Dr hab. Dariusz Partyka, prof. nadzw. KUL JPII
Katedra Analizy Matematycznej
Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II
Al. Racławickie 14, skr. poczt. 129
20-950 Lublin

Lublin, 6 lutego 2022 r.

Rada Naukowa Dyscypliny matematyka
Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie

Opinia na temat rozprawy doktorskiej pani mgr, inż. Agnieszki Szumery

Pani mgr, inż. Agnieszka Szumera od kilku lat prowadzi intensywne badania naukowe w zakresie teorii regresji, których celem jest opracowanie matematycznie spójnej i możliwie ogólnej teorii regresji rozwijanej na gruncie rachunku prawdopodobieństwa i statystyki, a powszechnie używanej do syntetycznego opisu różnorodnych zagadnień w naukach stosowanych. Ich ukoronowaniem jest rozprawa doktorska zatytułowana „Probabilistyczne struktury regresji", w której autorka zdefiniowała *probabilistyczne struktury regresji* $\mathfrak{P} := (A, B, \delta; x, y)$, gdzie:

- A jest niepustym zbiorem, zaś $B = \mathbb{R}$ lub $B = \mathbb{C}$;
- funkcje $x : \Omega \to A$ i $y : \Omega \to B$ są określone dla pewnego niepustego zbioru zdarzeń elementarnych Ω, (są to tzw. funkcje próbkujące, czyli funkcje generowane poprzez dane eksperymentalne modelu regresji);
- $\delta : (\Omega \to B) \times (\Omega \to B) \to \overline{\mathbb{R}}$ jest funkcją, która jest interpretowana jako kryterium odchylenia funkcji teoretycznej od danych empirycznych. Funkcja δ jest definiowana poprzez przestrzeń probabilistyczną $\mathcal{P} := (\Omega, \mathcal{A}, P)$ zgodnie z klasyczną koncepcją metody najmniejszych kwadratów.

Naturalnym zagadnieniem dla zadanej probabilistycznej struktury regresji $\mathfrak{P}$ jest badanie i wyznaczanie optymalnych funkcji *teoretycznego modelu funkcyjnego* $\mathcal{F} \subset (A \to B)$, które są w sensie kryterium δ najlepiej dopasowane do danych empirycznych reprezentowanych przez funkcje x i y. Ujmując to w języku matematycznym, rozważany jest problem ekstremalny wyznaczania i badania klasy $\mathrm{Reg}(\mathcal{F}, \mathfrak{P})$ złożonej z funkcji $f_0 \in \mathcal{F}$ minimalizujących funkcjonał $\mathcal{F} \ni f \to \delta(f \circ x, y) \in \overline{\mathbb{R}}$. Funkcje takie autorka nazywa *funkcjami regresji w klasie $\mathcal{F}$ względem probabilistycznej struktury regresji $\mathfrak{P}$*. Tak postawiony problem ekstremalny nazywa *problemem regresji w klasie $\mathcal{F}$ dla struktury $\mathfrak{P}$*. Jest on interesujący zarówno pod względem teoretycznym jak i aplikacyjnym. Tego typu podejście nadaje uniwersalny charakter badaniom nad regresjami i jest wzorowane na pracy *Generalized approach to the problem of regression* (DOI 10.1007/s13324-014-0096-7), gdzie wyodrębnione zostały *synchroniczne* i *asynchroniczne struktury regresyjne*. Pani Szumera skupiła uwagę na

zespolonych probabilistycznych strukturach regresji. Stanowią one szczególny przypadek synchronicznych struktur regresji rozważanych w wymienionej pracy, gdzie ich własności wyprowadzono z teorii asynchronicznych struktur regresji przy użyciu metody diagonalizacji. Stosując metody analizy funkcjonalnej, a w szczególności przestrzeni Hilberta, pani Szumera uzyskała szereg rezultatów w alternatywny, bardziej bezpośredni sposób; przy tym wiele z nich znacząco wzmocniła. Między innymi:

- opisała dokładnie strukturę przecięcia przestrzeni zerowej z klasą przebiegów teoretycznych, a w szczególności uzyskała warunki konieczne i dostateczne jednoznaczności funkcji regresji;
- poprawiła i uogólniła algorytm wyznaczania funkcji regresji skończonego rzędu poprzez uogólnienie metody ortogonalizacji Gramma-Schmidta;
- podała ogólne wzory na regresje trzeciego rzędu;
- zaprezentowała szereg przykładów ilustrujących rozważania teoretyczne w konkretnych zagadnieniach aplikacyjnych;
- zaimplementowała metodę wyznaczania regresji w arkuszu kalkulacyjnym dla przypadku dyskretnego.

Na zakończenie pragnę dodać, że badania doktorantki mają charakter rozwojowy, np. w związku z zastosowaniami do nieliniowych modeli regresyjnych, rozszerzeniem modeli teoretycznych na funkcje wektorowe oraz modyfikacjami kryterium odchylenia δ.

W moim przekonaniu rozprawa doktorska przygotowana przez panią mgr, inż. Agnieszkę Szumerę w pełni spełnia wymogi stawiane tego typu pracom.

Z poważaniem,

Dariusz Partyka