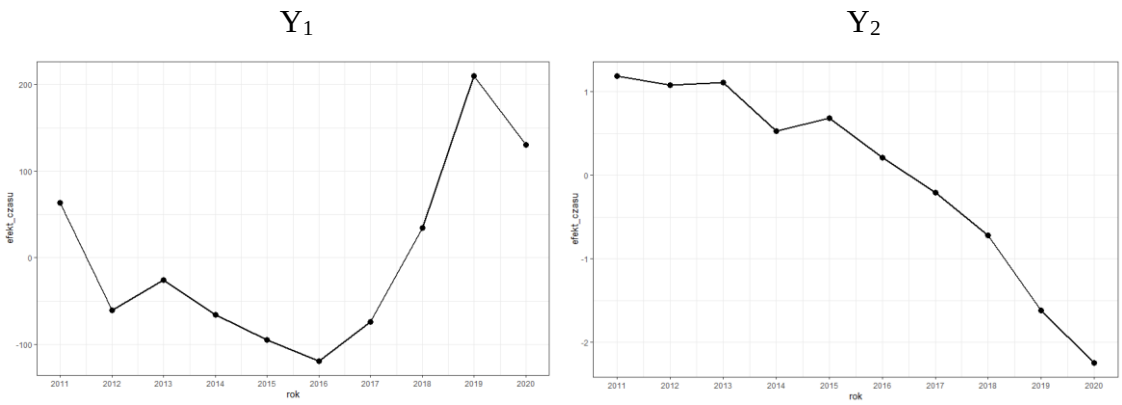
Dopasowanie modeli do analizowanych danych sprawdza się za pomocą wskaźników pseudo R^2, logLik oraz z kryterium informacyjnego AIC. Model panelowy Y_{1P} uzyskał współczynnik determinacji R^2 na poziomie 0,153, a model Y_{2P} już trochę mniej, bo 0,123. W modelu ogólnym OLS wartości R^2 były jednak znacząco wyższe bowiem wynosiły odpowiednio 0,810 i 0,656.

Wykorzystana metoda estymacji sprawia, iż merytorycznie znacznie ważniejsze są kryteria informacyjne (AIC – kryterium Akaike), które w przypadku tych modeli panelowych mają niższe wartości od modeli OLS, a zatem stanowią lepsze dopasowanie do analizowanej bazy danych. Choć w modelu dla Y_{1P} na istotności statystycznej straciły tylko dwie zmienne (X_2 - gęstość zaludnienia i X_5 - dochody budżetów gmin na 1 mieszkańca), a zmienna X_{10}, odpowiadająca za emisję pyłów przez zakłady uciążliwe, zyskała na modelu panelowym, to jednak w modelu dla Y_{2P} różnice te są znacznie bardziej widoczne bowiem parametry przy aż czterech zmiennych X_1, X_6, X_8 i X_{10} (odsetek ludności mobilnej, średnie wynagrodzenie, przyrost naturalny i emisja pyłów przez zakłady szczególnie uciążliwe) straciły na istotności statystycznej, przy czym dwie z nich w wykonanym modelu nie mają już żadnego znaczenia (X_8 - przyrost naturalny i X_{10} – emisja pyłów przez zakłady uciążliwe). Dwa parametry przy zmiennych (X_2 – gęstość zaludnienia i X_3 – stopa bezrobocia) w modelu panelowym nie tylko utrzymały swój poziom istotności, a wręcz nieco poprawiły swój wynik w ich zakresie.

Co ciekawe, zmienne niezależne X_2 i X_{10} (gęstość zaludnienia i emisja zanieczyszczeń przez zakłady uciążliwe) w modelu OLS dla Y_{1P} i zmienne X_1 i X_2 (odsetek ludności mobilnej i gęstość zaludnienia) w modelu OLS dla Y_{2P} były

stymulantami, a w modelach panelowych już destymulantami. Odwrotnie, w modelu ogólnym dla Y_{2P}, X_{10} była destymulantą, a w modelu panelowym już stymulowała podaż mieszkań. Uzyskane wyniki są dość zaskakujące, szczególnie w zakresie modelu panelowego dla Y_{2P}, ponieważ spodziewano się, iż wzrost emisji zanieczyszczeń przez zakłady produkcyjne będzie zmniejszał liczbę nowopowstających mieszkań oraz że wzrost liczby mieszkańców (przyrost naturalny w przeciwieństwie i zgodnie z założeniami uzyskał wynik dodatni) będzie napędzał budownictwo mieszkaniowe. Ponadto model ogólny dla Y_{1P} wskazał niespodziewany pozytywny wpływ emisji zanieczyszczeń na liczbę mieszkań, a oba modele dla tej samej zmiennej X_1 (odsetek ludności mobilnej) i X_8 (przyrost naturalny) potencjalnie hamują rozwój budownictwa mieszkaniowego w obu modelach. Należy jednak zauważyć, iż wśród zmiennych mających stosunkowo niewielki wpływ na zmienne zależne, największe znaczenie mają zmienne X_1, X_8 i X_9 (odsetek ludności mobilnej, przyrost naturalny i saldo migracji) oraz że zasadniczo predyktory mają większy wpływ na zmienną objaśnianą w modelach budowanych dla Y_{1P} niż dla Y_{2P}.

Efekty czasowe ukazane na poniżej przedstawionym rysunku 9.13 wskazują na powolny spadek cen nieruchomości przez pierwszych pięć lat, a następnie gwałtowny wzrost w latach 2016-2019, by w ostatnim badanym roku znowu zmienna ta przyjęła tendencję spadkową. Z kolei przy zmiennej przedstawiającej liczbę dokonywanych transakcji praktycznie przez cały badany okres obserwuje się wyraźną degresję.

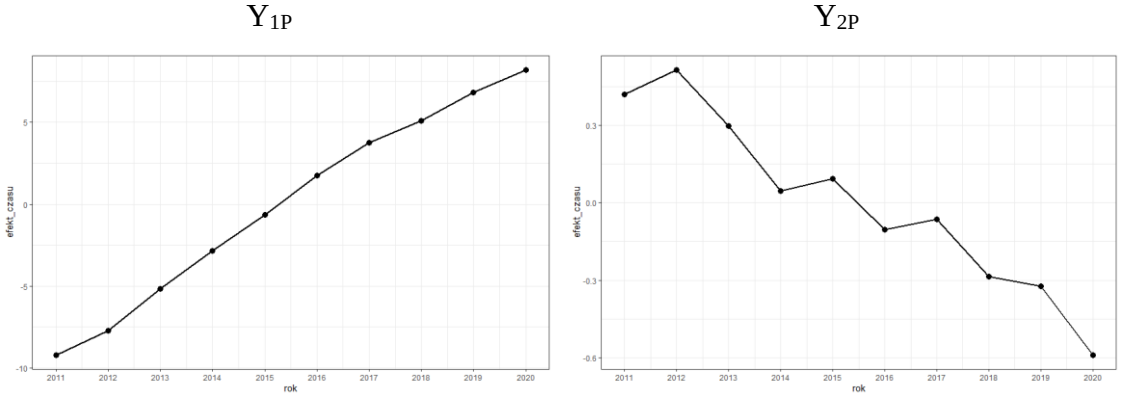


Rysunek 9.13 Efekt czasu w modelu panelowym dla zmiennej Y_1 i Y_2

Źródło: opracowanie własne

Z kolei rysunek 9.14 przedstawia efekty czasowe już dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}. W przypadku zmiennej Y_{1P}, obrazującej popyt na nieruchomości, obserwuje się spodziewany systematyczny wzrost liczby mieszkań, czyli zapotrzebowania na nowe

mieszkania od samego początku analizowanego okresu, tzn. od 2011 roku. Za to na podstawie wykresu dla zmiennej Y_{2P} już można wysunąć zaskakujące wnioski o spadku liczby oddawanych mieszkań, czyli spadku podaży, na przestrzeni ostatnich 8 z 10 analizowanych lat.



Rysunek 9.14 Efekt czasu w modelu panelowym dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P}

Źródło: opracowanie własne

Do dalszych badań założono, iż kluczowym elementem procesów mających miejsce na rynku nieruchomości mieszkaniowych jest przestrzeń w wymiarze fizycznym i środowiskowym, ekonomicznym, instytucjonalno-prawnym, demograficznym, politycznym i socjalnym. Obszar państwa, porównywalnie z wieloma państwami europejskimi, jest niejednorodny gospodarczo, społecznie i kulturowo. Co więcej, lokalne rozbieżności nierzadko dotyczą podziału Polski na część wschodnią i zachodnią, a wobec tego można spodziewać się dysproporcji wśród czynników kształtujących rynek nieruchomości w przestrzeni geograficznej (BELKE, KEIL 2018 s. 25–45, BROITMAN. KOOMEN 2015 s. 201–217) oraz w efekcie również czasowego i przestrzennego zróżnicowania wskaźników świadczących o sytuacji na polskim rynku nieruchomości. Zawarte w modelach rynku nieruchomości efekty przestrzenne mogą między innymi odnosić się do autokorelacji przestrzennej, która to z kolei uwzględniana jest w przestrzennych modelach panelowych (HOLLY, PESARAN, YAMAGATA 2010 s. 160–173, LEE, YU 2009 s. 255–271). W budowanych modelach przestrzennych obiektem rozważań może być macierz wag opisów rozkładu przestrzennego danych. Przyjęta do analizy macierz opiera się na kryterium wspólnej granicy, inaczej – sąsiedztwie pierwszego rzędu.

Celem dobrania odpowiedniej postaci modelu wykonano testy statystyczne określające użyteczność zastosowania modelowania przestrzennego oraz ułatwiające wybór pomiędzy modelem błędu przestrzennego i modelem opóźnienia przestrzennego

(MILLO, PIRAS 2012 s. 1–38). Wyniki dla zmiennych Y_1 i Y_2 zaprezentowano w tabeli 9.29.

Tabela 9.29 Testowanie zależności przestrzennych dla zmiennych Y_1 i Y_2

Test	**Y_1**		**Y_2**	
LM test for spatial error dependence	LM = 1080,000	p < 0,001	LM = 418,600	p < 0,001
LM test for spatial lag dependence	LM = 627,600	p < 0,001	LM = 327,300	p < 0,001
Hausman test for spatial models	chisq = 106,00	p < 0,001	chisq = 225,800	p < 0,001

Źródło: opracowanie własne

Test LM (mnożnika Lagrange'a) zaproponowany przez Breuscha i Godfreya pozwala na testowanie autokorelacji zarówno pierwszego jak i wyższych rzędów, a ponadto określa on występujący rodzaj zależności przestrzennych. Uzyskane z testu LM wyniki wskazują na istotność zarówno modelu błędu, jak i opóźnienia przestrzennego. Z uwagi na fakt, iż hipoteza zerowa w teście Hausmana uznaje brak występowania efektów losowych, a uzyskany poziom istotności w obydwu modelach świadczy o konieczności jej odrzucenia na rzecz alternatywnej hipotezy, stąd też jedynym właściwym jest estymator efektów stałych. W konsekwencji do dalszych badań dokonywanych na zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2 przyjęto przestrzenny model panelowy z efektami indywidualnymi i czasowymi (twoways).

Testy statystyczne ułatwiające wybór odpowiedniej postaci modelu i określające użyteczność stosowania modeli przestrzennych wykorzystano również do zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}, a uzyskane z nich wyniki prezentuje tabela 9.30.

Tabela 9.30 Testowanie zależności przestrzennych dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}

Test	**Y_{1P}**		**Y_{2P}**	
LM test for spatial error dependence	LM = 1417,000	p < 0,001	LM = 165,500	p < 0,001
LM test for spatial lag dependence	LM = 394,600	p < 0,001	LM = 121,400	p < 0,001
Hausman test for spatial models	chisq = 1195,000	p < 0,001	chisq = 185,600	p < 0,001

Źródło: opracowanie własne

Test mnożnika Lagrange'a wprowadzony przez Breuscha i Godfreya i pozwalający na sprawdzenie autokorelacji pierwszego jak również i wyższych rzędów oraz określający rodzaj występujących zależności przestrzennych wskazał jednocześnie na istotność modelu błędu i modelu opóźnienia przestrzennego dotyczących zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P}. W przeprowadzonym z kolei teście Hausmana hipoteza zerowa postuluje brak obecności efektów indywidualnych, a otrzymany poziom istotności w modelach dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} i Y_{2P} wskazuje na konieczność jej wyeliminowania na korzyść hipotezy alternatywnej i przyjęcia estymatora efektów

stałych za jeden właściwy. Ostatecznie dalsze badania na zmiennych Y_{1P} i Y_{2P} przeprowadzone zostały tak samo jak przy zmiennych Y_1 i Y_2 - z wykorzystaniem przestrzennego modelu panelowego z efektami indywidualnymi i czasowymi (twoways).

Efekty przeprowadzonej estymacji parametrów modelu ze zmienną Y_1 i Y_2 prezentuje tabela 9.31.

Tabela *9.31* Wyniki przestrzennego modelu panelowego (within, twoways) – zmienne objaśniane Y_1 i Y_2

	Zmienna zależna: Y_1				**Zmienna zależna: Y_2**		
	Estimate	**Błąd stand.**	**p-value**		**Estimate**	**Std. error**	**p-value**
rho	0,089	0,024	< 0,001	rho	0,202	0,023	< 0,001
Stała	2850,800	795,700	< 0,001	Stała	18,828	2,559	< 0,001
X_1	-4933,806	1833,799	0,007	X_1	-73,658	6,027	< 0,001
X_2	0,028	0,116	0,812	X_2	-0,002	0,000	< 0,001
X_3	12,508	3,694	< 0,001	X_3	0,017	0,012	0,175
X_4	0,698	0,198	< 0,001	X_4	0,005	0,001	< 0,001
X_5	0,146	0,021	< 0,001	X_5	0,000	0,000	< 0,001
X_6	0,048	0,052	0,352	X_6	0,001	0,000	< 0,001
X_7	67,354	16,004	< 0,001	X_7	0,446	0,052	< 0,001
X_8	14359,727	7629,757	0,060	X_8	10,986	24,665	0,656
X_9	-2596,082	5373,297	0,629	X_9	174,595	17,093	< 0,001
X_{10}	-0,096	10,410	0,993	X_{10}	-0,153	0,034	< 0,001
R^2 = 0,922, logLik = -25073,000, AIC = 50948,000				R^2 = 0,876, logLik = -3307,960, AIC = 7417,920			

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić, iż zarówno model Y_1, jak również i model Y_2 cechuje się wysokim stopniem dopasowania do wykorzystywanych danych. Dowodzi tego współczynnik determinacji, którego wartość w obu modelach wynosi w okolicach 0.9, jak również i kryterium informacyjne AIC, które świadczy o lepszym dopasowaniu do danych przestrzennych modeli panelowych niż modeli nieuwzględniających zależności przestrzennych. Wysoki poziom autokorelacji przestrzennej wynika ze współczynnika rho, który w modelu dla zmiennej objaśnianej Y_1 przyjął wprawdzie wartość równą 0,089, ale już w modelu dla zmiennej objaśnianej Y_2 osiągnął on już poziom ponad 0,202.

W modelu Y_1 połowa parametrów okazała się statystycznie nieistotna przy poziomie istotności $p<0.05$, ale w modelu Y_2 już 8 z 10 zmiennych niezależnych okazała się istotna statystycznie. Model Y_1 niezmiennie prezentuje parametry dla zmiennej X_1 (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym) i X_9 (saldo międzypowiatowych migracji) jako destymulanty, a na Y_2 ten sam kierunek wywiera zmienna X_1, X_2 i X_{10} (odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilny, gęstość zaludnienia i emisja pyłów przez

zakłady szczególnie uciążliwe), przy czym większość zmiennych ma niewielki wpływ na końcową wartość Y_2 (największy wpływ wywiera zmienna X_9 i X_1 (saldo międzypowiatowych migracji i odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym)), podczas gdy na Y_1 najbardziej wpływa zmienna X_8, X_1 i X_9 (przyrost naturalny, odsetek ludności w wieku produkcyjnym mobilnym i saldo międzypowiatowych migracji). Warto podkreślić, iż uzyskane wyniki estymacji przestrzennego modelu panelowego zarówno dla zmiennej objaśnianej Y_1 jak i Y_2 są porównywalne z wynikami estymacji klasycznego modelu panelowego.

Estymację parametrów przestrzennego modelu panelowego przeprowadzono również niezmiennie dla zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P} czego efekty zostały przedstawione w tabeli 9.32.

Tabela 9.32 Wyniki przestrzennego modelu panelowego (within, twoways) – zmienna Y_{1P} i Y_{2P}

	Zmienna zależna: Y_{1P}				**Zmienna zależna: Y_{2P}**		
	Estimate	**Błąd stand.**	**p-value**		**Estimate**	**Std. error**	**p-value**
Rho	0,279	0,022	< 0,001	rho	0,122	0,023	< 0,001
Stała	399,640	10,050	< 0,001	Stała	-1,716	2,452	0,484
X_1	-272,631	23,957	< 0,001	X_1	-12,008	5,689	0,035
X_2	-0,003	0,002	0,044	X_2	-0,001	0,000	0,001
X_3	0,289	0,049	< 0,001	X_3	0,041	0,012	< 0,001
X_4	0,029	0,003	< 0,001	X_4	0,006	0,001	< 0,001
X_5	0,000	0,000	0,925	X_5	0,000	0,000	< 0,001
X_6	0,005	0,001	< 0,001	X_6	0,001	0,000	0,005
X_7	1,378	0,202	< 0,001	X_7	0,207	0,049	< 0,001
X_8	-545,299	96,991	< 0,001	X_8	12,406	23,556	0,598
X_9	353,851	66,495	< 0,001	X_9	201,759	16,513	< 0,001
X_{10}	-0,818	0,132	< 0,001	X_{10}	0,004	0,032	0,912
R^2 = 0,994, logLik = -8572,890, AIC = 50948,000				R^2 = 0,852, logLik = -3106,960, AIC = 7417,920			

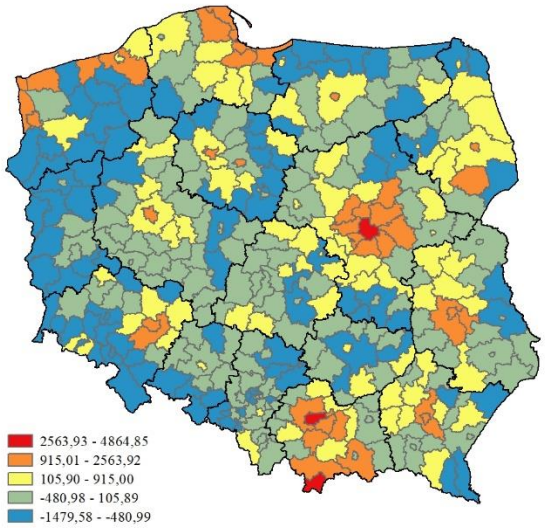
Źródło: opracowanie własne

Wyniki estymacji zebrane i przedstawione w powyższej tabeli jasno wskazują, iż zarówno model dla zmiennej objaśnianej Y_{1P} jak i model dla zmiennej objaśnianej Y_{2P} jest dopasowany do analizowanych danych w zadowalającym stopniu. Świadczy o tym w szczególności kryterium informacyjne AIC oraz współczynnik determinacji, którego wartość w modelu dla Y_{2P} wynosi 0,852, a w modelu dla Y_{1P} już ponad 0,994, co oznacza lepsze dopasowanie do danych przestrzennych modeli panelowych niż modeli nie uwzględniających zależności przestrzennych. Natomiast o wysokim stopniu autokorelacji przestrzennej reszt świadczy wartość współczynnika rho, który w modelu Y_{2P} wyniósł wprawdzie 0,122, ale już w modelu Y_{1P} przyjął on już wartość 0,279.

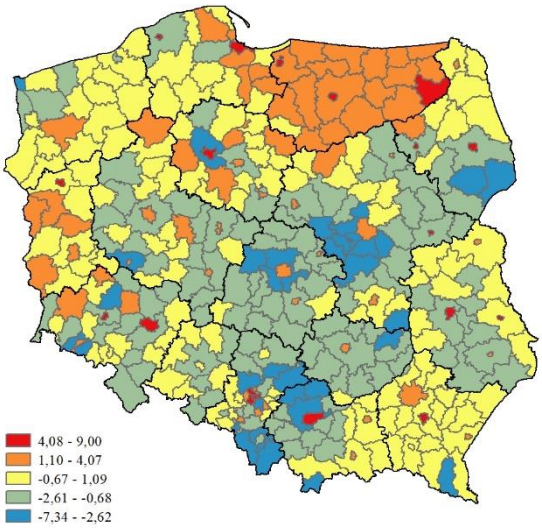
W modelu Y_{1P} praktycznie wszystkie parametry okazały się istotne statystycznie, przy poziomie istotności $p<0,05$, bowiem tylko jeden parametr przy zmiennej osiągnął prawdopodobieństwo na poziomie prawie 0,925. Model wykonany dla zmiennej Y_{2P} w tej kwestii przedstawia się już nieco gorzej, ponieważ 7 z 10 zmiennych niezależnych okazało się statystycznie istotnych. Model Y_{1P} niezmiennie prezentuje parametry X_1, X_8 i X_{10} (odsetek ludności mobilnej, przyrost naturalny i emisja zanieczyszczeń przez zakłady produkcyjne) jako destymulanty, a na Y_{2P} ten sam kierunek wywiera zmienna X_1 i X_2 (odsetek ludności mobilnej i gęstość zaludnienia), przy czym większość zmiennych ma niewielki wpływ na końcową wartość Y_{2P} (największy wpływ wywiera zmienna odpowiadająca za saldo migracji międzypowiatowych, przyrost naturalny i udział ludności mobilnej (X_9, X_8 i X_1) podczas gdy na Y_{1P} najbardziej wpływa zmienna X_8, X_9 i X_1. Warto wskazać, że uzyskane wyniki estymacji przestrzennego i klasycznego modelu panelowego zarówno przez Y_{1P} jak i Y_{2P} są do siebie zbliżone, a znacząca większość zmiennych, zgodnie z przewidywaniami, stymuluje rynek nieruchomości. W zakresie zmiennych, których wzrost wedle modelu hamuje rozwój budownictwa mieszkaniowego, oprócz predyktora przedstawiającego emisję pyłów przez zakłady uciążliwe, oczekiwałoby się sytuacji odwrotnej, a zatem nie powinno się odnosić do tego w kategoriach przyczynowości, a jedynie jako związku statystycznego.

Przyjęta postać modelu z efektami ustalonymi oznacza, że każdej jednostce przestrzennej przyporządkowany jest efekt indywidualny wskazujący na różnice we wskaźnikach dotyczących rynku nieruchomości mieszkaniowych wynikające z czynników nieuwzględnionych wśród zmiennych objaśniających. Efekty te mogą powstawać zwłaszcza z nietypowych uwarunkowań fizycznych i środowiskowych oraz związanych z poziomem rozwoju ekonomicznego, instytucjonalno-prawnego, demograficznego oraz politycznego i socjalnego. Na poniższych kartogramach przedstawionych na rysunku 9.15 ukazano rozkład przestrzenny efektów indywidualnych w przestrzennych modelach panelowych Y_1 i Y_2 oraz rozkład przestrzenny poziomu istotności statystycznej poszczególnych efektów.

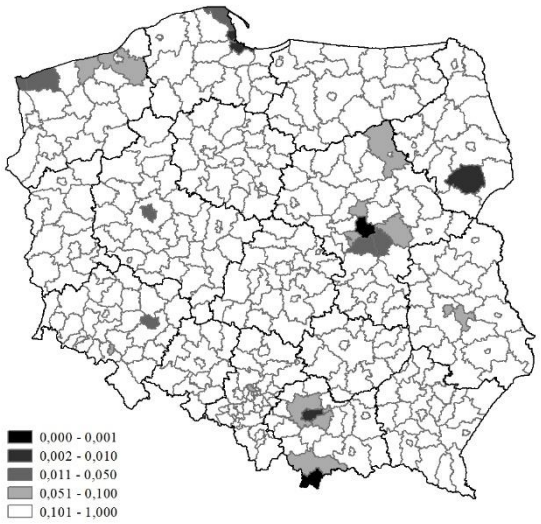
Y_1 – indywidualne efekty losowe



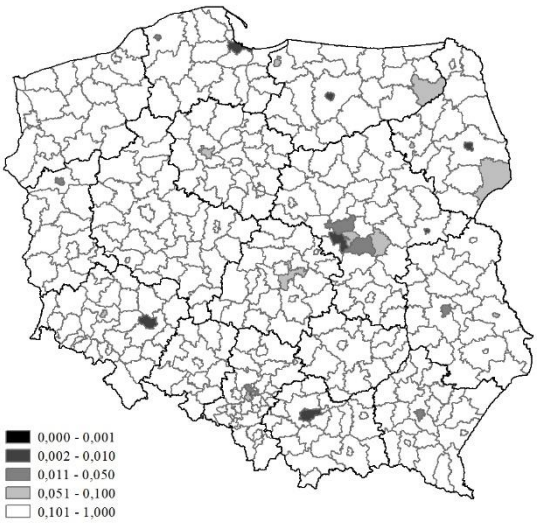
Y_2 – indywidualne efekty losowe



Y_1 – poziom istotności efektów losowych



Y_2 – poziom istotności efektów losowych



Rysunek 9.15 Indywidualne efekty losowe i poziomy istotności w przestrzennym modelu panelowym dla zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2

Źródło: opracowanie własne

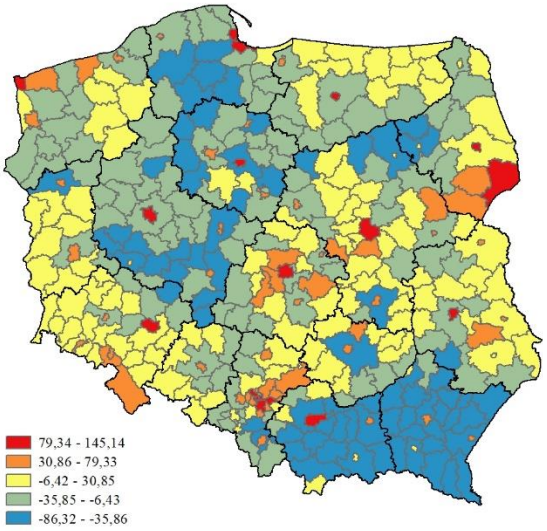
Rozkład indywidualnych efektów losowych modelu Y_1 wskazuje, że klastry| o dodatnich wartościach skoncentrowane są wokół większych ośrodków miejskich m.in. Warszawy, Krakowa, Gdańska, Wrocławia, Lublina czy Zakopanego jako wyjątek od przyjętego wniosku. Efekty ujemne nie tworzą wyraźnych klastrów jednak można dopatrywać się większego ich zagęszczenia w zachodniej części Polski.

Z rozkładu efektów indywidualnych modelu Y_2 wynika, że znowu najwyższe dodatnie efekty zlokalizowane są w powiatach, które stanowią największe miasta Polski. Dodatkowo praktycznie całe województwo warmińsko-mazurskie składa się z powiatów odznaczających się wyższymi wartościami efektów indywidualnych. Wartości ujemne

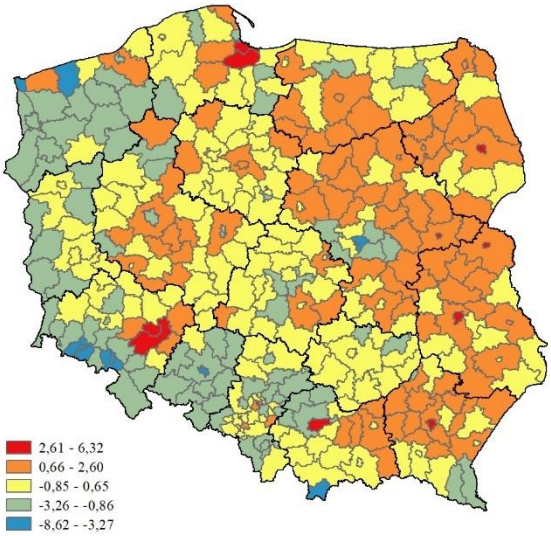
ponownie rozrzucone są bez większych reguł i zależności, jednak można doszukiwać się ich koncentracji wzdłuż pasa z północno-wschodniej części poprzez Polskę centralną, a kończąc na południowej i południowo-zachodniej części kraju.

Wizualizację rozkładu przestrzennego efektów indywidualnych i poziomu istotności statystycznej poszczególnych efektów przestrzennych modeli panelowych wykonano również dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}, a efekty zaprezentowano na poniższych kartogramach zebranych na rysunku 9.16.

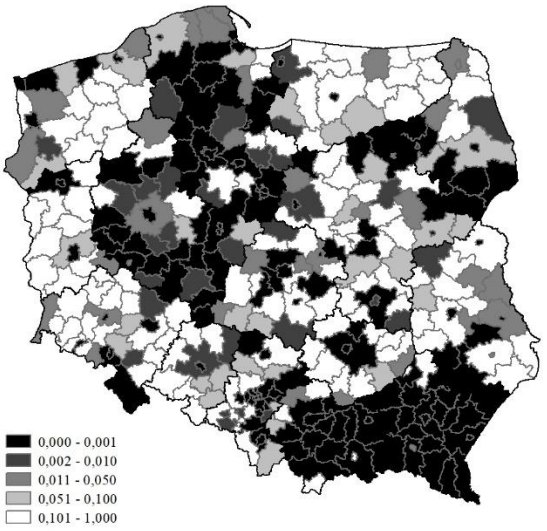
Y_{1P} – indywidualne efekty losowe



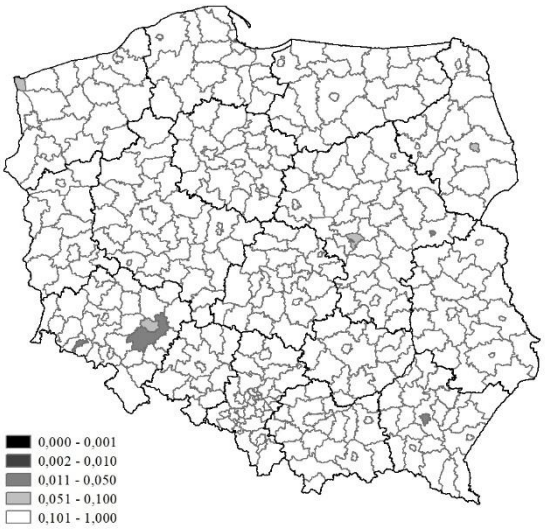
Y_{2P} – indywidualne efekty losowe



Y_{1P} – poziom istotności efektów losowych



Y_{2P} – poziom istotności efektów losowych



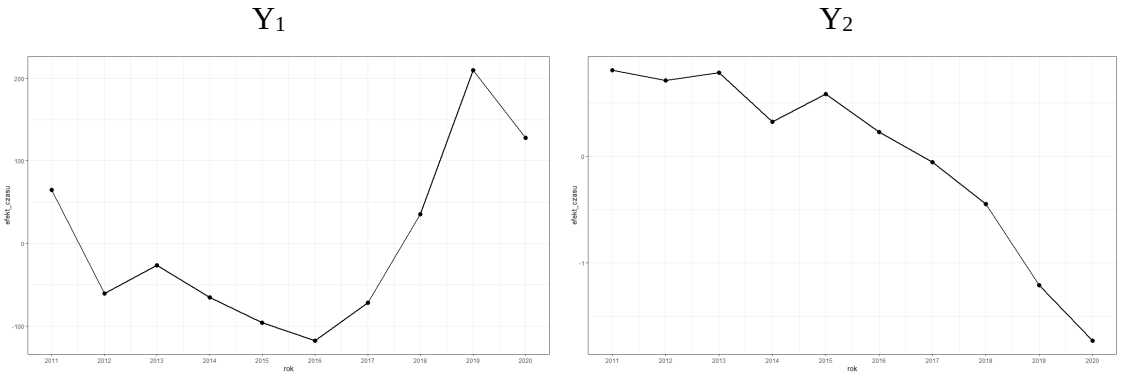
Rysunek 9.16 Indywidualne efekty losowe i poziomy istotności w przestrzennym modelu panelowym dla zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P}

Źródło: opracowanie własne

Rozkład indywidualnych efektów losowych modelu Y_{1P} wskazuje, że klastry o dodatnich wartościach skoncentrowane są wokół większych ośrodków miejskich m.in. Warszawy, Krakowa, Gdańska, Wrocławia, Lublina. Efekty ujemne skumulowane są w województwie małopolskim, podkarpackim oraz wielkopolskim, kujawsko-pomorskim oraz pomorskim. Rozkład poziomów istotności statystycznej jest zgodny z efektami indywidualnymi.

Z rozkładu efektów indywidualnych modelu Y_{2P} wynika, że znowu najwyższe dodatnie efekty zlokalizowane są w powiatach, które stanowią największe miasta Polski. Dodatkowo można zauważyć wyraźny podział na część wschodnią z wyższymi wartościami i część zachodnią Polski z wartościami na niższym poziomie. W przypadku tej zmiennej obserwuje się analogiczną sytuację jak przy modelach dla zmiennej Y_1 i Y_2 – bardzo niewiele jest powiatów, które byłyby statystycznie istotne.

Efekty czasowe ukazane na poniżej przedstawionym rysunku 9.17, podobnie jak w modelach panelowych bez uwzględnienia zależności przestrzennych, wskazują na powolny spadek cen nieruchomości przez pierwszych pięć lat, a następnie gwałtowny wzrost w latach 2016-2019, by w ostatnim badanym roku znowu zmienna ta przyjęła tendencję spadkową. Trend ukazany w 2020 r. może mieć związek ze spowolnieniem gospodarczym wywołanym przez ogólnoświatową pandemię koronawirusa. Z kolei przy zmiennej przedstawiającej liczbę dokonywanych transakcji praktycznie przez cały badany okres obserwuje się wyraźną degresję.

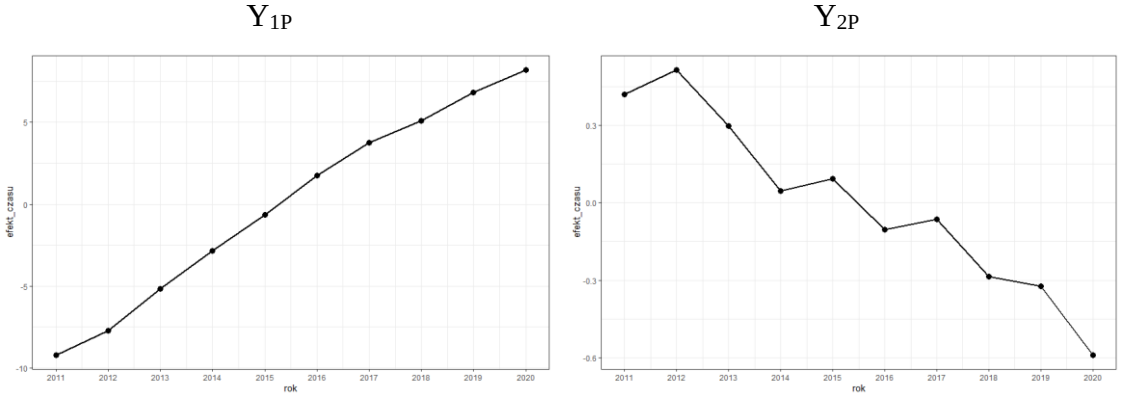


Rysunek 9.17 Efekt czasu w przestrzennym modelu panelowym dla zmiennych Y_1 i Y_2

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 9.18 to z kolei wizualizacja efektów czasowych w przestrzennych modelach panelowych dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P}. Analogicznie do modeli panelowych bez uwzględniania zależności przestrzennych obserwuje się systematyczny wzrost liczby mieszkań (zmienna Y_{1P}) odpowiadający za rosnący popyt na nieruchomości od 2011 roku

oraz jednocześnie następuje spadek liczby oddawanych mieszkań (zmienna Y_{2P}) reprezentujących podaż mieszkań od 8 lat.



Rysunek 9.18 Efekt czasu w przestrzennym modelu panelowym dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P}
Źródło: opracowanie własne

Powyższe badania polegały na przeprowadzeniu próby oceny relacji pomiędzy uwarunkowaniami fizycznymi i środowiskowymi, ekonomicznymi, instytucjonalno-prawnymi, demograficznymi, politycznymi i socjalnymi, a wskaźnikami dotyczącymi sytuacji na polskim rynku nieruchomości w ujęciu przestrzennym. Wykorzystano wówczas zarówno modele panelowe w ujęciu klasycznym, jak i modele panelowe w ujęciu przestrzennym. Bezsprzecznie, większość czynników przyjętych do analizy okazało się istotnymi statystycznie zarówno w kontekście średniej ceny sprzedaży lokalu mieszkalnego i w zakresie liczby dokonywanych transakcji rynkowych przypadających na 1000 osób, jak również liczby mieszkań i liczby oddawanych mieszkań at. 1000 osób, chociaż rola niektórych zmiennych nie jest już tak oczywista w każdym przypadku np. przyrostu naturalnego czy stopy bezrobocia rejestrowanego.

Przeprowadzona analiza dostarczyła informacji, iż czynniki wpływające zasadniczo na wskaźniki określające sytuację na rynku nieruchomości cechują się istotnym zróżnicowaniem przestrzennym, co wynika z funkcjonujących podziałów gospodarczych, społecznych, kulturowych czy nawet historycznych. Polska, jako kraj europejski, jest państwem nie jednorodnym i stąd też wyniki z analiz społeczno-gospodarczych przeprowadzanych na lokalnym poziomie mogą istotnie różnić się od wyników uzyskanych z analiz wykonywanych na poziomie krajowym.

Do wykorzystanych danych empirycznych lepiej dopasowane okazały się przestrzenne modele panelowe od modeli estymowanych nieuwzględniających relacji przestrzennych. Wskazuje na to wartość współczynników determinacji R^2 oraz poziom kryterium informacyjnego Akaike opartego na funkcji wiarygodności (AIC). Co więcej,

badania jasno wskazują, że istnieje problem włączania zmienności przestrzennej w badania społeczno-ekonomiczne. Przestrzenne modele panelowe mogą stanowić wstęp do ewentualnych, dalszych analiz, które poprzez uwzględnienie oprócz autokorelacji również heterogeniczności przestrzennej stanowić będą skuteczne narzędzie pozwalające na ocenę i prognozę zdarzeń na rynku nieruchomości na lokalnym i globalnym poziomie.

10. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Głównym celem badań było opracowanie merytorycznych podstaw budowy przestrzenno-czasowych modeli cen, aktywności oraz popytu i podaży na rynku nieruchomości. Podjęte kroki, zbliżające do osiągnięcia przyjętego celu głównego, obejmowały swoim zakresem identyfikację procesów i czynników wartościotwórczych, zgromadzenie potrzebnych danych źródłowych i przeprowadzenie ich wstępnej analizy oraz opracowanie i zweryfikowanie opisowych i przestrzennych modeli relacji i procesów występujących na rynku nieruchomości.

W pracy wykorzystano, uzupełnione analizą autokorelacji przestrzennej, klasyczne modele regresyjne, modele autoregresji przestrzennej i modele panelowe, w tym również przestrzenne modele panelowe.

W trakcie badań porównano ze sobą modele regresji przestrzennych z klasycznymi modelami regresji, a wyniki jednoznacznie wskazały na lepsze dopasowanie do wybranych danych empirycznych modeli regresji przestrzennych. Wskazano przy tym jednak, że modele regresji, oprócz niewątpliwych zalet, odznaczają się również istotnymi wadami, takimi jak trudność z wykorzystaniem ich do predykcji zmiennej niezależnej z uwagi na nieznane jej opóźnienie przestrzenne oraz struktura modelu przyczyniająca się do prognozowania obarczonego dużym błędem (HAINING 1990, KOPCZEWSKA 2011). Na tej podstawie stwierdzono, iż modele te mogą być użyteczne tylko w diagnostyce procesów zachodzących w przestrzeni i na rynku nieruchomości.

Podsumowując badania z wykorzystaniem modeli GWR wysunięto wnioski, że włączanie zmienności przestrzennej w badania społeczno-ekonomiczne stanowi z pewnością wartość dodaną, a modele GWR powinny stanowić wstęp do głębszych analiz, w których uwzględniana jest autokorelacja i heterogeniczność przestrzenna, a które stanowić będą skuteczne narzędzie pozwalające na ocenę i prognozę zdarzeń na rynku nieruchomości na lokalnym i globalnym poziomie.

Przeprowadzona analiza klasycznych modeli panelowych i przestrzennych modeli panelowych wykazała lepsze dopasowanie do wykorzystywanych danych empirycznych przestrzennych modeli panelowych od modeli nieuwzględniających relacji przestrzennych. Co istotne jednak, wnioski jakie nasunęły się z uzyskanych wyników są analogicznie do wniosków uzyskanych z modelowania przy użyciu regresji ważonej geograficznie.

Z kolei stosowanie hierarchicznych modeli przestrzennych w badaniach, szczególnie w zakresie dotyczącym rynku nieruchomości, może być uzupełnieniem lub nawet dobrą

alternatywą metod geostatystycznych dotychczas powszechnie wykorzystywanych do opracowywania map wartości nieruchomości. Powyższe badanie dostarczyło informacji, że modele hierarchiczne na ogół stanowią lepsze dopasowanie do wykorzystywanych w analizie danych od modeli nieuwzględniających hierarchii przestrzennej. Należy jednak zaznaczyć, iż hierarchiczne modele przestrzenne uwzględniają nie tylko efekty przestrzenne w mikroskali, ale również kontekst wynikający z położenia pojedynczych obserwacji na poszczególnych poziomach hierarchii przestrzennej. W efekcie otrzymuje się znacznie więcej informacji w porównaniu do modeli klasycznych. Największą zaletą ze stosowania modeli HSAR wydaje się jednak możliwość jednoczesnej identyfikacji efektów przestrzennych (model diagnostyczny), ale również i opracowywania map wartości gruntów (model predykcyjny). Co więcej, mapy wykonane przy użyciu techniki HSAR przedstawiają stały charakter zmian wartości nieruchomości wewnątrz zadanej strefy oraz dyskretne zmiany na jej granicy. Wydaje się to być zgodne ze stanem rzeczywistym, w którym przestrzeń kształtuje się pod silnym wpływem ingerencji planistycznej i uwarunkowanego walorami środowiskowymi rynkowego zapotrzebowania na nieruchomości. Podsumowując, modelowanie wielowarstwowe było znane i stosowane już dawno, jednak jego znaczenie w ekonometrii przestrzennej wydaje się być nadal niedocenione i marginalizowane (BANERJEE, CARLIN, GELFAND 2014 s. 562), a świadczą o tym badania z zakresu gospodarki przestrzennej, w których modele te są z powodzeniem stosowane do zjawisk jednoznacznie przypisanych do określonej lokalizacji w przestrzeni.

Uzyskany szereg modeli matematycznych, opisowych i kartograficznych, o zróżnicowanych stopniach uogólnienia, odzwierciedla procesy kształtowania się cen i wartości oraz aktywności na rynku lokali mieszkalnych. Charakterystyka rynku nieruchomości ukazuje liczną różnorodność cech rynkowych poprzez czynniki losowe, kontekst behawioralny oraz immanentną niepewność. Choć złożoność struktury rynku nieruchomości stanowi utrudnienie konsolidacji cech rynkowych to jednak nie tylko nie eliminuje to przydatności stosowania wskazanych modeli, a wręcz są one nawet wskazane do wykonywania przestrzennych analiz rynku nieruchomości.

Zdecydowana większość zmiennych przyjętych jako determinanty okazała się statystycznie istotna zarówno pod względem wpływu na ceny, jak i aktywność rynkową. Zatem badania te pozwoliły dokonać również oceny zdolności określenia wspólnego i uniwersalnego wzorca czynników przestrzennych kształtujących wartości

nieruchomości mieszkaniowych i odzwierciedlających możliwość pokrycia potrzeb użytkowników niezależnie od bieżącej sytuacji na rynku.

Podjęta próba oceny zależności między czynnikami i procesami społeczno-demograficznymi, ekonomicznymi i środowiskowymi na tle wskaźników przedstawiających sytuację na rynku nieruchomości pozwoliła określić ich istotne zróżnicowanie w ujęciu przestrzennym, a zatem potwierdzona została postawiona we wstępie hipoteza o bezpośrednim związku pomiędzy zmianami poszczególnych czynników a przestrzennym zróżnicowaniem popytu i podaży wpływającym na ceny i wartości nieruchomości. Wnioskuje się ponadto, że zróżnicowanie przestrzenne wskazanych czynników wynika z funkcjonujących podziałów gospodarczych, społecznych, kulturowych czy nawet historycznych. Polska, jako kraj europejski, jest państwem nie jednorodnym i stąd też wyniki z analiz społeczno-gospodarczych przeprowadzanych na lokalnym poziomie mogą istotnie różnić się od wyników uzyskanych z analiz wykonywanych na poziomie krajowym.

Autorski wkład w charakter badań polega na uwzględnieniu czynnika przestrzennego i zastosowaniu metod, które stosunkowo rzadko są wykorzystywane do badania rynku nieruchomości. Dodatkowo zaproponowana metodyka choć została dostosowana do polskiego rynku lokali mieszkalnych to jednocześnie posiada ona charakter uniwersalny i może być z powodzeniem zastosowania do innych rodzajów rynku nieruchomości.

Uwzględnienie w badaniach horyzontów przestrzennych i czasowych oraz przedstawionej metodyki może pomóc w zrozumieniu procesów wartościotwórczych mających miejsce na rynku nieruchomości. Co więcej, zastosowanie wskazanej metodyki, uwzględniającej aspekty przestrzenne i czasowe, w analizach rynku nie ogranicza się tylko do diagnozy stanu istniejącego bowiem z powodzeniem może być również wykorzystana do oceny, prognozowania i symulacji rozwoju wszystkich rodzajów nieruchomości zarówno na poziomie globalnym, jak i lokalnym.

11. LITERATURA

1. ACS Z. J., ANSELIN L., VARGA A. 2002. *Patents and innovation counts as measures of regional production of new knowledge*. Research Policy, 31(7), s. 1069–1085. doi:10.1016/S0048-7333(01)00184-6.
2. ADAMCZEWSKI Z. 2006. *Elementy modelowania matematycznego w wycenie nieruchomości. Podejście porównawcze*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
3. ADAMS Z., FÜSS R. 2010. *Macroeconomic Determinants of International Housing Markets*. Journal of Housing Economics, 19(1), s. 38–50. doi:10.1016/j.jhe.2009.10.005.
4. AGNELLO L., SCHUKNECHT L. 2011. *Booms and busts in housing markets: determinants and implications*. Journal of Housing Economics, 20 (3), s. 171–190.
5. AKAIKE H. 1973. *Information theory and an extension of the maximum likelihood principle*. W: PETROV B. N., CSAKI F. (eds.). 1971. 2nd International Symposium on Information Theory, Tsahkadsor, Armenia, USSR, Budapest: Akademiai Kiado, s. 267–281.
6. ALLEN J., AMANO R., BYRNE D. P., GREGORY A. W. 2009. *Canadian Cit' Housing Prices and Urban Market Segmentation*. Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique, 42(3), s. 1132–1149.
7. ANAS A., EUM S. J. 1984. *Hedonic Analysis of a Housing Market in Disequilibrium*. Journal of urban Economics, 15(1), s. 87–106.
8. ANCOT J. P., KUIPER J. H., PAELINCK J. H. P. 1990. *Five principles of spatial econometrics illustrated.* W: CHATTERJI M., KUENNE R. E. (red.) *Dynamics and Conflict in Regionls Structural Change*. Macmillan, London, s. 141-155.
9. ANDRZEJEWSKI A. 1979. *Polityka mieszkaniowa*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 25.
10. ANSELIN L. 1988a. *Lagrange multiplier test diagnostics for spatial dependence and spatial heterogeneity*. Geographical Analysis, Ohio State University Press, 20(1), s. 1–17. doi:10.1111/j.1538-4632.1988.tb00159.x
11. ANSELIN L. 1988b. *Spatial econometrics: methods and models*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London.
12. ANSELIN L. 1995. *Local indicators of spatial association – LISA.* Geographical Analysis, 27(2), s. 93-115.

13. ANSELIN L. 1996a. *SpaceStat tutorial*. West Virginia University, Regional Research Institute, Morgantown.
14. ANSELIN L. 1996b. *The Moran Scatterplot as an ESDA Tool to Assess Local Instability in Spatial Association*. W: FISCHER M., SCHOLTEN H. J., UNWIN D. (Eds.). *Spatial Analytical Perspectives on GIS*. Taylor and Francis, London, s. 111-125.
15. ANSELIN L. 1998. *GIS Research Infrastructure for Spatial Analysis of Real Estate Markets*. Journal of Housing Research, 9(1), s. 113–133.
16. ANSELIN L. 1999. *Spatial Econometrics*. Bruton Center School of Social Sciences; University of Texas at Dallas: Richardson, TX, USA.
17. ANSELIN L. 2003. *Spatial externalities and spatial econometrics*. International Regional Science Review, 26(2), s. 153-166.
18. ANSELIN L. 2006. *Spatial Analysis with GeoDa. 4. Spatial Regression*. University of Illinois, Urbana-Champaign.
19. ANSELIN L. 2009. *Thirty Years of Spatial* Econometrics, GeoDa Center for Geospatial Analysis and Computation, Arizona State University, Working Paper 2009-2 s. 3-4.
20. ANSELIN L., BERA A. 1998. *Spatial Dependence in Linear Regression Models with an Introduction to Spatial Econometrics*. W: *Handbook of Applied Economic Statistics*. ULLAH A., GILES D. (Eds.). Marcel Dekker, New York, s. 237-289.
21. ANSELIN L., BERA A., FLORAX R., YOON M. J. 1996. *Simple diagnostic tests for spatial dependence*. Regional Science and Urban Economics, 26 (1), s. 77–104. doi:10.1016/0166-0462(95)02111-6.
22. ANSELIN L., HUDAK S. 1992. *Spatial econometrics in practice: A review of software options*. Regional Science and Urban Economics, 22(3), s. 509–536.
23. ANSELIN L., LE GALLO J., JAYET H. 2006. *Spatial panel econometrics*. W: *The econometrics of panel data, fundamentals and recent developments in theory and practice*. MATYAS L., SE-VESTRE P. (red.). Kluwer, Dordrecht, s. 901–969.
24. APANOWICZ J. 2005. *Metodologiczne uwarunkowania pracy naukowej. Prace doktorskie, prace habilitacyjne*. Difin, Warszawa, s. 33, 113.
25. ARBIA G. 2006. Spatial E*conometrics: Statistical Foundations and Applications to Regional Convergence*. Springer: Berlin, Germany.
26. ARMISTED C., ROWLAND P. 1996. *Managing Business Processes*, Wiley and Sons, Chichester. s. 35.

27. ARRIBAS J., GARCÍA F., GUIJARRO 188OCJETY188R J., TAMOŠIŪNIENĖ R. 2016. *Mass appraisal of residential real estate using multilevel modelling*. International Journal of Strategic Property Management, 20(1), s. 77–87. doi:10.3846/1648715X.2015.1134702.
28. ARYSTOTELES 2007. *Etyka nikomachejska*. tłum. GROMSKA D. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
29. ASHWORTH J., PARKER S. C. 1997. *Modelling Regional House Prices in the UK*. Scottish Journal of Political Economy, 44(3), s. 225-246.
30. BAJARI P., BENKARD C. L., LEVIN J. 2007. *Estimating dynamic models of imperfect competition*. Econometrica, 75(5), s. 1331-1370. doi:10.1111/j.1468-0262.2007.00796.x.
31. BAJARI P., CHAN P., KRUEGER D., MILLER D. 2008. A *dynamic structural model of housing demand: Estimation and policy implications*. Department of Economics, University of Minnesota working paper.
32. BAL J. 1998. *Process Analysis Tools for Process Improvement*. The TQM Magazine, 10(5), s. 342–354.
33. BALTAGI B. H. 1995. *Econometric Analysis of Panel Data*. John Wiley, New York.
34. BALTAGI B. H. 2001. *Econometric Analysis of Panel Data. 2nd Edition*. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, s. 7.
35. BALTAGI B. H. (red.). 2003. *Recent Developments in the Econometrics of Panel Data. vol. I, vol. II*. Edward Elgar Publishing, Cheltenham.
36. BALTAGI B. H. 2005. *Econometric Analysis of Panel Data*. *3rd Edition*. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, s. 1-293.
37. BALTAGI B. H. 2008. *Econometric Analysis of Panel Data*. *4th Edition*. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester.
38. BALTAGI B. H. 2021. *Econometric Analysis of Panel Data. 6th Edition*. Springer Texts in Business and Economics, Springer. doi:10.1007/978-3-030-53953-5.
39. BALTAGI B. H., FINGLE188OCJETY188SIROTTE A. 2014. *Spatial lag models with nested random effects: An instrumental variable procedure with an application to English house prices*. Journal of Urban Economics, 80, s. 76–86.
40. BANERJEE S., CARLIN B. P., GELFAND A. E. 2014. *Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data*. Second Edition. Monographs on Statistics and Applied Probability 135. CRC Press/Chapman & Hall, s. 562.

41. BARAŃSKA A. 2010. *Statystyczne metody analizy i weryfikacji proponowanych algorytmów wyceny nieruchomości*. Rozprawy i Monografie Wydawnictwa AGH, Kraków.

42. BASU S., THIBODEAU T. 1998. *Analysis of spatial autocorrelation in house prices*. The Journal of Real Estate Finance and Economics, 17(1), s. 61–85. doi:10.1023/A:1007703229507.

43. BAUMOHL B. 2005. *Secrets of Economic Indicators.* The: Hidden Clues to Future Economic Trends and Investment Opportunities. 3rd Edition.

44. BAUMONT C., ERTUR C., LE GALLO J. 2004. *Spatial Analysis of Employment and Population Density: The Case of the Agglomeration of Dijon 1999*. Geographical Analysis, 36(2), The Ohio State Universitys, s. 146–176. doi:10.1111/j.1538-4632.2004.tb01130.x.

45. BEER S. 1966. *Decision and Control: the Meaning of Operational Research and Management Cybernetics*. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester.

46. BELKE A., KEIL J. 2018. *Fundamental Determinants of Real Estate Prices: A Panel Study of German Regions*. International Advances in Economic Research, 24, s. 25–45. doi:10.1007/S11294-018-9671-2.

47. BELNIAK S., GŁUSZAK M. 2011. *Uwarunkowania i zróżnicowania lokalnych rynków mieszkaniowych w Polsce. Stan i tendencje rozwoju rynku nieruchomości*. Zeszyty Naukowe 192. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.

48. BENJAMIN J. D., RANDALL S., BUTTERY R. S., SIRMANS C. F. 2004. *Mass Appraisal: An Introduction to Multiple Regression Analysis for Real Estate Valuation*. Journal of Real Estate Practice and Education, 7(1), s. 65-77. doi: 10.1080/10835547.2004.12091602.

49. BENTSEN HB., KLEMETSDAL G. 1991. *The use of fixed effect models and mixed models to estimate single gene associated effects on polygenic traits*. Genetics Selection Evolution, 23, Norway, s. 407-419. doi:10.1186/1297-9686-23-5-407.

50. BERG L. 2002. *Prices on the Second-Hand Market for Swedish Family Houses: Correlation, Causation and Determinants*. European Journal of Housing Policy, 2(1), s. 1–24.

51. BERTALANFFY L. 1984. *Ogólna teoria systemów. Podstawy, rozwój, zastosowania*. tłum. WOYDYŁŁO-WOŹNIAK E. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 68, 87-110.

52. BHAT C. R. 1995. *A heteroscedastic extreme value model of intercity travel mode choice*. Transportation Research Part B: Methodological, 29(6), s. 471–483.
53. BIECEK P. 2013. *Analiza danych z programem R. Modele liniowe z efektami stałymi, losowymi i mieszanymi*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
54. BITKOWSKA A. A. 2009. *Zarządzanie procesami biznesowymi w przedsiębiorstwie*. Vizja Press & IT, Warszawa, s. 13.
55. BITNER A. 2007. *Konstrukcja modelu regresji wielorakiej przy wycenie nieruchomości*. Acta Scientiarum Polonorum, Administratio Locorum, 6(4), s. 59-66.
56. BITTER C., MULLIGAN G. F., DALL'ERBA S. 2007. *Incorporating spatial variation in housing attribute prices: a comparison of geographically weighted regression and the spatial expansion method*. Journal of Geographical Systems, 9(1), s. 7–27. doi: 10.1007/s10109-006-0028-7.
57. BIVAND R. 1980. *Autokorelacja przestrzenna a metody analizy statystycznej w geografii*. W: *Analiza regresji w geografii*. CHONICKI Z. (red.)., Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s. 23-38.
58. BIVAND R., SHA Z., OSLAND L., THORSEN I. S. 2017. *A comparison of estimation methods for multilevel models of spatially structured data*. Spatial Statistics, 21, s. 440–459.
59. BLALOCK H. M. 1975. *Statystyka dla socjologów*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 510.
60. BLAUG M. 1995. *Metodologia ekonomii*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 211-228.
61. BOROWSKI K. 2015. Czynniki *podażowe i popytowe na rynku nieruchomości mieszkaniowych w Polsce*. Studia Prawno-Ekonomiczne, 96, s. 183-195.
62. BOSZKO J. 1999. *Wstęp do inżynierii zarządzania*. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Komunikacji i Zarządzania, Poznań, s.19.
63. BOURASSA S. C., CANTONI E., HOESLI M. 2010. *Predicting House Prices with Spatial Dependence: A Comparison of Alternative Methods*. Journal of Real Estate Research, 32(2), s. 139–160.
64. BOWEN W. M., MIKELBANK B. A., PRESTEGAARD D. M. 2001. *Theoretical and Empirical Considerations Regarding Space in Hedonic Housing Price Model Applications*. Growth and change, 32(4), s. 466–490.

65. BRÄUNINGER M., NIEBUHR A. 2005. *Agglomeration, Spatial Interaction and Convergence in the EU*. Hamburgisches Welt–Wirtschafts–Archiwe Discussion Papers from Hamburg Institute of International Economics (HWWA), 332, Hamburg, s. 21. doi:10.22004/ag.econ.26150.

66. BREUSCH T. S., PAGAN A. R. 1980. *The Lagrange Multiplier Test and its Applications to Model Specification in Econometrics*. The Review of Economic Studies, 47(1), s. 239–253. doi:10.2307/2297111.

67. BRISSIMIS S. N., VLASSOPOULOS T. 2009. *The Interaction between Mortgage Financing and Housing Prices in Greece*. The Journal of Real Estate Finance and Economics, 39(2), Springer, s. 146–164. doi:10.1007/s11146-008-9109-3.

68. BROITMAN D., KOOMEN E. 2015. *Regional diversity in residential development: a decade of urban and peri-urban housing dynamics in the Netherlands*. Letters in Spatial and Resource Sciences, 8(3), s. 201–217. doi:10.1007/s12076-014-0134-y.

69. BROWN K. H., UYAR B. 2004. *A Hierarchical Linear Model Approach for Assessing the Effects of House and Neighborhood Characteristics on Housing Prices*. Journal of Real Estate Practice and Education, 7(1), s. 15-23. doi: 10.1080/10835547.2004.12091603.

70. BROWNING C. R., FEINBERG S. I., DIETZ R. D. 2004. *The Paradox of Social Organization: Networks, Collective Efficacy, and Violent Crime in Urban Neighborhoods*. Social Forces, 83(2), s. 503–534.

71. BRUNAUER W., LANG S., UMLAUF N. 2010. *Modeling House Prices using Multilevel Structured Additive Regression*. Working Papers in Economics and Statistics, 2010-19, University of Innsbruck, Department of Public Finance, Innsbruck.

72. BRUNAUER W., LANG S., UMLAUF N. 2013. *Modelling house prices using multilevel structured additive regression*. Statistical Modelling, 13(2), s. 95–123.

73. BRUNSDON C., FOTHERINGHAM S., CHARLTON M. 2000. *Geographically Weighted Regression as a Statistical Model*. Spatial Analysis Research Group, Department of Geography, University of Newcastle-Upon-Tyne, UK.

74. BRUNSDON C., FOTHERINGHAM A. S., CHARLTON M. 2007. *Geographically Weighted Discriminant Analysis*. Geographical Analysis, 39(4), s. 376–396. doi: 10.1111/j.1538-4632.2007.00709.x.

75. BRYK A. S., RAUDENBUSH S. W. 1992. *Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods*. Newbury Park, CA: Sage Publications, New York.

76. BRYX M. 2006. *Rynek nieruchomości system i funkcjonowanie*. Wydawnictwo Poltext, Warszawa, s. 18-20, 84-89.
77. BRYX M. 2008. *Rynek nieruchomości: system i funkcjonowanie*. Wydawnictwo Poltext.
78. BRZESKI W. J. 1994. *Nieruchomości jako zjawisko ekonomiczne i rynek*. Zeszyty Krakowskiego Instytutu Nieruchomości: seria wydawnicza wybranych problemów z dziedziny nieruchomości, 2/1994, Kraków.
79. BRZESKI W. J., DOBROWOLSKI G., SĘDEK S. 1996. *Vademecum pośrednika nieruchomości*. Krakowski Instytut Nieruchomości, Kraków.
80. BRZEZICKA J., WISNIEWSKI R., FIGURSKA M. 2018. *Disequilibrium in the real estate market: Evidence from Poland*. Land Use Policy, 78, s. 515–531.
81. BRZOZOWSKI P. 2007. *Wzorcowa hierarchia wartości. Polska, Europejska czy Uniwersalna? Psychologiczne badania empiryczne*. Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin.
82. BUCALEM M. L., BATHE K-J. 2011. *The Mechanics of Solids and Structures – Hierarchical Modeling and the Finite Element Solution*. Springer Science & Business Media. doi:10.1007/978-3-540-26400-2.
83. BUCZEK B., CELLMER R., CYMERMAN R. 1997. *Planowanie m–ejscowe jako regulato– (motor i hamulec) rynku nieruchomości.* Materiały V Konferencji Naukowej - Rynek Nieruchomości - Zagospodarowanie Przestrzenne, Spała.
84. CABAN W. (red.). 1991. *Ekonomia. T. 1. Wprowadzenie, Podstawy mikroekonomii*. Przedsiębiorstwo Usług Poligraficznych POL-DRUK, Łódź, s. 70-73.
85. CAHILL M., MULLIGAN G. 2007. *Using Geographically Weighted Regression to Explore Local Crime Patterns*. Social Science Computer Review, 25, s. 174–193. doi:10.1177/0894439307298925.
86. CALVO E., ESCOLAR M. 2003. *The Local Voter: A Geographically Weighted Approach to Ecological Inference*. American Journal of Political Science, 47(1), s. 189–204.
87. CELLMER R. 1999. *Rozprawa doktorska. Metodyka analizy wybranych elementów rynku nieruchomości na potrzeby gospodarki przestrzennej*.
88. CELLMER R. 2014. *Modelowanie przestrzenne w procesie opracowywania map wartości gruntów*. Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie.

89. CELLMER R., KOBYLIŃSKA K., BEŁEJ M. 2019. *Application of hierarchical spatial autoregressive models to develop land value maps in urbanized areas*. ISPRS International Journal of Geo-Information, 8(4), s. 195.
90. CELLMER R., ŹRÓBEK S. 2017. *The Cokriging Method in the Process of Developing Land Value Maps*. W: Proceedings of the 2017 Baltic Geodetic Congress (BGC Geomatics), Gdańsk, s. 364-368.
91. CHAN H. K., WANG X. 2013. *Fuzzy Hierarchical Model for Risk Assessment. Principles, Concepts, and Practical Applications*. Springer. doi:10.1007/978-1-4471-5043-5.
92. CHARLTON M., FOTHERINGHAM S. 2009. *Geographically weighted regression. White paper*. National Centre for Geocomputation. National University of Ireland Maynooth, Maynooth.
93. CHASCO C., LE GALLO J. 2012. *Hierarchy and spatial autocorrelation effects in hedonic models*. Economics Bulletin, 32, s. 1474–1480.
94. CHOJNICKI Z. 1999. *Podstawy metodologiczne i teoretyczne geografii*. Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s. 167-174.
95. CHOW G. C. 1957. *Demand for Automobiles in the United States: A Study in Consumer Durables*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
96. CHOW G.C., NIU L. 2010. *Demand and Supply for Residential Housing in Urban China*. W: *China's Housing Reform and Outcomes*. MAN J. (red.). Lincoln Institute Press, Cambridge MA.
97. CHRISTOPHER M. 1998. *Sieci i logistyka. Zarządzanie relacjami w ramach łańcucha dostaw*. W: *Zarządzanie łańcuchem dostaw.* LOGISTICS, Materiały konferencyjne, tom I, Katowice, s.163.
98. CHU Y., SING T. F. 2007. *Optimal Timing of Real Estate Investment under an Asymmetric Duopoly*. The Journal of Real Estate Finanance and Economics, Springer, 34, s. 327–345. doi:10.1007/s11146-007-9016-z.
99. CIECIELĄG J., TOMASZEWSKI A. 2003. *Ekonometryczna analiza danych panelowych*. WNE UW Warszawa, s. 5.
100. CIOŁEK D., BRODZICKI T. 2012. *Przestrzenny model panelowy efektów zewnętrznych klastrów przemysłowych w Polsce*. Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych/Szkoła Główna Handlowa, 26 Modelowanie danych panelowych: teoria i praktyka. Cz. 1, s. 87-99.

101. CLIFF A., ORD J.K. 1970. *Spatial Autocorrelation: A Review of Existing and New Measures with Applications*. Economic Geography, 24, s. 269-292. doi:10.2307/143144.
102. CLIFF A.D., ORD J.K. 1973. *Spatial Autocorrelation.* Pion Limited, London.
103. COCHRANE P., HEATLEY D. J. T. (red.). 1996. *Modelling Future Telecommunications Systems*. Springer Science+Business Media, B.V. doi: 10.1007/978-1-4615-2049-8.
104. COHEN J., COHEN P., WEST S. G., AIKEN L. S. 2003. *Applied Multiple Regression/Correlation Analysis for the Behavioral Sciences*. *3rd Edition.* Lawrence Erlbaum Associates, Publishe's, Mahwah, New Jersey.
105. COKINS G. 1996. *Activity-based cost management making it work: a manager's guide to implementing and sustaining an effective ABC.* Irwin Professional Publishing, Chicago, s. 147-158.
106. COLANDER D., HOLT R. P. F., ROSSER J. B. 2004. *The Changing face of Economics.Conversation with Cutting Edge Economist*. University of Michigan Press, s. 368.
107. CORRADO L., FINGLETON B. 2012. *Where is the economics in spatial econometrics?* Journal of Regional Science, 52(2), s. 210–239.
108. COTTELEER G., GARDEBROEK C., LUIJT J. 2008. *Market Power in a GIS-Based Hedonic Price Model of Local Farmland Markets*. Land Economics, 84(4), s. 573–592.
109. COURNOT A. A. 1838. *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*. Paris. tłum. ang.: BACON N. T. 1897. *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, The Macmillan Company, New York.
110. CZAJA J., DĄBROWSKI J. 2008. *Special Algorithms for Assessing Market Value of Real Estates*. Geomatics and Environmental Engineering, 2(2), s. 21-31.
111. CZYŻ T. 1978. *Metody generalizacji układów przestrzennych*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s. 89.
112. CZYŻYCKI R. 2004. *Metody ilościowe w analizie wartości rynkowej nieruchomości gruntowych w Polsce*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.

113. DALL'ERBA S. 2005. *Distribution of Regional Income and Regional Funds in Europe: an Exploratory Spatial Data Analysis*. The Annals of Regional Science, 39(1), s. 121–148. doi:10.1007/s00168-004-0199-4.
114. DAŃSKA B. 1995. *Wybrane metody estymacji modeli opartych na danych panelowych*. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, s. 3.
115. DAŃSKA B. 2000. *Przestrzenno-czasowe modelowanie zmian w działalności produkcyjnej w Polsce. Zastosowanie modeli panelowych.* W: SUCHECKI B. (red.) 2000. Dane panelowe i modele wielowymiarowe w badaniach ekonomicznych, tom I. Absolwent Łódź, str.7.
116. DAŃSKA-BORSIAK B. 2011. *Dynamiczne modele panelowe w badaniach ekonomicznych*. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
117. DAVENPORT T. H. 1993. *Process innovation: Reengineering Work through Information Technology*. Harvard Business School Press, Cambridge, MA.
118. DAVIES W. K. D. 1992. *BERRY B. J. L. 1967: Geography of market centers and retail distribution*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. Progress in Human Geography, 16(2). doi: 10.1177/030913259201600204.
119. DEBREU G. 1959. *Theory of Value: an Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium,* Cowles Foundations for Research in Economics at Yale University, New Haven and London. Monograph 17.
120. DE BRUYNE K., VAN HOVE J. 2013. *Explaining the Spatial Variation in Housing Prices: An Economic Geography Approach*. Applied Economics, 45(13), s. 1673–1689. doi:10.1080/00036846.2011.636021.
121. DEMBOWSKA Z. 1978. *Planowanie przestrzenne w ujęciu systemowym*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
122. DEMETRIOU D. 2016. *The assessment of land valuation in land consolidation schemes: The need for a new land valuation framework*. Land Use Policy, 54, s. 487–498.
123. DESILVA S., ELMELECH Y. 2012. *Housing Inequality in the United States: Explaining the White-Minority Disparities in Homeownership*. Housing Studies, 27(1), s. 1–26.
124. DIGGLE P., HEAGERTY P., LIANG K. Y., ZEGER S. 2002. *Analysis of Longitudinal Data*. Oxford University Press: Oxford, UK.
125. DOMAŃSKI R. 1993. *Gospodarka przestrzenna*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

126. DONG G., HARRIS R. 2015. *Spatial Autoregressive Models for Geographically Hierarchical Data Structures*. Geographical Analysis, 47(2), s. 173–191. doi:10.1111/gean.12049.

127. DONG G., HARRIS R., JONES K., YU J. 2015. *Multilevel Modelling with Spatial Interaction Effects with Application to an Emerging Land Market in Beijing*. PLoS ONE, 10(6), s. 1–18.

128. DOYLE E. 2005. *The economic system*. John Wiley & Sons, Ltd.

129. DRACHAL K. 2014. *Model podażowo-popytowy cen nieruchomości*. Świat nieruchomości, 87, s. 41-44. doi: 10.14659/worej.2014.87.06.

130. ECKERT J. K. (196ocjety196s990. *Property Appraisal and Assessment Administration*. The international Association of Assesing Officers, Chicago.

131. ECKEY H–F., KOSFELD R., TÜRCK M. 2007. *Regional Convergence in Germany: a Geographically Weighted Regression Approach*. Spatial Economic Analysis, 2(1), s. 45–64. doi:10.1080/17421770701251905.

132. EKELAND I., HECKMAN J., NESHEIM L. 2004. *Identification and Estimation of Hedonic Models*. Journal of Political Economy, 112(1), s. 60–109. doi:10.1086/379947.

133. ELHORST J. 2003. *Specification and estimation of spatial panel data models*. International Regional Science Review, 26(3), s. 244–268.

134. ELHORST J. 2010. *Spatial panel data models*, W: *Handbook of applied spatial analysis*, FISCHER M. M., GETIS A. (red.). Springer, Berlin.

135. ELHORST J. P. 2014. *Spatial Panel Models*. w: FISCHER M., NIJKAMP P. (red.) *Handbook of Regional Science*. Springer, Berlin.

136. ENGELHARDT G. V., POTERBA J. M. 1991. *House Prices and Demographic Change: Canadian Evidence*. Regional Science and Urban Economics, 21(4), s. 539–546. doi:10.1016/0166-0462(91)90017-H.

137. ESSAFI Y., SIMON A. 2015. *Housing Market and Demography, Evidence from French Panel Data*. European Real Estate Society, 2015, s. 107–133. doi:10.15396/eres2015_165.

138. EVANS A. W. 2004. *Economics, Real Estate and the Supply of Land*. Blackwell Publishing.

139. FELDERER B., HELMENSTEIN C., LEE G., SCHNIDT-DENGLER P. 1998. *Austrian demography and housing demand: is there a connection?* International Real Estate Conference, ERES/AREUEA, Maastricht.

140. FIK T. J., LING D. C., MULLIGAN G. F. 2003. *Modeling Spatial Variation in Housing Prices: A Variable Interaction A–proach*. Real Estate Economics, 31(4), s. 623–646.
141. FINDEISEN W. (red.). 1985. *Analiza systemowa - podstawy i metodologia*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
142. FINDEISEN W., GUTENBAUM J. 1985. *Modele w analizie systemowej*. W: *Analiza systemowa – podstawy i metodologia*. FINDEISEN W. (red.). Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 292.
143. FLORAX R. J. G. M., NIJKAMP P. 2003. *Misspecification in Linear Spatial Regressions Models*. Tinbergen Institute Discussion Paper, 2003-081/3, Amsterdam, s. 28.
144. FORYŚ I. 2011. *Społeczno-gospodarcze determinanty rozwoju rynku mieszkaniowego w Polsce. Ujęcie ilościowe*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Rozprawy i Studia T. (DCCCLXVII) 793, Szczecin.
145. FOTHERINGHAM A. S., BRUNSDON C., CHARLTON M. 2002. *Geographically Weighted Regression. The Analysis of Spatially Varying Relationships*. John Wiley & Sons, Chichester.
146. FOTHERINGHAM A. S., BRUNSDON C., CHARLTON M. 2003. *Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationships*. John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA.
147. FOTHERINGHAM A. S., CHARLTON M., BRUNSDON C. 2001. *Spatial Variations in School Performance: a Local Analysis Using Geographically Weighted Regression*. Geographical & Environmental Modelling, 5(1), s. 43–66. doi:10.1080/13615930120032617.
148. FOTHERINGHAM A. S., O'KELLY M. E. 1989. *Spatial Interaction Models: Formulations and Applications*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, The Netherlands.
149. FRANC-DĄBROWSKA J. 2009. *Praktyczne zastosowanie wybranych –odeli panelowych do oceny sytuacji finansowej przedsiębiorstw rolniczych*. Zeszyty Naukowe SGGW - Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej, Warszawa, 76, s. 31-40.
150. FUJITA M., KRUGMAN P. R., VENABLES A. 1999. *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*. MIT press.

151. GALLIN J. 2006. *The Long-run Relationship between House Prices and Income: Evidence from Local Housing Markets*. Real Estate Economics, 34(3), s. 417–438.
152. GASPARĖNIENĖ L., REMEIKIENĖ R., SKUKA A. 2016. *Assessment of the Impact of Macroeconomic Factors on Housing Price Level: Lithuanian Case*. Intellectual Economics, 10(2), s. 122–127. doi:10.1007/s11146-007-9097-8.
153. GASPARENIENE L., VENCLAUSKIENE D., REMEIKIENE R. 2014. *Critical Review of Selected Housing Market Models Concerning the Factors That Make Influence on Housing Price Level Formation in the Countries with Transition Economy*. Procedia-Social and Behavioral Sciences, 110, s. 419–427.
154. GASSET J. O. 1980. *Dehumanizacja sztuki i inne eseje*. przeł. NIKLEWICZ P. Spółdzielnia Wydawnicza Czytelnik, Warszawa, s. 153.
155. GAT D., BAR-TOV. 1998. *A tale of Three Cities: Value Drivers of Spatial Housing Markets in Jerusalem, Haifa and Tel Aviv*. 5th European Real Estate Society Conference, Maastricht. doi:10.15396/eres1998_109.
156. GEARY R. 1954. *The Contiguity Ratio and Statistical Mapping*. The Incorporated Statistician, 5(3), Wiley for the Royal Statistical Sociey, s. 115-146.
157. GELEFANT A. E., ECKER M. D., KNIGHT J. R., SIRMANS C. F. 2004. *The Dynamics of Location in House Price*. Journal of Real Estate Finance and Economics, 29(2), s. 149-166.
158. GELMAN A., CARLIN J. B., STERN H. S., RUBIN D. B. 2003. *Bayesian Data Analysis, 2nd ed*. Chapman & Hall/CRC: London, UK.
159. GETIS A., ALDSTADT J. 2004. *Constructing the Spatial Weights Matrix Using a Local Statistics*. Geographical Analysis, 36(2), s. 90-104. doi: 10.1111/j.1538-4632.2004.tb01127.x.
160. GLINKOWSKA B. 2010. *Modelowanie w procesach usprawniania organizacji-uwagi teoretyczno-metodyczne*. Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica, 234, s. 260.
161. GOLDSTEIN H. 1995. *Multilevel statistical models. 2nd Edition*. London: Edward Arnold.
162. GOLDSTEIN H. 2011. *Multilevel Statistical Models*. John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA.
163. GORYL A., KUKUŁA K., WALKOSZ A. 2009. *Modele jednorównaniowe liniowe*. W: KUKUŁA K. (red.). *Wprowadzenie do ekonometrii*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

164. GÓRSKI J., SIERPIŃSKI W. 1979. *Historia powszechnej myśli ekonomicznej 1870-1950*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
165. GRABIŃSKI T., MALINA A., ZELIAŚ A. 1990. *Metody analizy danych empirycznych na podstawie szeregów przekrojowo-czasowych*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków, str.79.
166. GRABOWSKI P. 2015. *Modele mieszane z wykorzystaniem języka programowania SAS*.
167. GRAJEWSKI P. 2007. *Organizacja procesowa. Projektowanie i konfiguracja*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 33, 55.
168. GRAJEWSKI P. 2012. *Procesowe zarządzanie organizacją*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s.59
169. GREENE W. H. 2000. *Econometric Analysis*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, str.557.
170. GREENE W. H., HENSHER D. A. 2007. *Heteroscedastic control for random coefficients and error components in mixed logit*. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 43(5), s. 610–623.
171. GRILICHES Z., INTRILIGATOR M.D. 2007. *Handbook of Econometrics. Volume 2*. Elsevier North Holland, Spain, s. 1248-1318.
172. GRIMES A., AITKEN A. 2010. *Housing Supply, Land Costs and Price Adjustment*. Real Estate Economics, 38(2), s. 325-353.
173. GRUM B., GOVEKAR D. K. 2016. *Influence of Macroeconomic Factors on Prices of Real Estate in Various Cultural Environments: Case of Slovenia, Greece, France, Poland and Norway*. Procedia Economics and Finance, 39, s. 597– 604. doi:org/10.1016/S2212-5671(16)30304-5.
174. GRUSZCZYŃSKI M. 2002. *Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości*. Monografie i Opracowania, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
175. GUZIK B. 2008. *Podstawy ekonometrii*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
176. HAINING R. 1990. *Spatial data analysis in the social and environmental sciences*, Cambridge University Press.
177. HALLECK VEGA S., ELHORST J. P. 2015. *The SLX Models*. Journal of Regional Science, 55(3), s. 339–363.

178. HAMMER M. 1999. *Reinżynieria i jej następstwa. Jak organizacje skoncentrowane na procesach zmieniają naszą pracę i nasze życie*. tłum. UGNIEWSKI S. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 14-23.
179. HAMMER M., CHAMPY J. 1996. *Reengineering w przedsiębiorstwie*. Neuman Management Institute, Warszawa.
180. HANNOEN M. 2008. *Predicting urban land prices: A comparison of four approaches*. International Journal of Strategic Property Management, 12(4), s. 217–236.
181. HANSEN L. P., SINGLETON K. J. 1982. *Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models*. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 50(5), s. 1269-1286.
182. HELBICH M., BRUNAUER W., VAZ E., NIJKAMP P. 2014. *Spatial Heterogeneity in Hedonic House Price Models: The Case of Austria*. Urban Studies, 51(2), s. 390–411.
183. HENZEL H. 2004. *Inwestycje na rynku nieruchomości.* Akademia Ekonomiczna w Katowicach, Katowice, s. 60.
184. HENZEL H., ŚMIETANA K., MASZCZYK A. 2014. *Rynek nieruchomości jako rynek inwestycyjny – parametry oceny, tendencje zmian w latach 2007-2011*. Studia Ekonomiczne. Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, 177, Katowice.
185. HILL R. C., GRIFFITHS W. E., LIM G. C. 2011. *Principles of Econometrics, Fourth Edition*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
186. HO Y. F., WANG H. L., LIU C. C. 2012. *System Dynamics and Genetic Artificial Neural Network Models for the Monitoring and Early Warning of Urban Housing Market*.
187. HOLLY S., PESARAN M. H., YAMAGATA T. 2010. *A spatio-temporal model of house prices in the USA*. Journal of Econometrics, 158(1), s. 160–173. doi:10.1016/J.JECONOM.2010.03.040.
188. HOLMER O. W. 1966. *Analyse et Prevision. T.I.* SEDEIS, Paris.
189. HORDIJK L. 1974. *Spatial Correlation in the Disturbances of a Linear Interregional Model*. Regional and Urban Economics, 4(2), s. 117-140.
190. HORDIJK L., PAELINCK J. H. P. 1976. *Some principles and results in spatial econometrics*. Recherches Économiques de Louvain/Louvain Economic Review, 42(3), s. 175-198.

191. HOTT C., MONNIN P. 2008. *Fundamental Real Estate Prices: An Empirical Estimation with International Data*. The Journal of Real Estate Finance and Economics, 36(4), s. 427–450. doi:10.1007/s11146-007-9097-8.

192. HOX J. 2002. *Multilevel analysis. Techniques and applications*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, New Jersey, London.

193. HOX J. J. 2010. *Multilevel analysis. Techniques and applications*. *2nd Edition.* Routledge, New York.

194. HOX J., MAAS C. J. M. 2005. *Multilevel Analysis*. W: *Encyclopedia of Social Measurement. Vol. 2*. KEMPF-LEONARD K. (red.) Elsevier, Amsterdam.

195. HOZER J. 1999. *Wykorzystanie wyników analiz statystycznych rynku nieruchomości do sIacowania nieruchomości*. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki, 7, s. 173-186.

196. HOZER J. 2001. *Regresja wieloraka a wyc*^{en}*a nieruchomości*. Rzeczoznawca Majątkowy, 2, s. 13-14.

197. HSIAO C. 2003. *Analysis of Panel Data. 2nd Edition*. Cambridge University Press, Cambridge, s. 311-316.

198. HUANG B., WU B., BARRY M. 2010. *Geographically and Temporally Weighted Regression for Modeling Spatio-Temporal Variation in House Prices*. International journal of geographical information science, 24(3), s. 383–401.

199. ILNICKI D., JANC K., KRYZA M., SZYMANOWSKI M. 2011. *Cechy rozmieszczenia sklepów w przestrzeni wielkomiejskiej na przykładzie Wrocławia-zastosowanie regresji ważonej geograficznie*. Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica, 253, s. 253–268.

200. INGARDEN R. 1966. *Przeżycie, dzieło, wartość*. Wydawnictwo Literackie Kraków. s. 93, 95, 147.

201. ISAKSON H. R. 1998. *The Review of Real Estate Appraisals Using Multiple Regression Analysis*. Journal of Real Estate Research, 15(2), s. 177-190. doi:10.1080/10835547.1998.12090922.

202. JADACH-SEPIOŁO A. (red.). 2014. *Analiza polskiego rynku nieruchomości ze szczególnym uwzględnieniem nieruchomości przeznaczonych lub wykorzystywanych na cele mieszkaniowe za lata 2012-2014 z prognozą na rok 2015*. Instytut Rozwoju Miast.

203. JAJUGA T., JAJUGA K., WRZOSEK K., WRZOSEK S. 1993. *Elementy teorii systemów i analizy systemowej*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.

204. JANC K. 2006. *Zjawisko autokorelacji przestrzennej na przykładzie statystyki I Morana oraz lokalnych wskaźników zależności przestrzennej (LISA) – wybrane zagadnienia metodyczne*. W: *Idee i praktyczny uniwersalizm geografii*. KOMORNICKI T., PODGÓRSKI Z. (red.). IGiPZ PAN, Dokumentacja Geograficzna nr 33, Warszawa, s. 76-83.

205. JANC K. 2009. *Zróżnicowanie przestrzenne kapitału ludzkiego i społecznego w Polsce*. Instytut Geografii i Rozwoju Regionalnego Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław.

206. JANIKAS M. V., REY S. J. 2005. *Spatial Clustering, Inequality and Income Convergence*. Région et Développement, 21(2), s. 46–64.

207. JAYARAMAN P., LACOMBE D., GEBREMEDHIN T. 2013. A *Spatial Analysis of the Role of Residential Real Estate Investment in the Economic Development of the Northeast Region of the United States*. Annual Meeting, August 4-6, 2013, Washington, D.C. Agricultural and Applied Economics Association. DOI: 10.22004/ag.econ.150953.

208. JUD G. D., WINKLER D. T. 2002. *The Dynamics of Metropolitan Housing Prices*. Journal of Real Estate Research, 23 (1/2), s. 29–46.

209. KABATH E., RYKIEL Z. 2003. *Metody badań w geografii wyborczej i ich wyniki*. W: ROGACKI H. (red.). *Problemy interpretacji wyników metod badawczych stosowanych w geografii społeczno–ekonomicznej i gospodarce przestrzennej*. Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s. 143–153.

210. KAKLAUSKAS A., DANIUNAS A., BINKYTE A., KLIUKAS R., KAZOKAITIS P., KAKLAUSKAS G., JUOZAPAITIS A., BANAITIS A., BUDRYTE L. 2015. *Crisis Thermometer for housing market recommendations*. Land Use Policy, 48, s. 25–37.

211. KAPLAN R. S., COOPER R. 2001. *Strategiczna karta wyników. Jak przełożyć strategię na działanie*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 99.

212. KIEL K., ZABEL J. 2008. *Location, Location, Location: The 3L Approach to House Price Determination*. Journal of Housing Economics, Elsevier, 17(2), s. 175-190.

213. KIM C. W., PHIPPS T. T., ANSELIN L. 2003. *Measuring the Benefits of Air Quality Improvement: A Spatial Hedonic Approach*. Journal of environmental economics and management, 45(1), s. 24–39.

214. KISIAŁA W. 2013. *Wykorzystanie geograficznie ważonej regresji do analizy czynników kształtujących zapotrzebowanie na świadczenia przedszpitalnego ratown203ocjety203ycznego.* Przegląd Geograficzny, 85(2), s. 219-242.
215. KLIR J., VALACH M. 1967. *Cybernetic modelling*, Iliffe Books –TD, London. doi:10.1080/00140136708930898.
216. KŁOPOCIŃSKI W. 1995. *Wycena nieruchomości miejskich - zasady i przykłady.* Stowarzyszenie Geodetów Polskich, Warszawa.
217. KOPCZEWSKA K. 2006. *Ekonometria i statystyka przestrzenna z wykorzystaniem programu RCRAN*. CeDeWu, Warszawa, s. 9, 161.
218. KOPCZEWSKA K. 2010. *Modele zmian stopy bezrobocia w ujęciu przestrzennym*. Wiadomości Statystyczne, 55(5), s. 26–40.
219. KOPCZEWSKA K. 2011. *Ekonometria i statystyka przestrzenna z wykorzystaniem programu R CRAN*. CeDeWu, Warszawa.
220. KOROL J., SZCZUCIŃSKI P. 2012. *Ekonometryczne modelowanie zróżnicowania związków w sektorze małych i średnich przedsiębiorstw w przestrzeni regionalnej*. Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania, 26, s. 209-224.
221. KOSSOWSKI T. 2010. *Teoretyczne aspekty modelowania przestrzennego w badaniach regionalnych*. Rozwój Regionalny i Polityka Regionalna, 12, s. 9–26.
222. KOTARBIŃSKI T. 1961. *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*. Ossolineum, Wrocław–Warszawa–Kraków.
223. KOTLER P. 1994. *Marketing management: analysis, planning, implementation, and Control*. Prentice-Hall International, Inc., London.
224. KOŹMIŃSKI A. 1979. *Analiza systemowa organizacji*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 12-112.
225. KRAUSE A. L., BITTER C. 2012. *Spatial econometrics, land values and sustainability: Trends in real estate valuation research*. Cities, 29, s. 19–25.
226. KREFT I., DE LEEUW J. 1998. *Introducing multilevel modeling*. Sage Publications, London.
227. KRUGMAN P. 1999. *The role of geography in development*. International regional science review, 22(2), s. 142-161.
228. KRUPA K. 2008. *Modelowanie, symulacja i prognozowanie*. WNT, Warszawa, s. 12.
229. KUCHARSKA-STASIAK E. 1997. *Nieruchomość a rynek*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

230. KUCHARSKA-STASIAK E. (red.). 2000. *Wycena nieruchomości*. Polska Federacja Stowarzyszeń Rzeczoznawców Majątkowych – Appraisal Institute, Warszawa.
231. KUCHARSKA-STASIAK E. 2006. *Nieruchomości w gospodarce rynkowej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 38-55.
232. KUCHARSKA-STASIAK E. (red.). 2006. *Wycena nieruchomości*. Polska Federacja Stowarzyszeń Rzeczoznawców Majątkowych – Appraisal Institute, Warszawa, s.263.
233. KUCHARSKA-STASIAK E. 2016. *Ekonomiczny wymiar nieruchomości*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
234. KUFEL T. 2007. *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 164-169.
235. KULCZYCKI M., LIGAS M. 2007. *Regresja ważona geograficznie jako narzędzie analizy rynku nieruchomości*. Geomatics and Environmental Engineering, 1(2), s. 59–68.
236. KULESZA S., BEŁEJ M. 2015. *Local Real Estate Markets in Poland as a Network of Damped Harmonic Oscillators*. Acta Physica Polonica A, 127(3A), s. 99–102.
237. KULIKOWSKI R. 1977. *Analiza systemowa i jej zastosowanie*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
238. LAMBERT D. W. 1988. *Three Approaches to Value – Market, Market and Market…* The Canadian Appraiser, 32(2).
239. LANGER H. 1978,, *Ekologia krajobraz" a planowanie przestrzenne*. Przegląd Zagranicznej Literatury Geograficznej "Ekologia krajobrazu".
240. LAVELLE L. 1951. *Traité des Valeurs*. T.1, Paris.
241. LEE C. L. 2009. *Housing Price Volatility and Its Determinants*. International Journal of Housing Markets and Analysis, 2(3), 293–308. doi:10.1108/17538270910977572.
242. LEE G., SCHNIDT-DENGLER P. 1998. *Austrian Demography and Housing Demand: Is There a Connection?* 5th European Real Estate Society Conference. doi:10.15396/eres1998_124.
243. LEE L., YU J. 2009. *Some recent developments in spatial panel data models*. Regional Science and Urban Economics, Elsevier, 40(5), s. 255–271. doi:10.1016/J.REGSCIURBECO.2009.09.002.

244. LE GALLO J., ERTUR C. 2003. *Exploratory spatial data analysis of the distribution of regional per capita GDP in Europe, 1980-1995*. Papers in Regional Science, 82, 2, s. 175-201.

245. LESAGE J. 1999. *Spatial Econometrics* W: LOVERIDGE S. (red.) *The Web Book of Regional Science, Regional Research Institute*. West Virginia University, Morgantown, s. 279.

246. LESAGE J. 2010. *Introduction to Spatial Econometrics*. De Boeck Supérieur: Paris, France, s. 19–44.

247. LEUNG Y., MEI C. L., ZHANG W. X. 2000. *Statistical Tests for Spatial Nonstationarity Based on the Geographically Weighted Regression Model*. Environment and Planning A: Economy and Space, 32(1), s. 9–32. doi:10.1068/a3162.,

248. LIN W.-S., TOU J.-C., LIN S.-Y., YEH M.-Y. 2014. *Effects of Socioeconomic Factors on Regional Housing Prices in the USA*. International Journal of Housing Markets and Analysis, 7(1), s. 30–41. doi:10.1108/IJHMA-11-2012-0056.

249. LIND H. 2009. *Price bubbles in housing markets: Concept. theory and indicators*, *International Journal of Housing Markets* and Analysis, 2(1), s. 78–90.

250. LIS C. 2005. *Ekonometryczne modele cen transakcyjnych lokali mieszkalnych*. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, 415, Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki, 16, Szczecin, s. 161-174.

251. LIS P. 2008. *Polityka państwa w zakresie finansowania inwestycji mieszkaniowych*. Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa, s. 16.

252. LISOWSKI A. 2014. *Typy przestrzeni a geografia*. Prace Komisji Krajobrazu Kulturowego, Nr 24/2014, s. 7-18.

253. LONGFORD N. T. 1993. *Random Coefficient Models*. W: ARMINGER G., CLOGG C. C., SOBEL M. E. (red.). *Handbook of Statistical Modeling for the Social and Behavioral Sciences.* Springer: Boston, MA, USA, s. 519–570.

254. LONGLEY P., GOODCHILD M. F., MAGUIRE D. J., RHIND DW. 2008. *GIS. Teoria i praktyka*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

255. LU B., CHARLTON M., FOTHERINGHAM A. S. 2011. *Geographically Weighted Regression Using a Non-Euclidean Distance Metric with a Study on London House Price Data*. 1st Conference on Spatial Statistics 2011, Procedia Environmental Sciences 7, s. 92–97. doi:10.1016/j.proenv.2011.07.017.

256. LU C., SO R. W. 2005. *Return relationships between listed banks and real estate firms: evidence from seven Asian economies*. Journal of Real Estate Finance and Economics, 31(2), s. 189–206.

257. LUDIEMA G., MAKOKHA G., NGIGI M. M. 2018. *Development of a Web-Based Geographic Information System forMass Land Valuation: A Case Study of Westlands Constituency, Nairobi County*. Journal of Geographic Information System, 10(03), s. 283–300.

258. LUDWICZAK B. 1991. *Korelacja przestrzenna*. W: ZELIAŚ A. (red.). *Ekonometria przestrzenna*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 97-121.

259. LUO J., WEI Y. D. 2004. *A Geostatistical Modeling of Urban Land Values in Milwaukee, Wisconsin*. Geographic Information Sciences, 10(1), s. 49–57.

260. ŁAGUNA M. 2018. *Wprowadzenie do wielopoziomowej analizy danych*. Polskie Forum Psychologiczne, 23(2), s. 377-394. doi: 10.14656/PFP20180209.

261. ŁASZEK. J. 2004. *Sektor nieruchomości mieszkaniowych w Polsce. Stan i perspektywy rozwoju*. Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Warszawa. Monografie i opracowania, 525, s. 24-25.

262. ŁASZEK J., AUGUSTYNIAK H., WIDŁAK M. 2009. *Euro a ryzyko bąbli na rynku nieruchomości mieszkaniowych*. Materiały i Studia, Zeszyt nr 238, Narodowy Bank Polski, Departament Komunikacji Społecznej, Warszawa.

263. ŁASZKIEWICZ E., DONG G., HARRIS R. J. 2014. *The Effect Of Omitted Spatial Effects And Social Dependence In he Modelling Of Household Expenditure For Fruits And Vegetables*. Comparative Economic Research. Central and Eastern Europe, 17(4), s. 155–172.

264. ŁOBOCKI M. 1993. *Pedagogika wobec wartości*. W: ŚLIWERSKI B. *Kontestacje pedagogiczne*. Wydawnictwo Impuls, Kraków.

265. MAAS C. J. M., HOX J. 2004. *The influence of violations of Assumption on multilevel parameter estimates and their standard errors*. Computational Statistics & Data Analysis, 46(3), s. 427-440.

266. MAGNUSSON L., TURNER B. 2003. *Countryside Abandoned? Suburbanization and Mobility in Sweden*. European Journal of Housing Policy, 3(1), s. 35–60.

267. MALCZEWSKI J., POETZ A. 2005. *Residential Burglaries and Neighborhood Socioeconomic Context in London, Ontario: Global and Local Regression Analysis*. The Professional Geographer, 57(4), s. 516–529. doi:10.1111/j.1467-9272.2005.00496.x.

268. MANGANELLI R., KLEIN M. 1998. *Reengineering. Metoda usprawniania organizacji*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 27.
269. MARK J., GOLDBERG M. A. 1988. *Multiple Regression Analysis and Mass Assessment. A Review of the Issues*. The Appraisal Journal, 56(1), s. 89-109.
270. MARSHALL A. 1890. *Principles of Economics*. Macmillan, London.
271. MARTYNIAK Z. 1973. *Modele metod stosowanych w badaniach organizatorskich*. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Ekonomicznej, Seria specjalna: Monografie, nr 26, Kraków, s. 22-23.
272. MASSENET M. 1966. *Etudes Methodologiques sur les Futuribles*, Bulletin Sedeis, Futuriblas, nr 52.
273. MAZUR M. 1976. *Pojęcie systemu i rygory jego stosowania*. W: *Materiały Szkoły Podstaw Inżynierii Systemów nr 2,* Komitet Budowy Maszyn PAN, Orzysz. Przedruk w Postępach Cybernetyki, z. 2, 1987, s. 21-29.
274. MCCORD M., DAVIS P. T., HARAN M., MCGREAL S., MCILHATTON D. 2012. *Spatial Variation as a Determinant of House Price*. *Incorporating a geographically weighted regression approach within the Belfast housing market*. Journal of Financial Management of Property and Construction, 17, s. 49–72.
275. MEEN G. 2001. *The Time-Series Behavior of House Prices: A Transatlantic Divide?* Journal of Housing Economics, 11(1), s. 1-23.
276. MEI C. L., WANG N., ZHANG W. X. 2006. *Testing the importance of the explanatory variables in a mixed geographically weighted regression model*. Environment and Planning, 38(3), s. 587-598.
277. MICHLOWICZ E. 2009. *Logistyka a teoria systemów*. Automatyka, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, *13*(2), s. 453-462.
278. MILLO G., PIRAS G. 2012. *splm: Spatial Panel Data Models in R*. Journal of Statistical Software, 47(1), s. 1–38. doi:10.18637/jss.v047.i01.
279. MIROTA F., NEHREBECKA N. 2017. *Wykorzystanie dynamicznych modeli panelowych w badaniach z zakresu finansów przedsiębiorstw na przykładzie modelowania transakcyjnej rezerwy płynności*. Ekonometria 4(58). doi: 10.15611/ekt.2017.4.03.
280. MONDAL B., DAS D. N., DOLUI G. 2015. *Modeling Spatial Variation of Explanatory Factors of Urban Expansion of Kolkata: A Geographically Weighted Regression Approach*. Modeling Earth Systems and Environment, 1(4), s. 29.

281. MONTERO J. M., LARRAZ B. 2010. *Estimating Housing Prices: A Proposal with Spatially Correlated Data*. International Advances in Economic Research, 16(1), s. 39–51.
282. MORAN P. 1948. *The interpretation of statistical maps*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), 10(2), s. 243-251.
283. MUSZYŃSKA J. 2006. *Modelowanie danych panelowych*.
284. MUTH R. F. 1969. *Cities and Housing: Te Spatial Pattern of Urban Residential Land-use*. Chicago and London, The University of Chicago Press.
285. MUTHÉN B. 1997. Latent Variable Modeling of Longitudinal and Multilevel Data. Sociological Methodology, 27(1), s. 453-480. doi:10.1111/1467-9531.271034.
286. MÜLLER R., RUPPER P. 2000. *Process Reengineering*. Wydawnictwo Astrum, Wrocław, s. 21.
287. MYNARSKI S. 1982. *Modelowanie rynku w ujęciu systemowym*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 21-22.
288. MYNARSKI S. (red.) 1992. *Badania przestrzenne rynku i konsumpcji*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
289. MYNARSKI S. (red.) 1993. *Analiza rynku. Systemy i mechanizmy*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków, s. 21-25.
290. NALEPKA A., TOMAL M. 2016. *Identyfikacja czynników kształtujących ceny ofertowe deweloperskich lokali mieszkalnych na obszarze jednostki ewidencyjnej Nowa Huta*. Świat Nieruchomości, 96, s. 11-18. doi:10.14659/worej.2016.96.02.
291. NASIŁOWSKI M. 2011. *System rynkowy. Podstawy mikro-i makroekonomii*. Wydawnictwo Key Text, Warszawa, s. 14.
292. NEAL F., SHONE R. 1982. *Proces budowy modeli ekonomicznych*. przeł. NAPIÓRKOWSKI G. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 12, 35, 122.
293. NERLOVE M. 1971. *Further Evidence on the Estimation of Dynamic Economic Relations from a Time Series of Cross Sections*. Econometrica, Econometric Society, 39(2), s. 359–382.
294. NEZLEK J. B. 2012. *Multilevel modeling for psychologists*. W: *APA handbook of research methods in psychology. T. 3: Data analysis and research publication*. COOPER H., CAMIC P. M., LONG D. L., PANTER A. T., RINDSKOPF D., SHER K. J. (red.). DC: American Psychological Association, Washington, s. 219-241.
295. NOELWAH R. N. 2005. *The Effect of Environmental Zoning and Amenities on Property Values: Portland, Oregon*. Land Economics, 81(2), s. 227–246.

296. NOWOSIELSKA E. 1977. *Analiza regresji w badaniach geograficznych*. W: *Metody ilościowe i modele w geografii*. CHOJNICKI Z. (red.). Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 16–45.

297. OKRĘGLICKA M. 2011. *Wpływ czynników popytowych na rozwój rynku nieruchomości mieszkaniowych w Polsce po kryzysie*. Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu, 25/2011, s. 361-374.

298. OLEJNIK A. 2013. *Wybrane metody testowania modeli regresji przestrzennej*. Przegląd Statystyczny, 60(3), s. 381-393.

299. ORENSTEIN D. E., HAMBURG S. P. 2010. *Population and Pavement: Population Growth and Land Development in Israel*. Population and Environment, 31(4), s. 22209ocjety209soi:10.1007/s11111-010-0102-4.

300. OSLAND L. 2010. *An application of spatial econometrics in relation to hedonic house price modeling*. Journal of Real Estate Research, 32(3), s. 289–320.

301. ORD J. K., GETIS A. 1995. *Local Spatial Autocorrelation Statistics: Distributional Issues and an Application*. Geographical Analysis, 27(4), s. 286-306.

302. OSBORNE J. W. 2000. Advantages of Hierarchical Linear Modeling. Practical Assessment, Research, and Evaluation, 7(1), s. 1-3.

303. OSSOWSKI M. 2012. *Identyfikacja i klasyfikacja procesów w przedsiębiorstwie*. Zarządzanie i finanse, 4(3), s. 297-312.

304. PACE R., LESAGE J. P. 2008. *A spatial Hausman test*. Economics Letters, 101, s. 282–284.

305. PAELINCK J. H. P., KLASSEM L. H. 1979. *Spatial Econometrices*. Saxon House, Farnborough. wyd. polskie: *Ekonometria przestrzenna*. 1983. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

306. PARYSEK J. J., WOJTASIEWICZ L. 1979. *Metody analizy regionalnej i metody planowania regionalnego*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Studia KPZK PAN, 69, Warszawa

307. PASIECZNY L. (red). 1981. *Encyklopedia organizacji i zarządzania*. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, s. 275-278.

308. PÁEZ A. 2009. *Recent research in spatial real estate hedonic analysis*. Journal of Geographical systems, 11(4), s. 311–316.

309. PÁEZ A., SCOTT D. M. 2004. *Spatial statistics for urban analysis: A review of techniques with examples*. GeoJournal, 61, s. 53–67.

310. PELIKAN P. 1967. *Kibermetika jako obecny Zakład Teorie rdzeni Spolecnosti. W: Kolektiv Veda a rdzeni S'olecnosti*. KRAL M. (red.). Svoboda, Praha, s. 89-90.
311. PETROV A. N., DOBROSKOK V. A. 2005. *Ispol'zovaniye metodov LISA-analiza dlya izucheniya obshchestvenno-geograficheskikh protsessov (na primepe Kanadskogo Severa).* Izvestiya Russkogo geograficheskogo obshchestva, 137(6), s. 65-70.
312. PIETRZAK M. B. 2011. *Ocena siły oddziaływania procesów objaśniających dla modeli przestrzennych*. Zarządzanie i Finanse, 4, Gdańsk.
313. PINHEIRO J. C., BATES D. M. 2000. *Mixed-Effects Models in S and S-PLUS*. Springer, New York.
314. POMYKAŁO W. (red.). 1995. *Enc210ocjetya biznesu*. Fundacja Innowacja, s. 184-185.
315. PONSARD C. (red.). 1988. *Analyse économique spatiale.* Presses universitaires de France, Paris. tłum. GRUCHMAN B. (red.). 1992. *Ekonomiczna analiza przestrzenna*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań, s. 9-14.
316. PSZCZOŁOWSKI T. 1978. *Mała encyklopedia prakseologii i teorii organizacji*. Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław-Warszawa-Kraków-Gdańsk, s. 119-120.
317. PUŁASKA-TURYNA B. 2011. *Statystyka dla ekonomistów*. Difin, Warszawa.
318. PURHADI P., YASIN H. 2008. *Mixed Geographically Weighted Regression Model (Case Study: The Percentage of Poor Households in Mojokerto*. European Journal of Scientific Research, 69(2), s. 188–196.
319. QINGYU Z. 2010. *Regional unemployment and house price determination*. MPRA Papers, nr 41785. online: http://mpra.ub.uni-muenchen.de/41785/.
320. RADKIEWICZ P., ZIELIŃSKI M. 2010. *Hierarchiczne modele liniowe. Co nam dają i kiedy warto je stosować*. Psychologia Społeczna, 5/2-3 (14), s. 217-233.
321. RATAJCZAK W. 1980. *Analiza i modele wpływu czynników społeczno-gospodarczych na kształtowanie się sieci transportowej*. PWN, Poznań, s. 140.
322. RAUDENBUSH S. W., BRYK A. S. 2002. *Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods*. Sage Publications, Thousand Oaks, CA.
323. REICHERT A. K. 1990. *The Impact of Interest Rates, Income, and Employment upon Regional Housing Prices*. Journal of Real Estate Finance & Economics, 3(4), s. 373–391.
324. RENCHER A. C. 2000. *Linear Models in Statistics*. John Wiley & Sons, New York.

325. RENIGIER-BIŁOZOR M., WALACIK M., BIŁOZOR A. 2015. *The impact of solutions affecting the quality of life on residential property prices*. GeoConference on Informatics. Geoiformatics and remote sensing, Bulgaria, 2, s. 1011-1018.
326. RENIGIER-BIŁOZOR M., WIŚNIEWSKI R. 2013. *The impact of macroeconomic factors on residential property prices indices in Europe*, Folia Oeconomica Stetinensia, 12(2), s. 103–125.
327. RIDKER R. G., HENNING J. A. 1967. *The Determinants of Residential Property Values with Special Reference to Air Pollution*. The review of Economics and Statistics, s. 246–257.
328. ROGERSON P. A. 2001. *Statistical Methods for Geography*. SAGE Publications, London–Thousand Oaks–New Delhi.
329. ROGERSON P. A. 2006. *Statistical Methods for Geography*. SAGE Publications, London, s. 304.
330. ROMANOWSKA M. (red.). 2004. *Leksykon zarządzania*. Difin, s. 343-345.
331. ROSE-ACKERMAN S. 1975. *Racism and Urban Structure*. Journal of Urban Economics, 2(1), s. 85-103.
332. ROSE ACKERMAN S. 1977. *The Political Economy of a Racist Housing Market*. Journal of Urban Economics, 4(2), s. 150-169.
333. RÓŻAŃSKA-PUTEK J. 2014. *Zmiany demograficzne w Szczecinie jako czynnik kształtowania się popytu na nieruchomości mieszkaniowe*. Świat nieruchomości, 89, s. 41-47.
334. RUST J. 1994. *Structural estimation of Markov decision processes*. Handbook of econometrics, 4, s. 3081-3143.
335. SADOWSKI A., ZAJDEL M. 2009. *Podejście systemowe w naukach o zarządzaniu*. Studia Prawno-Ekonomiczne, 80, s. 271-278.
336. SADOWSKI W. 1964. *Teoria podejmowania decyzji: wstęp do badań operacyjnych*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 59.
337. SAPHORES J.-D., AGUILAR-BENITEZ I. 2005. *Smelly Local Polluters and Residential Property Values: A Hedonic Analysis of Four Orange County (California) Cities*. Estudios económicos, s. 197–218.
338. SAWIŁOW E. 2010. *Problematyka określania wartości nieruchomości metodą analizy statystycznej rynku*. Studia i Materiały Towart.ystwa Naukowego Nieruchomości, 18(1), s. 21-32.

339. SENGE P. M. 1991. *The Fifth Discipline – The Art And Practice of the Learning Organization*. Doubleday Currency, New York, s. 122.
340. SHLAES J. 1988. *Other Approaches to Value*. The Canadian Appraiser, 32(2).
341. SHOLIHIN M., SOLEH A. M., DJURAIDAH A. 2017. *Geographically And Temporally Weighted Regression (GTWR) for Modeling Economic Growth Using R*. Repositories-Dept. of Statistics, IPB University, 6, s. 800–805.
342. SIENKIEWICZ P. 1988. *Inżynieria systemów kierowania*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
343. SIRMANS G. S., MACPHERSON D. A., ZIETZ E. N. 2005. *The Composition of Hedonic Pricing Models*. Journal of Real Estate Literature, 13(1), s. 3-46.
344. SIWEK P. 1938. *Problem wartości*. Przegląd Powszechny, 41, Warszawa, s. 3-4.
345. SMIRNOV O., ANSELIN L. 2001. *Fast Maximum Likelihood Estimation of Very Large Spatial Autoregressive Models: a Characteristic Polynomial Approach*. Computational Statistics & Data Analysis, 35(3), s. 301-319.
346. SMITH A. 1776. *An Inquiry into the Nature and Caufes of the Wealth of Nations*. W. Strahan and T. Cadell, London.
347. SMITH H. C. 1977. *Value Concepts as a Source of Disparity Among Appraisals*. The Appraisal Journal, 45(2), s. 203-209.
348. SNIJDERS T. A. B., BOSKER R. J. 1999. *Multilevel Analysis. An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modeling*. Sage Publications, London.
349. SOBCZYK M. 2010. *Statystyka opisowa*. Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
350. SOBOCHA-STANUCH J. M. 2014. *Koncepcja podejścia procesowego w zarządzaniu akademickimi bibliotekami naukowymi. Wstępna identyfikacja procesów na przykładzie biblioteki głównej AGH w Krakowie*. Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej, Zarządzanie, 14, s. 20-34.
351. SPEHR J. 2015. *On Hierarchical Models for Visual Recognition and Learning of Objects, Scenes, and Activities*. Springer, 11, doi:10.1007/978-3-319-11325-8.
352. STABRYŁA A. (red.). 2011. *Przegląd problemów doskonalenia systemów zarządzania przedsiębiorstwem.* Wydawnictwo Mfiles.pl, Encyklopedia Zarządzania, Kraków.
353. SUCHECKI B. 2006. *Kompletne modele popytu*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 1, 19.
354. SUCHECKI B. (red.). 2010. *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych.* Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.

355. SUCHECKI B. 2010. *Modele regresji przestrzennej*. W: *Ekonometria przestrzenna*. SUCHECKI B. (red.). Warszawa.

356. SURÓWKA M. 2013. *Instrumenty realizacji polityki mieszkaniowej na przykładzie miasta Krakowa* W: *Rynek nieruchomości. Finansowanie rozwoju miast*. BRYX M. (red.). CeDeWu Sp. z o.o., s. 156.

357. SWAMY P. A. V. B., ARORA S. S. 1972. *The Exact Finite Sample Properties of the Estimators of Coefficients in the Error Components Regression Models*. Econometrica, 40, s. 261–275. doi:10.2307/1909405.

358. SZTOFF W. 1971. *Modelowanie i filozofia*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 37.

359. TAYLOR E. 1957. *Historia rozwoju ekonomiki. T. I*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Poznań.

360. TAYLOR E. 1958. *Historia rozwoju ekonomiki. T. II*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s. 37, 45.

361. THRALL G. I. 2002. *Business Geography and New Real Estate Market Analysis*, Oxford University Press.

362. TOBLER W. R. 1970. *A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region*. Economic Geography, 46(2), s. 234–240.

363. TOMASZEWSKI T. 1979. *Człowiek i otoczenie*. W: TOMASZEWSKI T. *Psychologia*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 15.

364. TROJANEK M. 2009. *Uwarunkowania rozwoju rynku nieruchomości w Polsce*. W: KACPRZAK E., MAĆKIEWICZ B., MOTEK P. (red.). *Uwarunkowania i rozwój rynku nieruchomości niezabudowanych na obszarach atrakcyjnych turystycznie w powiecie puławskim*. Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań, s. 9-16.

365. TROJANEK R. 2015. *Cenność dzielnic Warszawy*. Biuletyn Stowarzyszenia Rzeczoznawców Majątkowych Województwa Wielkopolskiego, 44, s. 94-99.

366. TROJANEK R., GLUSZAK M., KUFEL P., TANAS J., TROJANEK M. 2022. *Pre and post-financial crisis convergence of metropolitan housing markets in Poland*. Journal of Housing and the Built Environment, s. 1-26.

367. TRZCIENIECKI J. 1970. *Wpływ ogólnej teorii systemów na rozwój teorii organizacji*. Problemy Organizacji, 18, s. 6.

368. TRZCIENIECKI J. 1979. *Projektowanie systemów zarządzania*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 93-94.

369. TU Y., SUN H., YU S. 2007. *Spatial autocorrelations and urban housing market segmentation*. The Journal of Real Estate Finance and Economics, 34(3), s. 385–406.

370. UHRUSKA M. 2008. *Uwarunkowania wzrostu wartości rynkowej nieruchomości mieszkalnych*. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków, 792, s. 35-46.

371. VENTOLO W. L., WILLIAMS M. R. 1994. *Fundamentals of Real Estate Appraisal*. Real Estate Education Company, Chicago, s. 51-52.

372. WALRAS L. 1874. *Eléments d'économie politique pure*. L. Corbas et Cie, Losanne. tłum. ang.: JAFFÉ W. 1954. *Elements of Pure Economics*. Allen and Unwin, London.

373. WANG K., WOLVERTON M. L. (red.). 2002. *Real Estate Valuation Theory*. Springer, Berlin.

374. WANG L., GUAN J., ZHANG J. 2010. Environmental Pollution and Economic Growth in China: A Dynamic Spatial Panel Data Model, Scientia geographica sinica, 30(6), s. 818-825. doi:10.13249/j.cnki.sgs.2010.06.818.

375. WANG Z., ZHANG Q. 2014. *Fundamental factors in the housing market of China*, Journal of Housing Economics, 25, s. 53-61.

376. WASILEWSKA E., PIETRYCH Ł. 2018. *Starzenie się społeczeństwa a wzrost gospodarczy w krajach Unii Europejskiej*. Zeszyty Naukowe SGGW w Warszawie, Problemy Rolnictwa Światowego, 18(4), s. 481-492. doi:10.22630/PRS.2018.18.4.136.

377. WELFE W. (red.). 1977. *Ekonometryczne modele rynku, tom I: Metody ekonometryczne*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 82.

378. WESZCZAK A. D. 2016. *Zastosowanie modeli panelowych do badania bezpieczeństwa ruchu drogowego w Polsce w latach 2001-2012*. Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica, 5(325), s. 5-21. doi:10.18778/0208-6018.325.01.

379. WĘZIAK D. 2007. Wielopoziomowe modelowanie regresyjne w analizie danych, Wiadomości Statystyczne, 9, s. 1-12.

380. WHEELER D. C., WALLER L. A. 2009. *Comparing spatially varying coefficient models: a case study examining violent crime rates and their relationships to alcohol outlets and illegal drug arrests*. Journal of Geographical Systems, 11, s. 1–22.

381. WILHELMSSON M. 2002. *Spatial Model in Real Estate Economics*. Housing, theory and society, 19(2), s. 92–101.

382. WIENER N. 1961. *Cybernetics or Control and Communications in the Animal and the Machine*. MIT Press and John Wiley & Sons, Ltd., New York, London, s. 164. tłum. MOŚCICKI J. 1971. *Cybernetyka, czyli sterowanie i komunikacja w zwierzęciu i maszynie*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 210.
383. WHITTLE P. 1954. *On Stationary Process in the Plane*. Biometrika, 41, s. 434–449.
384. WHITTLE P. 1963. *Stochastic Processes in Several Dimensions*. Bulletin of the International Statistical Institute, 40, s. 974–994.
385. WOJNICKA-SYCZ E. 2016. *Innowacyjność jako czynnik wzrostu i rozwoju gospodarczego w Polsce–próba weryfikacji empirycznej*. Ekonomista, (1), s. 85-111.
386. WOJTYNA A. 2008. *Współczesna ekonomia-kontynuacja czy poszukiwanie paradygmatu?*, Ekonomista, 1, s. 9-32.
387. WOLTMAN H., FELDSTAIN A., MACKAY J. C., ROCCHI M. 2012. *An introduction to hierarchical linear modeling*. Tutorials in Quantitative Methods for Psychology, 8(1), s. 52-69.
388. WOŁOSZYN E. 1997. *Koncepcja systemu otwartego Ludwiga von Bertalanffy'ego*. Filozofia Nauki, *5*(1), s. 135-139.
389. WRZOSEK W. 1994. *Funkcjonowanie rynku.* Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
390. WRZOSEK W. 2002. *Funkcjonowanie rynku*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, s. 13-16.
391. WU C., REN F., HU W., DU Q. 2019. *Multiscale Geographically and Temporally Weighted Regression: Exploring the Spatiotemporal Determinants of Housing Prices*. International Journal of Geographical Information Science, 33(3), s. 489–511.
392. YANG J., BAO Y., ZHANG Y., LI X., GE Q. 2018. *Impact of Accessibility on Housing Prices in Dalian City of China Based on a Geographically Weighted Regression Model*. Chinese geographical science, 28(3), s. 505–515.
393. YU D. 2007. *Modeling Owner-Occupied Single-Family House Values in the City of Milwaukee: A Geographically Weighted Regression Approach*. GIScience & Remote Sensing, 44(3), s. 267–282.
394. YULE G.U., KENDALL M.G. 1958. *An Introduction to the Theory of Statistics*. tłum. pol. *Wstęp do teorii statystyki*. 1966. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 683.

395. ZELIAŚ A. 2000. *Metody statystyczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
396. ZHUKOV Y. M. 2010. *Applied Spatial Statistics*. W: *Spatial Regression*. Harvard University, prezentacja.
397. ZIELENIEWSKI J. 1979. *Organizacja i zarządzanie*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 44-45, 89, 484-485.
398. ZIELENIEWSKI J. 1981. *Organizacja i zarządzanie*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, s. 45.
399. ZUZIAK W. 2012. *Aksjologia Louis'a Lavelle'a wobec ponowoczesnego kryzysu wartości*. Wydawnictwo WAM, Kraków, s. 103.
400. ŹRÓBEK S., RENIGIER-BIŁOZOR M., WALACIK M. 2022. *Definicja prawna wartości rynkowej w teorii i praktyce wyceny nieruchomości w Polsce*. Studia Iuridica, 91, s. 412-430 doi: 10.31338/2544-3135.si.2022-91.23
401. ŹRÓBEK R., ŹRÓBEK S., ŹRÓBEK-RÓŻAŃSKA A., ŹRÓBEK-SOKOLNIK A., DYNOWSKI P. 2020. *Podstawy i procedury gospodarowania publicznymi zasobami nieruchomości: teoria i praktyka*. Wydawnictwo UWM, Olsztyn.
402. ŻELAZOWSKI K. 2011. *Regionalne zróżnicowanie cen i ich determinant na rynku mieszkaniowym w Polsce*. Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, 19(3), s. 98-106.

AKTY PRAWNE

1. Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) nr 575/2013 z dnia 26 czerwca 2013 r. *w sprawie wymogów ostrożnościowych dla instytucji kredytowych i firm inwestycyjnych*.
2. Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2014/17/UE z dnia 4 lutego 2014 r. *w sprawie konsumenckich umów o kredyt związanych z nieruchomościami mieszkalnymi*.
3. Ustawa z dnia 23 kwietnia 1964 r. *Kodeks cywilny*, Dz.U. 2022 poz. 1360 ze zm.
4. Ustawa z dnia 24 czerwca 1994 r. *o własności lokali*, Dz.U. 2021 poz. 1048 ze zm.
5. Ustawa z dnia 21 sierpnia 1997 r. *o gospodarce nieruchomościami*, Dz.U. 2023 poz. 344.
6. Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 30 grudnia 1999 r. *w sprawie Polskiej Klasyfikacji Obiektów Budowlanych (PKOB)*, Dz.U. 1999 nr 112 poz. 1316 ze zm

7. Rozporządzenie Ministra Rozwoju, Pracy i Technologii z dnia 27 lipca 2021 r. *w sprawie ewidencji gruntów i budynków*, Dz.U. 2021 poz. 1390 ze zm.

NORMY ZAWODOWE

1. IVSC - INTERNATIONAL VALUATION STANDARDS COUNCIL (RADA MIĘDZYNARODOWYCH STANDARDÓW WYCENY). 2019. *Międzynarodowe Standardy Wyceny*.
2. TEGOVA - THE EUROPEAN GROUP OF VALUERS' ASSOCIATIONS (EUROPEJSKA GRUPA RZECZOZNAWCÓW MAJĄTKOWYCH). 2020. *Europejskie Standardy Wyceny*. tłum. PFSRM - POLSKA FEDERACJA STOWARZYSZEŃ RZECZOZNAWCÓW MAJĄTKOWYCH. 2020.

STRONY INTERNETOWE

1. www.sjp.pwn.pl/slowniki/wartość/htmll, 21.05.2018r.
2. www.encyklopedia.pwn.pl/haslo/wartosc;3994143.html, 21.05.2018r.
3. www.encyklopedia.pwn.pl/haslo/ogolna-teoria-systemow;3950288.html, 21.05.2018r.
4. www.mfiles.pl/pl/index.php/System, 21.05.2018r.
5. www.sjp.pwn.pl, 12.06.2022r.
6. www.sjp.pwn.pl/szukaj/proces.html, 20.10.2019
7. www.sjp.pwn.pl/szukaj/przestrzeń.html, 20.10.2019
8. www.slideplayer.pl/slide/10176534, 20.10.2019r.
9. www.gov.pl/web/rozwoj-technologia/raport-o-stanie-mieszkalnictwa 06.03.2023 r.

12. SPIS TABEL

Tabela 1.1 Zestawienie modeli wykorzystanych w przeprowadzonych badaniach 12
Tabela 3.1 Istota modeli i ich funkcje 31
Tabela 3.2 Przegląd klasyfikacji modeli 31
Tabela 7.1 Metody analizy danych w strukturze grupowej 84
Tabela 8.1 Zestawienie wskaźników przyjętych do analizy 111
Tabela 8.2 Charakterystyka liczbowa zmiennych przyjętych do analizy z roku 2020 112
Tabela 9.1 Wyniki przeprowadzonej analizy regresji zmiennej Y_1 122
Tabela 9.2 Wyniki przeprowadzonej analizy regresji zmiennej Y_2 122
Tabela 9.3 Wyniki przeprowadzonej analizy regresji zmiennej Y_{1P} 124
Tabela 9.4 Wyniki przeprowadzonej analizy regresji zmiennej Y_{2P} 124
Tabela 9.5 Wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_1 w modelu opóźnienia przestrzennego 126
Tabela 9.6 Wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_2 w modelu opóźnienia przestrzennego 127
Tabela 9.7 Wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_{1P} w modelu opóźnienia przestrzennego 127
Tabela 9.8 Wpływ bezpośredni i pośredni zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą Y_{2P} w modelu opóźnienia przestrzennego 128
Tabela 9.9 Wyniki przeprowadzonego testu SARMA dla modelu, w którym zmienną objaśnianą była Y_1 i Y_2 128
Tabela 9.10 Wyniki przeprowadzonego testu SARMA dla modelu, w którym zmienną objaśnianą była Y_{1P} i Y_{2P} 129
Tabela 9.11 Statystyka diagnostyczna modelu globalnego dla zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2 133
Tabela 9.12 Statystyka diagnostyczna modelu globalnego dla zmiennych zależnych Y_{1P} i Y_{2P} 133
Tabela 9.13 Wyniki estymacji modeli LM i HLM dla zmiennej Y_1 150
Tabela 9.14 Wyniki estymacji modeli LM i HLM dla zmiennej Y_2 151
Tabela 9.15 Wyniki estymacji modeli LM i HLM dla zmiennej Y_{1P} 152
Tabela 9.16 Wyniki estymacji modeli LM i HLM dla zmiennej Y_{2P} 153
Tabela 9.17 Wyniki estymacji modeli SAR i HSAR dla zmiennej Y_1 154
Tabela 9.18 Wyniki estymacji modeli SAR i HSAR dla zmiennej Y_2 154

Tabela 9.19 Wyniki estymacji modeli SAR i HSAR dla zmiennej Y_{1P} 155
Tabela 9.20 Wyniki estymacji modeli SAR i HSAR dla zmiennej Y_{2P} 156
Tabela 9.21 Wpływ zmiennych zależnych na zmienną Y_1 i Y_2 w modelach HSAR .. 157
Tabela 9.22 Wpływ zmiennych zależnych na zmienną Y_{1P} i Y_{2P} w modelach HSAR 158
Tabela 9.23 Model ogólny zmiennej Y_1 i Y_2 166
Tabela 9.24 Model ogólny zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} 167
Tabela 9.25 Wyniki przeprowadzonych testów modeli dla zmiennych Y_1 i Y_2 168
Tabela 9.26 Wyniki przeprowadzonych testów modeli dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P} 169
Tabela 9.27 Wyniki modelu panelowego (within, twoways) – zmienna Y_1 i Y_2 170
Tabela 9.28 Wyniki modelu panelowego (within, twoways) – zmienna Y_{1P} i Y_{2P} 171
Tabela 9.29 Testowanie zależności przestrzennych dla zmiennych Y_1 i Y_2 174
Tabela 9.30 Testowanie zależności przestrzennych dla zmiennych Y_{1P} i Y_{2P} 174
Tabela *9.31* Wyniki przestrzennego modelu panelowego (within, twoways) – zmienne objaśniane Y_1 i Y_2 175
Tabela 9.32 Wyniki przestrzennego modelu panelowego (within, twoways) – zmienna Y_{1P} i Y_{2P} 176

13. SPIS RYSUNKÓW

Rysunek 3.1 Przedmiot złożony w ujęciu modelu odwzorowującego i projektującego 29
Rysunek 3.2 Budowa modelu 30
Rysunek 3.3 Model systemu 33
Rysunek 3.4 Schemat istoty systemu 34
Rysunek 3.5 Ogólny model systemu rynku nieruchomości 34
Rysunek 3.6 Struktura systemu rynkowego 35
Rysunek 3.7 Rynek nieruchomości jako system 37
Rysunek 6.1 Model systemu lokalnego rynku nieruchomości 58
Rysunek 7.1 Zależności pomiędzy regionem a sąsiadami na wykresie punktowym statystyki Morana I 69
Rysunek 7.2 Współczynniki regresji w modelu efektów stałych i modelu efektów losowych 85
Rysunek 8.1 Charakterystyka zmiennych przyjętych do analizy w zakresie przeprowadzonej statystyki Morana I (wykresy i kartogramy) 117
Rysunek 9.1 Trendy czasowe zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2 130
Rysunek 9.2 Trendy czasowe zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P} 130
Rysunek 9.3 Kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienną zależną Y_1 wraz z kategoriami poziomów ich istotności w utworzonych modelach GWR 137
Rysunek 9.4 Kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienną zależną Y_2 wraz z kategoriami poziomów ich istotności w utworzonych modelach GWR 140
Rysunek 9.5 Kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienną zależną Y_{1P} wraz z kategoriami poziomów ich istotności w modelach GWR 144
Rysunek 9.6 Kartogramy z wpływem zmiennych niezależnych X_1-X_{10} na zmienną Y_{2P} wraz z kategoriami poziomów ich istotności w utworzonych modelach GWR 148
Rysunek 9.7 Efekty losowe i odchylenie standardowe w modelach HLM i HSAR dla zmiennej Y_1 i Y_2 160
Rysunek 9.8 Efekty losowe i odchylenie standardowe w modelach HLM i HSAR dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} 161
Rysunek 9.9 Zróżnicowanie zmiennej objaśnianej Y_1 i Y_2 w szeregu przekrojowym i czasowym 164

Rysunek 9.10 Zróżnicowanie zmiennej objaśnianej Y_{1P} i Y_{2P} w szeregu przekrojowym i czasowym 164
Rysunek 9.11 Histogram zmiennej Y_1 i Y_2 165
Rysunek 9.12 Histogram zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} 165
Rysunek 9.13 Efekt czasu w modelu panelowym dla zmiennej Y_1 i Y_2 172
Rysunek 9.14 Efekt czasu w modelu panelowym dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} 173
Rysunek 9.15 Indywidualne efekty losowe i poziomy istotności w przestrzennym modelu panelowym dla zmiennych objaśnianych Y_1 i Y_2 178
Rysunek 9.16 Indywidualne efekty losowe i poziomy istotności w przestrzennym modelu panelowym dla zmiennych objaśnianych Y_{1P} i Y_{2P} 179
Rysunek 9.17 Efekt czasu w przestrzennym modelu panelowym dla zmiennych Y_1 i Y_2 180
Rysunek 9.18 Efekt czasu w przestrzennym modelu panelowym dla zmiennej Y_{1P} i Y_{2P} 181

MODELOWANIE PRZESTRZENNE PROCESÓW WARTOŚCIOTWÓRCZYCH NA RYNKU NIERUCHOMOŚCI MIESZKANIOWYCH

STRESZCZENIE

Występujące ograniczenia rynku nieruchomości, niewystarczające badania z zakresu przestrzennego ujęcia czynników wartościotwórczych, zapotrzebowanie na wiarygodne metody i informacje diagnostyczne i prognostyczne oraz istniejące metody, które stosunkowo rzadko są wykorzystywane do badań rynku nieruchomości stanowiło bezpośrednią motywację podjętego tematu rozprawy.

Głównym celem badań było opracowanie merytorycznych podstaw budowy przestrzenno-czasowych modeli cen, aktywności oraz popytu i podaży na rynku nieruchomości. Opracowane modele obejmowały zjawiska, uwarunkowania i czynniki kształtujące wartości oraz ceny lokali mieszkalnych. W ramach realizacji wskazanego celu przedstawiono koncepcję i zasady przestrzennej analizy rynku nieruchomości obejmujące identyfikację procesów i czynników wartościotwórczych, zgromadzenie potrzebnych danych oraz opracowanie i zweryfikowanie opisowych i przestrzennych modeli relacji i procesów występujących na rynku nieruchomości.

Prace zrealizowano począwszy od przedstawienia problematyki i istniejących badań na tle literatury przedmiotu, a kończąc na badaniach eksperymentalnych wykorzystujących, uzupełnione analizą autokorelacji przestrzennej, klasyczne modele regresyjne, modele autoregresji przestrzennej i modele panelowe, w tym również przestrzenne modele panelowe. Uzyskany szereg modeli matematycznych, opisowych i kartograficznych odzwierciedla procesy kształtowania się cen i wartości oraz aktywności na rynku lokali mieszkalnych.

Włączenie horyzontów przestrzennych i czasowych oraz przedstawionych metod i modeli, szczególnie uwzględniających hierarchię przestrzenną, do badań nad modelowaniem zjawisk przestrzennych może wspomóc uzyskanie lepszej przejrzystości analizowanych procesów oraz wydajniejszym gospodarowaniem przestrzenią.

Słowa kluczowe: modelowanie, zjawiska przestrzenne, relacje przestrzenne, procesy wartościotwórcze, popyt, podaż, rynek nieruchomości

SPATIAL MODELING OF VALUE-CREATING PROCESSES ON THE RESIDENTIAL REAL ESTATE MARKET

SUMMARY

The existing limitations of the real estate market, insufficient research on the spatial approach to determining value-creating factors, the need for reliable diagnostic and forecasting methods and information, as well as existing methods that are relatively rarely used for real estate market research, were the direct motivation for the topic of this dissertation.

The main objective of the research was to develop a substantive basis for constructing spatiotemporal models of prices, activity, demand, and supply in the property market. The models created included phenomena, conditions and factors shaping the values and prices of dwellings. A concept and principles of spatial real estate market analysis were presented to achieve the specified aim, including identifying value-creating processes and factors, collecting necessary data, and developing and verifying descriptive and spatial models of relationships and processes occurring in the real estate market.

The work was carried out starting from the presentation of the issue and existing research against the background of the literature on the subject and ending with experimental research using, supplemented by spatial autocorrelation analysis, classical regression models, spatial autoregression models and panel models, including spatial panel models. The obtained series of mathematical, descriptive, and cartographic models reflect the process of shaping prices, values, and activities in the residential properties market.

Including spatial and temporal horizons and the presented methods and models, especially considering the spatial hierarchy, in the research on modelling spatial phenomena may help achieve better transparency of the analysed processes and more efficient space management.

Keywords: modeling, spatial phenomena, spatial relations,
value-creating processes, demand, supply, real estate market